DIE SCHULE

DER

ELEMENTAR-MECHANIK

UND

MASCHINENLEHRE

für

den Selbstunterricht

angehender Techniker, Mechaniker, Industrieller, Landwirthe, Bergmänner, Architekten, Bauhandwerker, Werkführer, Mühlen- und Fabrikbesitzer

sowie für

Gewerbe- und Realschulen.

Zum Theil nach Delaunay's Cours élémentaire de Mécanique

frei bearbeitet

von

Dr. H. SCHELLEN,

Director der Realschule erster Ordnung zu Cöln.

In zwei Theilen.

Mit circa 800 in den Text eingedruckten Holzstichen.

Erster Theil.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1 8 6 2.

Inhalt des ersten Theiles.

	Seite
Einleitung	1

Mechanik der festen Köper.

Allgemeine Bemerkungen über die Bewegung	9
Gleichförmige Bewegung, Geschwindigkeit	11
Ungleichförmige Bewegung	12
Drehende Bewegung, Winkelgeschwindigkeit	13
Allgemeine Bemerkungen über die Kräfte	15
Druck, Zug	16
Gewicht	16
Maass der Kräfte; Dynamometer oder Kraftmesser	18
Darstellung einer Kraft	21
Zusammensetzen und Zerlegen der Kräfte	23
Mittelkraft, Resultirende, Seitenkräfte	23
Gleichgewicht	23
Kräfte, die in derselben geraden Linie wirken	24
Parallele Kräfte von gleicher Richtung	25
Parallele Kräfte von entgegengesetzter Richtung	29
Der Hebel	31
Kräfte, welche auf einen Punkt nach verschiedenen Richtungen wirken	36
Das Parallelogramm der Kräfte	36
Zusammensetzen mehrerer Kräfte	40
Zerlegen einer Kraft	41
Der Schwerpunkt	44
Begriff des Schwerpunktes	44
Bestimmung des Schwerpunktes auf dem Wege des Versuchs	47
Schwerpunkt eines gleichartigen oder homogenen Körpers	48
Schwerpunkt einer Fläche	49
Schwerpunkt eines homogenen Körpers, der keinen Mittelpunkt besitzt	52
Schwerpunkt eines aus mehreren verschiedenartigen Theilen zusammengesetzten Körpers	53
Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher sich auf eine horizontale Ebene stützt	54
Standfestigkeit	58
Pressungen, welche auf die Stützpunkte ausgeübt werden	61
Gleichgewicht eines schweren Körpers, der sich nur um eine horizontale Achse drehen kann	63
Die magische Uhr	65
Die einfacheren Maschinen in ihrem Gleichgewichtszustande	67
Druck des Hebels auf seinen Stützpunkt	67
Das statische Moment	68
Die Wage	70
Empfindlichkeit der Wage	73
Methode der doppelten Wägung	79
Ungleicharmige Wage, Schnellwage	79
Die Decimalwage	82
Die Brückenwage	86
Die Zeigerwage	89
Die Federwage	90
Die feste und die lose Rolle	92
Die Flaschenzüge	96
Das Rad an der Welle	98
Der Haspel	100
Das Sprossen- oder Spillenrad	104
Der Differential-Haspel	107
Die Erdwinde, auch Göpel genannt	110
Der Riemen oder das Seil ohne Ende	112
Gezahnte Räder	116
Die Seilwinde o. d. Haspel m. Vorgelege	118
Winkelräder	121
Die zusammengesetzten Räderwerke	122
Die Wagenwinde	124
Der Krahn	126
Der transportabele Krahn	132
Schritt- und Hubzähler	137
Die schiefe Ebene	139
Der Sturzkarren	144
Der Keil	145
Die Schraube	147
Die Schraubenpresse	152
Verschiedene Wirkungsweisen der Schraube	153
Die Schraube ohne Ende	155
Die einfachen Maschinen	158
Gleichgewicht der Seile und Ketten, welche schwere Körper tragen	159
Der einfache Dachstuhl	161
Die Hängesäule	163
Das Hängewerk und Sprengewerk	164
Die Maschinen im Zustande der gleichförmigen Bewegung	165
Was man an Kraft gewinnt, verliert man an Geschwindigkeit	166
Die Schaukelwage	176
Die Arbeit	180
Die Einheit u. das Messen der Arbeit	182
Bewegungsarbeit, Widerstandsarbeit	185
Bewegungsarbeit ist gleich der Widerstandsarbeit	186
Die Gesetze der ungleichförmigen Bewegung	187
Fall der Körper	188
Die geneigte Ebene von Galiläi	190
Die Atwood'sche Fallmaschine	192
Die Fallgesetze	194
Anwendung der Fallgesetze	201
Die gleichförmig verzögerte Bewegung	203
Beziehungen zwischen dem freien Fall und der vertical aufwärts gerichteten Wurfbewegung der Körper	206
Fallapparat von Morin	207

Seite

Wirkungsweise der Kräfte bei der Erzeugung der Bewegung . . . 210
Wirkung einer constanten und continuirlichen Kraft 213
Masse eines Körpers; Quantität der Bewegung oder Bewegungsgrösse 218
Die zur Erzeugung einer bestimmten Geschwindigkeit erforderliche Arbeitsgrösse einer constanten Kraft 221
Die Arbeitsfähigkeit oder Arbeitskraft einer in Bewegung befindl. Masse 223
Die lebendige Potenz einer bewegten Masse 224
Die Bewegung eines Körpers auf einer schiefen Ebene 226
Die Bewegung eines Körpers in einer krummen Bahn 230
Das einfache Pendel 232
Schwingungsdauer 233
Secundenpendel 236
Zusammengesetztes Pendel . . . 237
Bewegung der Schaukel 239
Die krummlinige Bewegung eines ganz freien Körpers 242
Das Parallelogramm der Geschwindigkeiten 243
Die parabolische Bewegung geworfener Körper 244
Die Bewegung der Himmelskörper . 251
Die Bewegung im Kreise, die Centripetalkraft 254
Die Centrifugalkraft, Fliehkraft oder Schwungkraft 255
Die Centrifugalmaschine 267
Trägheitsmoment 270
Die Fortpflanzung der Bewegung . 278
Der Stoss zweier Körper 283

Die passiven Widerstände . . 296

Die gleitende Reibung 297
Reibungscoefficient 298
Gesetze der gleitenden Reibung . . 303
Die rollende Reibung 305
Steifigkeit der Seile 308
Widerstand der Flüssigkeiten . . . 309

Die Maschinen in dem Zustande der ungleichförmigen Bewegung 311

Das Schwungrad 314
Der Schwungregulator 317
Fortpflanzung der Arbeit in einer Maschine 320
Wirkung des Schwungrades . . . 322
Einfluss der passiven Widerstände . 323
Verminderung der Widerstände . . 326
Leitrollen, Frictionsräder 329
Die Bremse 336
Seilreibung 337
Anwendungen der Seilreibung . . 341
Arbeitsverlust in Folge von Stössen 343
Schlussfolgerungen 346

Seite

Anwendung der bisherigen Untersuchungen auf einige besondere Maschinen 347

Niederlegung, Transport und Aufrichtung des Obelisken von Luxor 347
Getreide- oder Mahlmühlen 361
Die Sägewerke 366
Hammerwerke 372
Pochwerke 377
Die Rammen 382
Die Kunstramme mit Selbstauslösung 384
Die Prägmaschinen 387
Das Hebelprägwerk 394
Uhrwerke 398
Federhaus und Schnecke 399
Der Windfang oder das Flügelrad . 403
Die Hemmung oder das Echappement 405
Die Spindelhemmung 406
Minuten- und Stundenzeiger . . . 409
Die Ankerhemmung der Pendeluhren 410
Die Pendeluhr 415
Die Spirale 419
Die Cylinderhemmung 420
Die freie Hemmung 424
Die freie Ankerhemmung 425
Die freie Chronometerhemmung . . 428
Die Regulirung der Taschenuhren . 431
Das Aufziehen der Uhren 435
Das Schlagwerk 438

Allgemeine Bemerkungen über den Transport von Lasten 441

Directer Transport einer Last durch Menschen oder Thiere 442
Transport durch Gleiten oder Schleifen 442
Transport durch Wälzen oder Rollen 444
Transport auf Rädern 445
Stehfestigkeit der Wagen 447
Die Zugkraft, welche zur Fortbewegung eines Wagens erforderlich ist 450
Transport auf einer geneigten Bahn 451
Eisenbahnen 457
Gegliederte Wagen 463
Weichen 466
Drehscheiben 469
Die Locomotive 472
Das Befahren der Steigungen . . . 475
Eisenbahnbremsen 477
Die Seileisenbahnen 481
Drops 484

Allgemeine Bemerkungen über die Motoren 486

Die Motoren 486
Allgemeine Eigenschaften der Motoren 488
Das Bremsdynamometer 491
Pferdekraft 496
Die Arbeit des Menschen 497
Die Arbeit der Thiere 503
Perpetuum Mobile 506

Einleitung.

Die Materie. Alle Wahrnehmungen, welche durch die Sinne, besonders durch den Tastsinn, vermittelt werden, nöthigen zu der Annahme, dass der Raum nicht leer, sondern mit einem Stoffe erfüllt ist. Man nennt diesen den Raum erfüllenden Stoff Materie. Denkt man sich einen allseitig begränzten Theil des Raumes leer, so heisst derselbe ein geometrischer Körper, während ein mit Materie erfüllter überall begränzter Raumtheil ein physischer oder materieller Körper genannt wird. Die Grösse des Raumes, den ein Körper einnimmt, heisst sein Volumen. 1

Die Trägheit der Materie. Die Materie besitzt nicht die Fähigkeit, in irgend einer Weise auf sich selbst einzuwirken. Die Körper können zwar von einem Orte zu einem anderen übergehen, ihre äussere Form, ihre innere Zusammensetzung kann verändert werden; aber dieses Alles kann nur in Folge einer nicht aus der Materie selbst hervorgehenden Einwirkung geschehen. Ein Körper vermag daher den Zustand, in welchem er sich einmal befindet, nicht durch sich selbst zu verändern. Diese Eigenschaft der Materie, vermöge welcher sie ihren Zustand nicht selbstthätig zu verändern vermag, wird Trägheit oder Beharrungsvermögen genannt. Man sagt daher von der Materie, sie sei das Träge im Raume. 2

Das Princip der Trägheit der Materie, welches in der Mechanik von der vielfachsten Anwendung ist, lässt sich nicht unmittelbar beweisen; die Entdeckung desselben erfolgte auf dem Wege tiefen Forschens und aufmerksamer Beobachtung;

indessen erweist sich seine Richtigkeit dadurch, dass alle daraus abgeleiteten Folgerungen mit den Resultaten der Erfahrung vollkommen übereinstimmen.

Es folgt aus diesem Princip sofort Zweierlei:

1. ein Körper, der in Ruhe ist, kann nicht durch sich selbst in Bewegung gerathen;
2. ein Körper, der in Bewegung ist, kann nicht durch sich selbst in Ruhe kommen, noch überhaupt seinen Bewegungszustand verändern.

Die Richtigkeit des ersten Theiles dieses Grundgesetzes der Materie wird nicht leicht in Zweifel gezogen werden, da die Welt der Erscheinungen überall Beispiele dafür darbietet, dass ein in Ruhe befindlicher Körper von selbst, d. h. ohne Einwirkung einer Kraft, nicht in Bewegung geräth. Wenn man Menschen und Thiere ohne eine äussere Einwirkung aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen sieht und umgekehrt, so ist dieses Vermögen nicht eine Eigenschaft ihrer körperlichen Materie, sondern die Folge der Lebensthätigkeit oder jener zum grössten Theile noch unbekannten Kräfte, welche durch das Leben bedingt sind. Sobald das Leben aus diesen Körpern entflohen ist, sind sie wie der Stein und das Wasser der Trägheit der Materie verfallen; sie vermögen dann nicht mehr aus sich selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung überzugehen.

Zum völligen Verständnisse des zweiten Satzes sind einige nähere Erörterungen erforderlich. Wenn ein materieller Punkt sich bewegt und weder eine äussere noch eine innere Ursache auf die Bewegung einwirkt, so folgt nothwendig aus obigem Satze, dass der Punkt eine gerade Linie durchlaufe und dass die von ihm in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege einander gleich seien, d. h. die Bewegung eine gleichförmige sein müsse. Denn wenn der Körper während einer sehr kleinen Zeit ein sehr kleines Stückchen seiner Bahn, welches man allemal als eine gerade Linie ansehen kann, durchlaufen hat, so ist, wenn keine äussere Kraft auf ihn einwirkt, gar kein Grund vorhanden, dass er bei der Fortsetzung seiner Bewegung von der Richtung dieser geraden Linie nach der einen oder der anderen Seite hin abweiche. Wenn man eine Kugel auf einem wohl geebneten Boden fortstösst, so bewegt sie sich so lange in gerader Linie, bis sie auf ein Hinderniss stösst, welches ihr eine andere Richtung giebt.

Nicht so leicht wird man zugeben, dass auch die einmal erlangte Geschwindigkeit eines Körpers ohne Einwirkung einer äusseren Kraft nicht abgeändert werden könne; in dem vorhin erwähnten Beispiele sieht man nämlich die Bewegung der Kugel, welche auf dem Boden fortrollt, immer langsamer werden, bis sie nach einiger Zeit ganz aufhört und die Kugel in Ruhe kommt. Allein man bedenke, dass die Kugel um so weiter fortrollt, je mehr der Boden geebnet ist, und dass es also nicht die Kugel selbst sein kann, welche ihre Geschwindigkeit vermindert; die Unebenheiten des Bodens und der Widerstand der Luft setzen vielmehr der Fortbewegung der Kugel ein Hinderniss entgegen, wodurch die Bewegung immer mehr abnimmt und endlich ganz aufhört.

Aus dem obigen Grundgesetze der Materie ergiebt sich ferner, dass ein Körper, der sich um eine feste Achse dreht, diese drehende Bewegung ununterbrochen und unverändert fortsetzen muss, wenn keine störende Ursachen auf seine Bewegung einwirken. Würde in irgend einer Maschine ein Rad einmal in eine drehende Bewegung versetzt, so würde es, wenn keine Reibung in den Achsenlagern, kein Widerstand der Luft, noch andere Hindernisse seiner Bewegung entgegenwirkten, unaufhörlich und in gleichförmiger Rotation sich um seine Achse drehen, wie denn auch die tägliche Bewegung der Erde um ihre Achse, welcher keine Hindernisse entgegenwirken, in Folge der Trägheit oder des Beharrungsvermögens des Erdballs so regelmässig erfolgt, dass sie sich nachweislich in zweitausend Jahren um keine irgendwie bemerkbare Grösse geändert hat.

Die Kraft. Die Materie kann ihren Zustand nicht anders 3
als durch Hinzukommen einer fremden Einwirkung verändern. Wir nennen Alles, was den Zustand eines Körpers wirklich verändert oder zu verändern strebt, Kraft. Das Wesen der Kräfte ist uns unbekannt; ihr Vorhandensein gewahren wir nur durch ihre Wirkungen, durch den Einfluss, den sie auf den Beharrungszustand der Körper äussern, und durch die Veränderungen, welche sie in diesem Zustande hervorbringen.

Man unterscheidet beständige oder constante Kräfte, welche immer in gleicher Stärke wirken und daher in gleichen Zeiten gleiche Wirkungen hervorbringen, und veränderliche Kräfte, deren Stärke je nach den Umständen verschieden ist.

4 **Die Mechanik** ist die Lehre von den Kräften und von der Bewegung, welche durch die Kräfte erzeugt wird. Es ist daher die Aufgabe unseres Werkes, die Grundzüge dieser Wissenschaft auseinander zu setzen und sie zur Erklärung der Maschinen und der in der Natur vorkommenden mechanischen Erscheinungen anzuwenden.

Ausser der Trägheit haben die physischen Körper, mit denen wir es fortwährend zu thun haben, noch einige andere Eigenschaften mit einander gemein, die man daher auch die allgemeinen Eigenschaften der Körper genannt hat; wir wollen sie der Reihe nach kurz besprechen.

5 **Die Theilbarkeit.** Die Erfahrung lehrt, dass die Materie theilbar ist, und dass alle Körper sich in sehr kleine Theile zerlegen lassen, von denen ein jedes Theilchen wieder in kleinere getheilt werden kann. Für unsere Vorstellung hat diese Theilbarkeit keine Gränzen, da wir jedes noch so kleine Theilchen als noch weiter theilbar denken können; ob aber diese Theilbarkeit in der Wirklichkeit sich ins Unendliche fortsetzen lasse, wenn nur die erforderlichen Mittel dazu vorhanden wären, oder ob man vielmehr bei jedem mechanischen und chemischen Theilungsversuche endlich zu solchen kleinen, durch unsere Sinne nicht mehr wahrnehmbaren Theilchen ankommen werde, für deren weitere Theilung in der Natur keine Kräfte vorhanden sind, lässt sich nicht direct durch wirkliche Stofftheilung entscheiden.

Indessen lehren uns die aus der letzteren Annahme gezogenen Folgerungen und deren Uebereinstimmung mit der Erfahrung, dass die chemisch einfachen Stoffe aus ungemein kleinen, durch unsere Sinne in keiner Weise bemerkbaren Körpertheilchen von bestimmter Grösse bestehen, welche nicht weiter getheilt werden können. Wir müssen daher die Sache so ansehen, dass für unsere Vorstellung diese kleinsten Theilchen von bestimmter Begränzung allerdings noch theilbar sind, dass dagegen in der Wirklichkeit die Stofftheilchen in noch kleinerer Grösse in der Natur oder wenigstens auf dem Erdkörper gar nicht vorhanden sind.

Diese kleinsten und untheilbaren Stofftheilchen nennt man Atome; aus ihnen sind die Körper zusammengesetzt. Ein sehr kleines Körpertheilchen, welches jedoch nicht untheilbar, sondern aus einer Zahl Atome gebildet ist, nennt man häufig Massentheilchen oder Molekül. Die Menge der Materie eines Körpers, also die Gesammtheit seiner Moleküle, heisst seine **Masse**; sie ist bei einem und demselben Körper unveränderlich, welche Veränderung auch mit der Gestalt, oder der Lage, oder der Art des Zusammenhanges seiner Theilchen vorgenommen werden mag. Die Masse eines Körpers ist daher nicht zu verwechseln mit seinem Gewichte; dieses ist, wie wir später sehen werden, für verschiedene Punkte der Erde verschieden; die Masse, als Summe der materiellen Theilchen, ist unveränderlich.

Die Porosität. Die Erfahrung lehrt, dass man durch 6
Druck und Zug, oder noch allgemeiner durch Erwärmen oder Erkälten das Volumen eines Körpers vergrössern oder verkleinern kann. Unter der Annahme, dass die Atome des Körpers selbst eine bestimmte Grösse haben und nicht verkleinert werden können, lässt sich diese Erscheinung nur dadurch erklären, dass sich die Atome oder die aus ihnen zusammengesetzten Moleküle nicht berühren, sondern in gewissen sehr kleinen Entfernungen von einander so gelagert sind, dass sie durch Zwischenräume von einander getrennt werden. Diese von der Materie nicht ausgefüllten Zwischenräume heissen **Poren**. Selbst die dichtesten Körper haben solche Poren, die jedoch bei den meisten Körpern so klein sind, dass selbst die besten Mikroskope nicht vermögen, dieselben nachzuweisen. Indessen ist es schon im Jahre 1661 den Mitgliedern der Academia del Cimento in Florenz gelungen, die Porosität von sehr dichten Materialien ausser Zweifel zu stellen. Sie füllten eine Hohlkugel von Gold mit Wasser an und setzten dieselbe einem starken Druck aus, ohne dass das Wasser durch irgend eine Oeffnung entweichen konnte. Das Wasser wurde dabei durch die Poren der Goldhülle hindurchgepresst und bildete auf der äusseren Oberfläche einen feuchten dem Thau ähnlichen Beschlag. Auch ist es bekannt, dass selbst in den zolldicken eisernen Cylindern der hydraulischen Pressen das Wasser, welches darin einen sehr hohen Druck erleidet, durch die Poren der Wand hindurchgepresst wird, und in Folge hiervon diese Maschinentheile bei einem gewissen Grade des Drucks feucht werden. Uebrigens lässt sich die Porosität nicht für alle Körper auf diese Art nachweisen; es lässt z. B. das Glas auch bei dem stärksten Druck keine Flüssigkeiten durch.

Aggregatzustände. Die Art und Weise, wie die Massentheilchen mit einander zu Körpern verbunden sind, heisst die

Aggregatform oder der Aggregatzustand des Körpers; demnach giebt es drei Aggregatzustände: der feste, der flüssige und der luftförmige. Das Wasser befindet sich meist im flüssigen Zustande; es tritt in den festen Aggregatzustand, wenn es sich in Eis verwandelt, und es erscheint als Dampf im luftförmigen Zustande. Wir besitzen zwar gegenwärtig noch nicht die Mittel, um alle Körper in jedem dieser drei Aggregatzustände darzustellen; allein da die Erfahrung zeigt, dass unter den geeigneten Umständen doch die meisten Körper alle drei genannten Zustände wirklich annehmen können, so berechtigt dieses zu der Annahme, dass ein jeder Körper bei Anwendung der geeigneten Mittel, zu denen namentlich starker Druck, Erkalten und Erwärmen gehören, einen jeden Aggregatzustand annehmen kann.

8 **Feste Körper.** Bei den festen Körpern haben die kleinsten Theilchen eine bestimmte Lage zu einander und in Folge der grösseren gegenseitigen Annäherung einen mehr oder minder grossen Grad des Zusammenhaltens. Versucht man daher, diese Theilchen von einander zu verschieben oder zu trennen, so setzen sie diesem Bemühen einen gewissen Widerstand entgegen und machen dadurch die Aufbietung einer erheblichen Kraft, in den meisten Fällen sogar die Anwendung eines durch äussere Kraft in Bewegung gesetzten Werkzeuges erforderlich. Messer, Beile, Meissel, Hobel, Sägen, Feilen, Mühlsteine, Diamanten u. s. w. haben den Zweck, die innige Verbindung, welche zwischen den kleinsten Theilchen fester Körper besteht, aufzuheben und dieselben dadurch in kleinere Theile zu zerlegen.

Ein schwacher Druck auf eine Stahlfeder oder eine Glasplatte wird dieselbe etwas einbiegen; wenn der Druck aufhört, nehmen diese Gegenstände ihre frühere Lage wieder ein. Diese Eigenschaft der festen Körper, vermöge welcher sie in ihre erste Lage wieder zurückkehren, wenn die Kraft, die sie daraus entfernt hatte, aufhört zu wirken, nennt man Elasticität. Wird der Druck auf den Körper zu gross, so tritt der Fall ein, dass er bricht oder doch nach Aufhören des Drucks seine frühere Gestalt nicht ganz wieder einnimmt. In einem solchen Fall hat man die Gränze der Elasticität überschritten.

Alle festen Körper sind elastisch, aber in sehr verschiedenem Grade. Einige besitzen die Eigenschaft der Elasticität in so geringem Grade, dass der leiseste Druck schon eine bleibende Formveränderung bewirkt; derartige Körper, wie Blei, feuchter Thon, kann man daher als unelastisch ansehen, während andere Körper, wie Stahl und Kautschuk, sehr elastisch sind.

Flüssige Körper. Wenn wir auch bei den flüssigen Kör- 9
pern immer noch einen gewissen Grad innern Zusammenhaltens der kleinsten Theilchen wahrnehmen, der sich besonders deutlich bei der Neigung zur Tropfenbildung und bei dem Widerstande, den sie der Bewegung fester Körper darbieten, ausspricht, so ist derselbe doch so gering, dass es nur der Anwendung einer sehr kleinen Kraft bedarf, um diesen Zusammenhalt aufzuheben. Die nächste Folge hiervon ist, dass die kleinsten Theilchen der Flüssigkeiten eine sehr grosse Verschiebbarkeit besitzen, dass sie durch eine geringe Kraftanwendung sich von einander trennen lassen und daher einander ausweichen, wenn ein äusserer Druck irgendwie auf sie einwirkt.

Eine andere Eigenschaft der Flüssigkeiten im Gegensatze zu den festen und insbesondere zu den luftförmigen Körpern ist die, dass sie sich fast gar nicht zusammendrücken lassen. Bringt man eine Flüssigkeit in ein Gefäss und sucht sie darin zusammenzupressen, so ist ein sehr bedeutender Kraftaufwand erforderlich, um die kleinste Verminderung ihres Volumens hervorzubringen. Das Wasser z. B. erfordert den ungeheuren Druck von 1400 Pfund (100 Atmosphären) auf jeden Quadratzoll der absperrenden Gefässwand, damit es um $\frac{1}{200}$ seines Volumens zusammengepresst werde. Bei einer so geringen Zusammendrückbarkeit nimmt man bei allen theoretischen und praktischen Untersuchungen über die Flüssigkeiten an, dass sie gar nicht zusammendrückbar sind. Uebrigens nehmen die comprimirten Flüssigkeiten, wenn der Druck aufhört, sofort und vollständig ihr früheres Volumen wieder ein, sie sind also vollkommen elastisch.

Gase oder luftförmige Körper. Es gehört nicht, wie 10
bei den Flüssigkeiten, eine grosse Kraft dazu, um die luftförmigen Körper zusammenzudrücken; ein kleiner Druck ist ausreichend, um ein Gas, welches sich in einem gut verschlossenen Gefässe befindet, auf ein kleineres Volumen zusammenzupressen. Die in einer wohl verschlossenen Blase enthaltene Luft nimmt unter dem blossen Druck der Hände einen merklich kleineren Raum ein.

Wenn man eine Glasröhre oder einen gut ausgeschliffenen Messingcylinder, Fig. 1, an dem einen Ende verschliesst und an dem anderen offenen Ende einen dicht anschliessenden Kolben anbringt, so lässt sich derselbe, ohne dass die Luft entweichen kann, fast bis auf den Boden der Röhre hineinpressen. In diesem Falle sieht man die Luft im Inneren der Röhre einen immer kleineren Raum einnehmen, so dass sie zuletzt nur einen sehr kleinen Bruchtheil des anfänglichen Volumens ausfüllt. Hört der Druck auf den Kolben auf, so dehnt die Luft sich wieder aus und treibt den Kolben in seine anfängliche Lage zurück. Die Luft ist folglich in hohem Grade zusammendrückbar und elastisch; dasselbe Verhalten zeigen die übrigen Gase; es ist dies auch der Grund, warum man die Gase elastische Flüssigkeiten nennt.

Fig. 1.

Erste Abtheilung.

Mechanik der festen Körper.

1. Allgemeine Bemerkungen über die Bewegung.

Ein Körper ist in Ruhe, wenn er seinen Ort im Raume 11
nicht ändert, dagegen in Bewegung, wenn er von einem Orte zu einem anderen übergeht. Wir können jedoch die Ortsveränderungen der Körper, welche in Bewegung sind, nur dann erkennen, wenn wir ihre Lage mit Gegenständen vergleichen, die uns als fest erscheinen. Wenn eine Kugel auf dem Boden fortrollt, so beziehen wir ihren jedesmaligen Ort auf die festen Unebenheiten des Bodens; bei der Bewegung des Schiffs haben wir zugleich die festen Gegenstände des Ufers, bei dem Laufe des Pferdes die Häuser der Strasse, die Bäume der Chaussee u. s. w. als feste Vergleichpunkte. Unser eigener Körper dient uns häufig als Anhalt bei der Bewegung der uns umgebenden Gegenstände. Wenn sich zu einer solchen Vergleichung des bewegten Körpers keine feste Punkte darbieten, so glauben wir, dass er sich nicht bewege. Wenn der Reisende in der Kajüte eines Schiffes, das in Bewegung ist, sämmtliche Fenster durch Vorhänge schliesst, so dass ihm der Anblick der am Ufer befindlichen Gegenstände entzogen ist, so bildet sich in ihm das Urtheil, als sei seine ganze Umgebung unbeweglich; ja es gewinnt diese Vorstellung von der Unbeweglichkeit der Kajütengegenstände eine solche Stärke, dass es ihm Mühe kostet, wenn er auf das Verdeck kommt, sich von der Bewegung des Schiffes zu überzeugen. Da er in der Täuschung befangen bleibt, dass die Schiffsgegenstände

sich nicht bewegen, andererseits aber zwischen diesen und den Gegenständen am Ufer doch eine Ortsveränderung eintritt, so gelangt er zu der falschen Vorstellung, dass das Ufer und die daselbst befindlichen Bäume, Häuser u. s. w. sich bewegen; ja es bedarf einer gewissen geistigen Anstrengung, damit er sich der Täuschung erwehre und zu der richtigen Vorstellung gelange, dass das Schiff sich bewegt und das Ufer still steht. Derselbe Irrthum entsteht, wenn wir auf der Eisenbahn fahren und ohne durch das Fenster zu schauen einige Zeit hindurch bloss die Gegenstände im Innern des Wagens fixiren; der nächste Blick durch das Fenster lässt dann den Zug als stillstehend, die äusseren Gegenstände aber, Bäume, Telegraphenstangen u. s. w., in Bewegung erscheinen.

Wenn diejenigen Punkte, welche uns bei der Bewegung eines Körpers als Anhaltspunkte dienen, selbst in Bewegung sind, so ist die Bewegung nur relativ. Ein einfaches Beispiel einer solchen relativen Bewegung giebt eine Kugel, welche auf dem Verdecke eines sich bewegenden Schiffes hinrollt.

Vergleichen wir die verschiedenen Lagen dieser rollenden Kugel mit den festen Punkten des Ufers, so ergiebt sich eine ganz andere Bewegung, als wenn das Schiff unbeweglich wäre; ja es kann, wenn man die Kugel der Richtung der Schiffsbewegung gerade entgegenwirft, der Fall eintreten, dass sie zu den Punkten am Ufer immer dieselbe Lage beibehält und das Schiff unter der Kugel weggleitet, ohne dieselbe mitzunehmen. Da die Erde sich in einem Jahre in einer fast kreisförmigen Bahn um die Sonne dreht, also in jedem Augenblicke in Bewegung ist, so sind alle Bewegungen auf der Erde nur relative. Die meisten Bewegungen von Körpern auf unserer Erde, namentlich die der Maschinen und der übrigen auf die Mechanik Bezug habenden Vorrichtungen, werden auf die Erde selbst so bezogen, als wenn sie unbeweglich wäre, wobei man also von ihrer Bewegung um die Sonne und ihre Achse absieht.

12 Wenn man von der Bewegung eines Körpers spricht, so verfolgt man in den meisten Fällen nur einen einzigen Punkt desselben, in welchem man sich seine ganze Masse vereinigt denkt. Die Linie, welche ein solcher Punkt bei der Bewegung beschreibt, nennt man die Bahn des Körpers. Je nach der Gestalt dieser Bahn unterscheidet man geradlinige und krummlinige Bewegungen. Da es sehr verschiedenartige krumme Linien giebt, so lassen sich auch viele krummlinige

Bewegungen unterscheiden; ist die Bahn ein Kreis, so hat man eine kreisförmige Bewegung, wie bei den Umfangspunkten eines Schwungrades; ist die Bahn eine Ellipse, wie bei den Himmelskörpern, so ist die entsprechende Bewegung eine elliptische.

Man erhält von der Bewegung eines Körpers nur eine 13 unvollständige Kenntniss, wenn man sich auf die Beobachtung seiner Bahn beschränkt; um eine genaue Vorstellung von seiner Bewegung zu erhalten, muss man auch die Zeit in Betracht ziehen, die er gebraucht, um seine ganze Bahn oder gewisse Theile derselben zu durchlaufen.

Ein Jeder kennt die Instrumente, deren man sich bedient, um die Zeit zu messen; es sind die Uhren. Eine Uhr aber kann nichts weiter thun, als in Folge ihrer gleichförmigen Bewegung irgend eine bestimmte Zeit in kleinere gleiche Zeitabschnitte eintheilen. Nun ist bekannt, dass sich die Erde mit der vollkommensten Regelmässigkeit um ihre Achse dreht und zu jeder vollen Umdrehung stets dieselbe Zeit braucht. Man nennt diese Zeit Tag, und construirt die Uhren derart, dass ein Zeiger vor dem Zifferblatt während einer solchen Zeit in ebenfalls gleichmässiger Bewegung genau zweimal rundgeht. Da nun dieses Zifferblatt in viele gleiche Theile getheilt ist, so geben die Uhren in irgend einem Zeitpunkte die Anzahl der Zeittheile an, welche vom Beginne des Tages an gerechnet bis zu diesem Zeitpunkte verflossen sind. Den Tag theilt man in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten und jede Minute in 60 Secunden ein; hiernach hat die Stunde 3600, und der ganze Tag 86400 Secunden.

Um nun die Bewegung eines Körpers genau beurtheilen zu können, beobachtet man die Wegstrecke, die derselbe z. B. während einer Secunde in seiner Bahn zurücklegt, ebenso in der zweiten, dritten Secunde und so fort während der ganzen Dauer seiner Bewegung.

Gleichförmige Bewegung, Geschwindigkeit. Wenn 14 ein Körper in gleichen aufeinanderfolgenden Zeittheilchen gleiche Wege zurücklegt, wie klein oder wie gross man auch diese Zeittheile wählen mag, so nennt man die Bewegung eine gleichförmige. Es ist dabei wesentlich, dass die durchlaufenen Wege für alle beliebig gewählten gleichen Zeitabschnitte einander gleich sind, denn es ist denkbar, dass ein Körper z. B. in jeder Minute denselben Weg durchläuft, während in den dazwischen liegenden kleineren gleichen Zeittheilen, den Secunden, die durchlaufenen Wege ungleich sind.

Der Secundenzeiger einer Uhr durchläuft in jeder Secunde einen gleichen Weg, er springt jedoch sehr rasch von einem Theilstriche des Zifferblattes auf den folgenden über, verharrt daselbst einen Augenblick in Ruhe, um dann auf den nächstfolgenden Theilstrich überzuspringen. Aehnlich verhält es sich mit einem schwingenden Pendel, welches ebenfalls zu jeder ganzen Schwingung eine gleiche Zeit gebraucht, ohne dass den einzelnen gleichen Unterabtheilungen dieser Zeit gleiche Wege entsprechen. Bewegungen dieser Art sind daher nicht als gleichförmige anzusehen.

Wenn man verschiedene gleichförmige Bewegungen mit einander vergleicht, so bemerkt man bald, dass sie sich durch eine grössere oder geringere Schnelligkeit unterscheiden: ein Eisenbahnzug bewegt sich schneller als das Dampfschiff, und dieses wieder schneller, als ein von einem Pferde gezogener Lastwagen. Die rasche oder langsamere Bewegung wird durch den Weg gemessen, welchen der Körper in der Zeiteinheit zurücklegt, wobei man in den meisten Fällen die Secunde als diese Zeiteinheit annimmt. Den Weg, den der Körper in der Zeiteinheit zurücklegt, nennt man die Geschwindigkeit der Bewegung. Wenn man z. B. sagt, ein Eisenbahnzug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 30 Fuss in der Secunde, so heisst das, er legt in der Secunde einen Weg von 30 Fuss zurück; ebenso sagt man, die Geschwindigkeit des Zuges sei $4\frac{1}{2}$ Meilen in der Stunde, wenn er in der Stunde einen Weg von $4\frac{1}{2}$ Meilen zurücklegt. Es ist hieraus ersichtlich, dass eine und dieselbe Geschwindigkeit eines bewegten Körpers sich durch verschiedene Zahlen ausdrücken lässt, je nachdem man verschiedene Zeiteinheiten zu Grunde legt. Wenn man daher die Geschwindigkeit eines Körpers angiebt, so muss ausser dem Wege allemal die Zeiteinheit, in welcher der Weg durchlaufen wird, ausdrücklich mit angegeben werden; man ist indessen darin übereingekommen, wenn keine andere Zeiteinheit ausdrücklich angegeben ist, die Secunde als solche vorauszusetzen.

15 **Ungleichförmige Bewegung.** Wenn die in den einzelnen aufeinander folgenden Zeiten durchlaufenen Wege ungleich sind, so ist die Bewegung ungleichförmig. Ein von der Höhe herabfallender Körper oder ein Bahnzug, den man zum

Stillstehen bringt, können als Beispiele einer ungleichförmigen Bewegung dienen.

Bei einer solchen Bewegung ist die Geschwindigkeit in jedem Momente eine andere; je nachdem sie in den aufeinander folgenden gleichen Zeiten zunimmt oder abnimmt heisst die Bewegung eine beschleunigte oder verzögerte. Von der Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung kann daher nur insofern die Rede sein, als man dieselbe für einen bestimmten Punkt der Bahn oder für eine ganz bestimmte Zeit auffasst. Denkt man sich, dass in einem bestimmten Augenblick die Veränderlichkeit der Bewegung aufhört, so wird der Körper von da an als beharrender Körper in gleichförmiger Bewegung fortgehen. Wenn man sich in einem Eisenbahnzuge befindet, der sich der Station nähert, so bemerkt man leicht, dass die Bewegung allmälig langsamer wird, die Geschwindigkeit also abnimmt. Wenn sie anfänglich 30 Fuss in der Secunde war, so sinkt sie nach und nach auf 25, 20, 10 Fuss u. s. w. herab, bis der Zug stillsteht, die Geschwindigkeit also Null wird. Wenn nun dieser Zug in einem bestimmten Momente eine Geschwindigkeit von 10 Fuss in der Secunde hat, so heisst das nicht, dass er in der Secunde wirklich 10 Fuss zurücklegt, sondern dass er diese Strecke in jeder folgenden Secunde zurücklegen würde, wenn während dieser Zeit keine Aenderung in seiner Geschwindigkeit erfolgte.

Man versteht daher bei der ungleichförmigen Bewegung unter der Geschwindigkeit, welche der Körper zu einer bestimmten Zeit oder in einem bestimmten Punkte der Bahn besitzt, denjenigen Weg, welchen er in der nächstfolgenden Zeiteinheit (Secunde) als beharrender Körper in gleichförmiger Bewegung zurücklegen würde, wenn jede Beschleunigung oder Verzögerung und damit die Veränderung der Geschwindigkeit aufhörte.

Drehende Bewegung, Winkelgeschwindigkeit. Eine 16
grosse Anzahl von Maschinentheilen kann sich nur so bewegen, dass sie sich um eine feste gerade Linie, ihre Achse, drehen. Dahin gehören z. B. die Schleifsteine, die Rollen, die gezahnten Räder, das Schwungrad u. s. w. Man nennt eine solche Bewegung Drehbewegung oder Rotation. Alle Punkte eines um eine feste Achse rotirenden Körpers, welche nicht in dieser Achse liegen, beschreiben Kreise, deren Mittelpunkte in der Achse liegen, und deren Halbmesser die senk-

rechten Abstände der Punkte von dieser Achse sind. Die Ebenen dieser Kreise stehen daher alle auf der Umdrehungsachse senkrecht und sind einander parallel. Je weiter die Punkte von der Achse entfernt sind, desto grösser sind die Kreisbogen, welche sie in derselben Zeit durchlaufen.

Denkt man sich von einem dieser Punkte eine Senkrechte auf die Richtung der Achse gezogen, so wird dieselbe bei der Drehung nach einander mit ihrer ersten Lage verschiedene Winkel bilden, und man sagt, der Körper habe sich von dem Anfange der Bewegung an um diese Winkel gedreht. Wenn die in den gleichen aufeinander folgenden Zeittheilen beschriebenen Winkel gleich sind, wie klein oder wie gross man auch die einzelnen Zeittheile wählen mag, so nennt man die Drehbewegung eine gleichförmige. In diesem Falle haben die verschiedenen Punkte des Körpers eine kreisförmige und gleichförmige Bewegung, und ihre Geschwindigkeiten haben dasselbe Verhältniss zu einander, wie ihre Entfernungen von der Drehungsachse oder wie die Halbmesser ihrer Bahnen.

Der Winkel, um den sich der Körper in der Einheit der Zeit dreht, heisst die Winkelgeschwindigkeit der Drehung. So sagt man von der Erde, die sich um eine durch ihre beiden Pole gehende Achse dreht, dass sie eine Winkelgeschwindigkeit von 15 Graden in der Stunde habe, womit man bezeichnet, dass eine Linie, welche man von irgend einem Punkte der Erde auf ihre Achse senkrecht zieht, in der Stunde einen Winkel von 15 Grad beschreibt.

Wenn die Bewegung einer Maschine so rasch erfolgt, dass es schwer ist, die Winkelgeschwindigkeit in der Secunde zu beobachten, so giebt man die Geschwindigkeit der Rotation durch die Anzahl der Umdrehungen an, welche die Maschine in der Zeiteinheit, der Secunde oder der Minute, macht. So sagt man z. B., dass ein Rad eine Geschwindigkeit von 300 Umdrehungen in der Minute oder von 5 Umdrehungen in der Secunde habe.

Sind bei der Rotation um eine feste Achse die in gleichen auf einander folgenden Zeiten beschriebenen Winkel nicht gleich, so ist die Drehbewegung eine ungleichförmige. Die Winkelgeschwindigkeit bei der ungleichförmigen Rotation in einem bestimmten Augenblicke ist dann derjenige Winkel, welcher in der nächstfolgenden Zeiteinheit beschrieben werden würde, wenn von da ab die Rotation eine gleichförmige wäre.

2. Allgemeine Bemerkungen über die Kräfte.

Es ist bereits in §. 3 gesagt worden, dass wir mit Kraft 17
Alles bezeichnen, was den Zustand eines Körpers verändert oder zu verändern sucht; Kräfte sind also auch die Ursachen, welche Bewegung hervorrufen, oder vorhandene Bewegungen abändern, oder welche dieses zu thun streben.

Wir unterscheiden verschiedene Arten von Kräften:

1. Die Schwerkraft. Wenn man einen mit der Hand festgehaltenen Körper loslässt, so fällt er zur Erde. Die Kraft, welche diese Bewegung veranlasst, nennt man die Schwerkraft; sie ist es, in Folge deren alle Körper unserer Umgebung von der Erde angezogen werden und herabfallen, wenn sie ihrer Unterstützung beraubt werden. Diese Kraft ist es auch, welche die Bewegung des Wassers in den Flüssen und Bächen hervorruft.

2. Die Molekularkräfte. Wenn man einem festen Körper eine andere Gestalt giebt, z. B. eine Stahlfeder biegt, ohne die Gränze der Elasticität zu überschreiten, so nimmt er, wenn er sich selbst überlassen wird, seine ursprüngliche Gestalt wieder an. Dabei bewegen sich die Moleküle des Körpers in Folge von gewissen inneren Kräften, welche bewirken, dass dieselben, sei es durch Annäherung oder durch Entfernung, wieder in ihre ursprünglichen Lagen zurückgelangen. Wenn man der zusammengepressten Luft gestattet, sich wieder auszudehnen, so dehnt sie sich wirklich aus; die Moleküle der Luft entfernen sich dann von einander in Folge von gewissen inneren Kräften. Es sind dies die Molekularkräfte, die in den Molekülen selbst ihren Sitz haben und theils anziehend, theils abstossend wirken. Jene nennt man Attractions-, diese Repulsivkräfte; die letzteren spielen bei den luftförmigen Körpern eine wichtige Rolle, und heissen dann auch wohl Expansivkräfte; sie sind es, welche im Wasserdampfe und in der erhitzten Luft thätig sind und dadurch die mächtige Kraft bilden, durch welche die Dampfmaschinen in Bewegung gesetzt werden.

3. Elektrische und magnetische Kräfte bewirken ebenfalls bald Anziehung, bald Abstossung. Wenn man eine Siegellack- oder eine Harzstange mit Tuch oder Pelz reibt, so zieht sie leichte Körperchen, wie Papierschnitzel, Hollundermark, an; ebenso zieht ein Magnet ein Stück Eisen an.

Wir werden uns mit diesen Kräften erst am Schlusse unseres Werkes näher beschäftigen, wenn von den elektromagnetischen Maschinen die Rede sein wird.

4. Die Kraft der Menschen und Thiere, wodurch die belebten Wesen ihre Gliedmaassen in Bewegung zu setzen und diese Bewegung auf andere Körper zu übertragen vermögen, bezeichnet man mit dem Namen der animalischen Kräfte; die Träger dieser Kräfte werden animalische Motoren genannt.

18 **Druck, Zug.** Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, so erzeugt sie nicht immer Bewegung. Ein Stein, der auf einem Tische liegt, bleibt in Ruhe, während doch die Anziehungskraft der Erde ihre Wirkung auf ihn ausübt; er würde ja sofort zu Boden fallen, wenn man den Tisch unter ihm wegzöge. Ein Stein, der an einem Faden aufgehängt ist, verharrt in Ruhe, ungeachtet er von der Erde angezogen wird; er würde in Folge dieser Anziehungskraft sofort zu Boden fallen, wenn man die Schnur durchschnitte. Wenn eine Kraft, die auf einen Körper wirkt, keine wirkliche Bewegung hervorbringt, so übt sie gegen denselben einen Druck oder einen Zug aus. Der auf dem Tische liegende Stein übt gegen seine Unterlage einen Druck aus; der am Faden aufgehängte Stein bewirkt einen Zug und dadurch eine Spannung des Fadens.

19 **Gewicht.** Wenn ein Körper, der bloss der Wirkung der Schwerkraft ausgesetzt ist, durch irgend einen Widerstand in Ruhe bleibt, so nennt man den Druck oder den Zug, den er gegen den Widerstand ausübt, das Gewicht des Körpers. Man muss sich wohl hüten, die Worte Schwere und Gewicht zu verwechseln: das Wort Schwere bezeichnet die allgemeine Ursache, die das Fallen der Körper bewirkt; mit dem Worte Gewicht aber bezeichnet man die ganz bestimmte Grösse, mit welcher diese allgemeine Kraft auf einen bestimmten Körper einwirkt.

Das Gewicht eines Körpers kann gemessen werden mit Hülfe des in Fig. 2 abgebildeten Instrumentes. Dasselbe besteht aus einem stählernen, in der Mitte zu einem Winkel gebogenen Bügel von einiger Biegsamkeit. An dem Ende des unteren Schenkels ist ein Bogen von Eisen oder Messing angesetzt, dessen Mittelpunkt in dem Scheitel des Winkels liegt und der durch eine Oeffnung in dem oberen Schenkel frei hindurchgeht. Das Instrument kann vermittelst eines an diesem Bogen befestigten Ringes aufgehängt oder mit der Hand festgehalten werden. Wie am unteren Schenkel ist auch am oberen ein eiserner Bogen befestigt, der durch eine Oeffnung im unteren Schenkel frei hindurchgeht und mit einem Haken versehen ist.

Hält man diese Vorrichtung mit dem Ringe fest und hängt einen Körper an den Haken auf, so werden dadurch die beiden elastischen Schenkel einander genähert, wie es die Fig. 3 zeigt. Werden nach einander verschiedene Körper an den Haken aufgehängt, so nähern sich die Schenkel das Winkels mehr oder weniger, je nachdem die Körper schwerer oder leichter sind. Bewirken die Gewichte zweier verschiedener Körper an dem Schenkel des Bügels gleiche Einbiegungen, so sind offenbar die Gewichte gleich gross. Werden zwei gleiche Gewichte gleichzeitig an den Haken gehängt, so bewirken diese eine grössere Einbiegung, als ein einzelnes dieser Gewichte gethan haben würde, und von jedem Körper, der dieselbe Einbiegung erzeugt, wie die beiden vorgenannten Gewichte zusammen, sagt man, dass er ein doppelt so grosses Gewicht besitze, als jedes einzelne von ihnen. Auf gleiche Weise sagt man von einem Körper, dass er ein drei-, viermal so grosses Gewicht habe, als ein anderer Körper, wenn er allein an dem Instrumente dieselbe Einbiegung hervorbringt, wie drei oder vier der letzteren Körper zusammen.

Fig. 2.

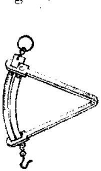
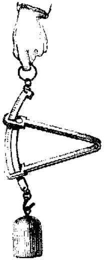


Fig. 3.



Das Gewicht eines Kubikcentimeters destillirten Wassers bei einer Temperatur, wo dasselbe seine grösste Dichtigkeit hat (4° C.), nennt man ein Gramm, und 500 solcher Gramme machen ein Pfund (deutsches Vereinsgewicht); es ist nun leicht, mit Hülfe des vorerwähnten Instrumentes zu bestimmen, wie viel Gramme oder Pfunde ein Körper wiegt; man hängt nämlich zuerst den Körper an den Haken auf und beobachtet die Stärke der Einbiegung; darauf hängt man an die Stelle des Körpers so viele Gramme oder Pfunde an den Haken, bis der

Bügel dieselbe Einbiegung erleidet, so hat man in diesen angehängten Grammen oder Pfunden das Gewicht des Körpers.

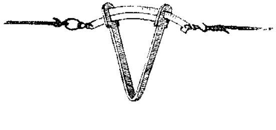
Der grösseren Bequemlichkeit wegen macht man auf dem äusseren Bogen, an welchem der Ring befestigt ist, durch einzelne Versuche ein- für allemal Theilstriche, welche angeben, wie weit der obere Schenkel herabgeht, wenn man ein, zwei, drei Pfunde, Loth oder Gramme an den Haken aufhängt; das Abwägen eines Körpers besteht dann bloss darin, dass man denselben an den Haken hängt und zusieht, bis zu welchem Theilstriche der obere Bügel herabgezogen wird.

Es ist klar, dass eine einzige Vorrichtung dieser Art nicht ausreicht, um das Gewicht sehr schwerer und sehr leichter Körper zu bestimmen. Ist das Gewicht zu gross, so wird dadurch die Gränze der Elasticität des Stahls überschritten, also eine bleibende Veränderung in der Form des Instrumentes hervorgerufen und dasselbe untauglich. Man nimmt daher, um kleine Gewichte zu bestimmen, sehr biegsame Stahlfedern, und wählt diese Federn in demselben Verhältnisse weniger biegsam, als die mit dem Instrumente abzuwägenden Gegenstände schwerer werden.

Die Gewichte, deren wir uns vorzugsweise bedienen werden, sind das **Pfund**, welches in 30 Loth à 10 Quentchen eingetheilt wird; 1 Quentchen hat 10 Cent, 1 Cent 10 Korn. Im Maschinenbau wie in der Technik überhaupt wird ausserdem sehr häufig das französische Gewicht gebraucht; die Einheit desselben ist das vorhin erwähnte **Gramm**; 1000 Gramme bilden ein **Kilogramm**; ein Kilogramm also ist gleich 2 Pfund.

20 **Maass der Kräfte; Dynamometer oder Kraftmesser.** Von welcher Art auch die Kräfte sein mögen, die einen Druck oder einen Zug hervorbringen, so lässt sich doch immer dieser Druck oder dieser Zug mit dem Gewichte eines Körpers vergleichen und in Pfunden angeben. Wenn ein Pfund an einem Seile zieht, um mittelst desselben einen daran befestigten Körper in Bewegung zu setzen, so kann man sich das Seil entzweigeschnitten denken und, wie Fig. 4 zeigt, das eine Ende an dem Ringe, das andere an dem Haken des vorhin beschriebenen Instrumentes befestigen. An der Zugkraft des Pferdes ändert sich dadurch nichts; der Zug

Fig. 4.



theilt sich dem Instrumente mit und der Stahlbügel wird eine Biegung erleiden; der Zug des Pferdes oder die Spannung des Seiles ist dann offenbar gleich einem Gewichte, welches, wenn es in der vorhin beschriebenen Weise an das Instrument befestigt würde, dieselbe Biegung der Stahlbügel hervorbrächte. Es kann daher die Zugkraft des Pferdes durch Ablesung an der Eintheilung des einen Schenkels in Pfunden ausgedrückt werden.

Als Maass einer Kraft nimmt man die Grösse des Druckes oder des Zuges an, welchen sie gegen einen Körper hervorbringt, der sich nicht von der Stelle bewegen kann; die Einheit dieses Druckes oder Zuges ist das Pfund oder das Kilogramm, je nachdem man den ganzen Effect der Kraft in Pfunden oder in Kilogrammen angeben will. Die Grösse der Anziehungskraft der Erde, welche das Fallen eines bestimmten Körpers bewirkt, wird daher durch das Gewicht dieses Körpers ausgedrückt, weil dieses den Druck des ruhenden Körpers gegen die Unterlage angiebt. Auf diese Weise kann jede Kraft ohne Ausnahme als Druck oder Zug angesehen und durch eine bestimmte Anzahl von Pfunden oder Kilogrammen ausgedrückt werden.

Fig. 5.

Fig. 6.

Um diese Pfunde oder Kilogramme zu bestimmen, kann man sich ausser der bisher beschriebenen Vorrichtung noch anderer ähnlicher Einrichtungen bedienen. In Fig. 5 und Fig. 6 (im verticalen Durchschnitt) ist eine solche abgebildet, welche aus einer elastischen Spiralfeder besteht; ein Cylinder ED umschliesst dieselbe, während in der Richtung der Achse ein Stab A hindurchgeht, gegen dessen unteres Ende sich die Feder stützt. Das obere Ende des Stabes trägt einen Ring C zur Aufhängung des Instrumentes, das untere Ende des Cylinders hat einen Haken H, an welchem der abzuwiegende Körper oder allgemein die zu messende Kraft wirkt. Cylinder und Stab sind unabhängig von einander und nur dadurch mit einander verbunden, dass sich das obere Ende der Spiralfeder gegen den Hals D des Cylinders stützt. Je nachdem eine grössere oder kleinere Kraft an dem unteren Haken wirkt, wird der Cylinder mehr oder weniger herabgezogen, und es tritt damit zugleich ein grösserer oder ein kleinerer Theil des Stabes aus dem Cylinder hervor. Hat man nun ein- für allemal durch Anhängung von immer grösseren Gewichten, etwa von 1 bis 100 Pfund, dem Stabe eine Eintheilung gegeben, so kann man damit die Grösse einer zwischen 1 und 100 Pfund liegenden Kraft sehr leicht durch Ablesung der aus dem Cylinder hervortretenden Theilstriche in Pfunden ausdrücken.

Noch anderer Art ist die in Fig. 7 abgebildete Vorrichtung. Sie besteht aus zwei an den Enden mit einander verbundenen Stahlplatten, von denen die eine einen Haken oder Ring zum Aufhängen des Instrumentes, die andere einen Haken als Angriffspunkt der zu messenden Kraft trägt. Je nachdem der auf den unteren Haken wirkende Zug grösser oder kleiner ist, entfernen sich die Mitten der beiden gebogenen Stahlplatten mehr oder weniger von einander. Gewöhnlich verbindet man mit diesen Mitten ein Hebel- und Zählwerk, um selbst die kleinsten Veränderungen in dem Abstande dieser beiden Mitten leicht und sicher ablesen zu können. Die Fig. 8

Fig. 7.

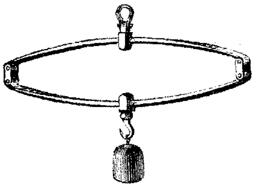
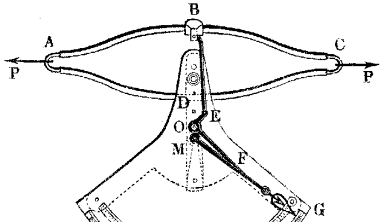


Fig. 8.



zeigt eine derartige Einrichtung nach Regnier. $ABCD$ ist der Stahlbügel, der entweder durch die in A und C wirkenden Kräfte P ausgezogen, oder durch Kräfte in B und D zusammengedrückt wird. Bei D ist der eingetheilte Kreissector DHG mit dem Stahlbügel fest verbunden; MG ist ein um M drehbarer und auf der Eintheilung hinlaufender Zeiger, gegen welchen in der Ruhelage das eine Ende F eines um O drehbaren Winkelhebels FOE sich so anstützt, dass der Zeiger auf Null steht. Der Punkt E ist mit B durch eine Schubstange BE gegliedert verbunden. Wird nun der Stahlbügel zusammengedrückt, so nähert sich Punkt B dem Punkte D, die Schubstange BE dreht den Winkelhebel EOF um O und der Arm OF verschiebt den Zeiger um eine der Grösse des ausgeübten Druckes entsprechende Strecke. Damit der Zeiger nach geschehener Einwirkung der Kraft seinen Stand beibehalte und eine bequeme Ablesung der Kraft auf der Scala stattfinden könne, wird derselbe auf der unteren Seite mit einem Tuchläppchen versehen, welches sich auf der Zeigerebene leicht reibt und den Zeiger verhindert, von selbst zurück zu gehen.

Es hat diese Vorrichtung vor der oben beschriebenen den grossen Vorzug, dass die Entfernung der Mitten der Stahlplatten in demselben Verhältnisse zu- oder abnimmt, wie die angehängte Last oder die zu messende Kraft. Wenn z. B. 1 Pfund die ursprüngliche Entfernung dieser Punkte um 1 Linie vergrössert, so ist die entsprechende Vergrösserung bei 2 Pfund auch 2 Linien, für 3 Pfund 3 Linien u. s. w.; es darf jedoch auch hier die Kraft eine gewisse Gränze nicht überschreiten.

Die im Vorstehenden beschriebenen Vorrichtungen, welche zum Messen der Kräfte dienen, heissen Dynamometer oder Kraftmesser.

Darstellung einer Kraft. An einer jeden Kraft ist Dreierlei zu unterscheiden: 21

1. der Angriffspunkt oder derjenige Punkt eines Körpers, auf welchen die unmittelbare Wirkung der Kraft stattfindet;
2. die Richtung, d. h. diejenige Richtung, nach welcher die Kraft den Angriffspunkt bewegen würde, wenn sie überhaupt Bewegung erzeugen kann; so ist die verticale Richtung die Richtung der Schwerkraft der Erde, weil

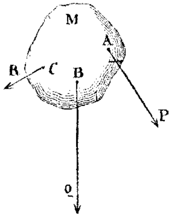
nach dieser Richtung unter der blossen Einwirkung der Schwere ein Körper frei fällt;

3. die Grösse, die Stärke oder die Intensität, d. h. die Anzahl von Pfunden oder Kilogrammen, welche nach dem Vorigen die Wirkung der Kraft als Druck oder Zug angiebt.

Die Richtung einer Kraft stellt man als eine gerade Linie dar, nach welcher sie den Angriffspunkt bewegt oder zu bewegen strebt. Die Grösse der Kraft kann man nach dem Vorigen in Zahlen angeben; man sagt z. B.: eine Kraft von 10 Pfund, von 5 Kilogrammen u. s. w.; es ist jedoch in vielen Fällen einfacher und vortheilhafter, die Grösse der Kräfte durch bestimmte Linienlängen darzustellen, welche man vom Angriffspunkte auf die Richtung der Kräfte abträgt. Hat man nur eine einzige Kraft, so ist es gleichgültig, von welcher Länge man die Strecke wählt, welche die Grösse der Kraft darstellen soll; sind aber mehrere Kräfte vorhanden, so müssen die verschiedenen Linien, welche diese Kräfte darstellen, dasselbe Verhältniss zu einander haben, wie die Kräfte.

Wenn in Fig. 9 auf den Körper M drei Kräfte wirken, welche in den Punkten A, B, C angreifen, so zieht man durch diese Punkte drei gerade Linien, welche ihre Richtung angeben, und schneidet dann von den Punkten A, B, C auf diesen Richtungen die Strecken AP, BQ, CR von solcher Grösse ab, dass sie dasselbe Verhältniss zu einander haben, wie die Kräfte. Gesetzt die in C wirkende Kraft sei 1 Pfund, auf A wirke die Kraft 2 Pfund, und auf B die Kraft 3 Pfund; stellt man nun die Kraft 1 Pfund durch die beliebig lang gewählte Linie CR von etwa 3''' dar, so muss die in A wirkende Kraft von 2 Pfund durch eine zweimal grössere, also 6''' lange Linie AP, die in B wirkende Kraft von 3 Pfund aber durch eine dreimal so grosse, also 9''' lange Linie BQ dargestellt werden. Um die Richtung, nach welcher eine Kraft wirkt, noch deutlicher zu bestimmen, begränzt man häufig die Linie, welche ihre Richtung angiebt, durch eine Pfeilspitze, wie es in der Fig. 9 angegeben ist.

Fig. 9.



3. Zusammensetzen und Zerlegen der Kräfte.

Mittelkraft oder Resultirende, Seitenkräfte. Wenn 22
mehrere Kräfte auf einen Körper wirken, so lässt sich in den meisten Fällen eine einzige Kraft finden, welche für sich allein dieselbe Wirkung erzeugt, welche die anderen Kräfte vereinigt hervorrufen würden. So kann man z. B. eine Ramme, welche durch zehn Menschen in Bewegung gesetzt wird, auch durch eine einzige Dampfmaschine treiben; eine einzige Locomotive vermag eine Last ebenso gut von der Stelle zu schaffen, als mehrere Pferde vereint dieses thun würden.

Die einzelne Kraft, welche statt mehrerer gleichzeitig wirkender Kräfte so angebracht werden kann, dass sie genau dieselbe Wirkung hervorbringt, wie jene zusammengenommen, heisst Mittelkraft oder Resultirende dieser Kräfte; letztere bezeichnet man dann mit dem Namen der Seitenkräfte. Die Bestimmung der Resultirenden aus den Seitenkräften nennt man das Zusammensetzen der Kräfte, während das umgekehrte Verfahren, statt der einen Mittelkraft zwei oder mehrere Seitenkräfte zu finden, das Zerlegen der Kraft genannt wird.

Gleichgewicht. Es kann der Fall eintreten, dass meh- 23
rere Kräfte auf einen Körper oder auf ein System von Körpern dergestalt einwirken, dass sich ihre Wirkungen gegenseitig aufheben und Alles sich so verhält, als ob die Kräfte gar nicht vorhanden seien. Man sagt dann, dass die Kräfte sich das Gleichgewicht halten, oder auch, dass der Körper, auf welchen die Kräfte wirken, im Gleichgewichte sei.

Man muss von dem Ausdruck Gleichgewicht das Wort Ruhe wohl unterscheiden. Letzteres bezeichnet überhaupt den Zustand eines Körpers, der seinen Ort im Raume nicht verändert, gleichviel ob auf den Körper Kräfte einwirken oder nicht; das Wort Gleichgewicht aber bezeichnet, dass ein Körper, auf den mehrere Kräfte einwirken, so in seinem Zustande verharrt, als ob diese Kräfte überhaupt nicht auf ihn einwirkten. Das Gleichgewicht von Kräften kann daher sowohl bei einem ruhenden, wie bei einem sich bewegenden Körper eintreten; denn denken wir uns, dass an einem Körper, der sich in Bewegung befindet, plötzlich noch ein System von Kräften angebracht werde, welche sich das Gleichgewicht halten, so wird, da die Wirkungen dieser Kräfte sich aufheben, der Körper fortfahren sich in derselben Weise, wie vorher, zu bewegen. Das Wort Gleichgewicht schliesst daher den Zustand der Bewegung nicht aus.

24 **Kräfte, die in derselben geraden Linie wirken.** Wenn auf einen Punkt A, Fig. 10, die drei Kräfte 3 Pfund, 5 Pfund und 6 Pfund nach einer und derselben Richtung AB wirken, so ist ihre Wirkung auf den Punkt A ebenso gross, als wenn drei Gewichte von 3, 5 und 6 Pfund an einem Faden AB aufgehängt würden, vorausgesetzt, dass die Richtung der Kräfte vertical sei. Nach dem Vorigen aber bewirkt ein einziges Gewicht von 14 Pfund in der Richtung AB dasselbe, als die drei Gewichte zusammen. Wenn daher eine beliebige Anzahl von Kräften, die alle in derselben Richtung wirken, an demselben Punkte angebracht sind, so ist die Mittelkraft derselben gleich der Summe der einzelnen Kräfte, und ihre Richtung ist dieselbe, wie die der einzelnen Kräfte.

Wenn auf einen Punkt zwei gleiche Kräfte zwar in derselben geraden Linie, aber nach entgegengesetzten Richtungen wirken, so heben sich dieselben offenbar auf oder halten sich das Gleichgewicht.

Fig. 10.

Fig. 11.

Wenn dagegen, wie in Fig. 11, auf einen Punkt A drei Kräfte von 3, 5 und 6 Pfund nach der Richtung AB, und zwei Kräfte von 4 und 7 Pfund nach der entgegengesetzten Richtung AC wirken, so kann man statt der drei ersteren Kräfte eine einzige Kraft von 14 Pfund nach der Richtung AB, und statt der zwei letzteren Kräfte ebenfalls eine einzige Kraft von 11 Pfund nach der Richtung AC anbringen.

Aber die Kraft von 14 Pfund kann betrachtet werden als zusammengesetzt aus 11 Pfund und 3 Pfund, welche beide nach der Richtung AB wirken; die erstere wird durch die nach der Richtung AC wirkende gleiche und entgegengesetzte

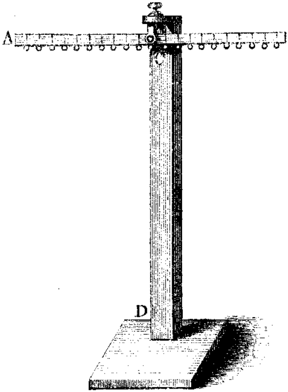
Kraft von 11 Pfund aufgehoben, so dass noch eine Kraft von 3 Pfund nach der Richtung AB übrig bleibt. Die Resultirende aus den fünf ersten Kräften ist also eine nach der Richtung AB wirkende Kraft von 3 Pfund.

Um daher mehrere in gerader Linie auf einen Punkt wirkende Kräfte, von denen einige nach der einen, die anderen nach der gerade entgegengesetzten Richtung wirken, zusammenzusetzen, bildet man zuerst die Summe aus den Kräften, welche nach der einen Richtung wirken, dann die Summe der entgegengesetzt wirkenden Kräfte, zieht die kleinere Summe von der grösseren ab, so erhält man in dem Reste die Grösse der Mittelkraft aus sämmtlichen Kräften. Die grössere Summe giebt zugleich die Richtung der Mittelkraft an. Wenn mehrere Kräfte, die in derselben geraden Linie auf einen Punkt wirken, verschiedene Angriffspunkte in dieser geraden Linie haben, so behandelt man sie gerade so, als wenn sie einen und denselben Angriffspunkt hätten; denn es ist klar, dass die Wirkung einer Kraft dieselbe ist, man mag sie in dem einen oder in dem anderen Punkte ihrer Richtung angreifen lassen, weil nichts hindert, dass man sich die einzelnen Punkte ihrer Richtung als fest mit einander verbunden denkt.

Parallele Kräfte von gleicher Richtung. Um zu zeigen, wie man mehrere Kräfte, die nach parallelen Richtungen wirken, zusammenzusetzen oder ihre Mittelkraft zu bestimmen habe, nehmen wir folgende Vorrichtung. Ein prismatischer Stab AB von Holz, Fig. 12 (a. f. S.), ist mittelst einer stählernen Schneide genau in seiner Mitte aufgehängt. Diese Schneide nämlich liegt auf zwei festen, stählernen Platten oder in zwei stählernen Ringen, welche an dem Stativ CD befestigt sind, so dass sich der Stab sehr leicht um den Punkt C drehen kann. Die Vorderseite dieses Stabes ist zu beiden Seiten des Aufhängepunktes durch zehn Theilstriche in elf gleiche Theile getheilt; unter einem jeden Theilstriche ist ein kleiner Ring angebracht, an welchem Gewichte aufgehängt werden können; letztere sind unten und oben mit kleinen Häkchen versehen, so dass auch die einzelnen Gewichte aneinander befestigt werden können. 25

Hängt man zwei gleiche Gewichte, z. B. 1 Pfund, an zwei Punkten des Stabes auf, die, wie in Fig. 13 (a. f. S.), gleiche Entfernungen vom Drehpunkte C haben, so wird derselbe seine horizontale Ruhestellung beibehalten. Dasselbe geschieht aber auch, wenn man, wie in Fig. 14, die beiden Gewichte aneinander unter dem Drehpunkt C aufhängt; auch wird in beiden Fällen der Druck der Achse auf ihre Unterlage gleich gross sein, was sich leicht mittelst eines der vorhin beschriebenen Dynamometer nachweisen lässt. Befestigt man nämlich die stählerne Schneide des Stabes AB an dem Haken eines solchen Instrumentes, so werden die angehängten Gewichte in dem einen wie in dem anderen Falle eine gleich grosse Einbiegung und also auch einen gleichen Druck hervorbringen.

Fig. 12.



Die auf den Stab Fig. 13 wirkenden Gewichte sind aber zwei gleiche und parallele, nämlich lothrecht wirkende Kräfte, und wir gelangen also zu dem Schlusse, dass zwei gleiche parallele Kräfte durch eine einzige Kraft von

Fig. 13.

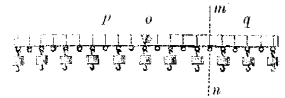
Fig. 14.

derselben Richtung ersetzt werden können, welche doppelt so gross ist als eine derselben, und die ihren Angriffspunkt genau in der Mitte derjenigen geraden Linie hat, welche die beiden Angriffspunkte der beiden einzelnen Kräfte verbindet.

An dem Stabe AB der Fig. 12 seien jetzt elf Gewichte, von denen jedes z. B. 1 Pfund wiegt, in gleichen Entfernungen von einander aufgehängt, so dass, wie in Fig. 15, eines derselben sich unmittelbar unter der Achse in o befindet. Der Stab wird bei dieser Art der gleichmässigen Belastung seine horizontale Stellung nicht ändern. Nimmt man nun zwei der Gewichte, die gleich weit von der Mitte entfernt sind, ab und hängt sie an das mittlere Gewicht unter der

Achse auf, so wird dadurch weder eine Aenderung in der horizontalen Lage des Stabes noch in dem Druck der Achse gegen ihre Unterlage hervorgebracht. Indem wir so fortfahren und in der angegebenen Weise nach und nach sämmtliche Gewichte in die Mitte des Stabes bringen, erhalten wir die in Fig. 16 dargestellte Andornung derselben, wo die elf Pfund, die vorher gleichmässig auf der ganzen Länge des Stabes vertheilt waren, alle in einer und derselben Richtung wirken. Es stellt also in einem solchen Falle ein einziges Gewicht, welches die Summe aller einzelnen Gewichte ist, die Mittelkraft der letzteren vor.

Fig. 15.



Nehmen wir wieder den Stab Fig. 15, an welchem die Gewichte gleichmässig vertheilt sind, und theilen die letzteren durch die Linie mn in zwei Gruppen, von denen die linke 8, die rechte 3 Pfund enthält. Die acht Gewichte der linken Gruppe lassen sich nach dem Vorigen durch ein einziges achtmal so grosses Gewicht in der Mitte p des links von mn liegenden Stabtheiles vereinigen, ebenso können die drei Gewichte der rechten Gruppe in ihrer Mitte q vereinigt werden. Der Stab zeigt dann die Einrichtung der Fig. 17, welche sich in ihrer Gesammtwirkung von der der Fig. 15 und 16 gar nicht unterscheidet.

Fig. 16.

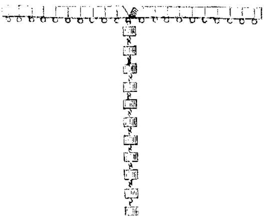
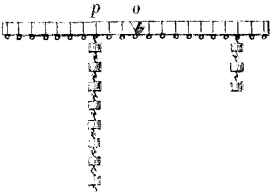


Fig. 17.

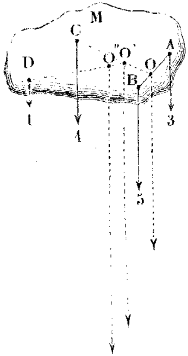


Zwei Gewichte also, von denen das eine 8 Pfund im Punkte p, das andere 3 Pfund im Punkte q angreift, bringen dieselbe Wirkung hervor, wie ein einziges Gewicht von 11 Pfund, das im Punkte o angehängt ist. Die Entfernung op enthält aber drei und die oq acht Theilungen des Stabes, so dass wir also zu folgendem Schlusse kommen:

Wenn zwei parallele Kräfte auf einen Körper wirken, so ist ihre Mittelkraft gleich der Summe der Kräfte. Die Richtung dieser Mittelkraft ist parallel zu der Richtung der Seitenkräfte, und ihr Angriffspunkt theilt die Verbindungslinie der Angriffspunkte der beiden Seitenkräfte in zwei Theile, welche im umgekehrten Verhältnisse zu der Grösse dieser Seitenkräfte stehen. Eine Anwendung dieses Satzes wird dieses sogleich noch klarer machen.

26 Auf einen Körper M, Fig. 18, wirken vier parallele Kräfte, von denen die eine 3 Pfund im Punkte A, die andere 5 Pfund in B, die dritte 4 Pfund in C und die vierte 1 Pfund in D angreift. Die beiden in A und B wirkenden Kräfte haben eine Mittelkraft von 8 Pfund. Um ihren Angriffspunkt in der Verbindungslinie AB zu finden, muss man diese Linie im umgekehrten Verhältnisse zu den Kräften 3 und 5 Pfund theilen, was am einfachsten geschieht, wenn man AB in acht gleiche Theile theilt und entweder von A aus fünf, oder von B aus drei Theile abzählt. Auf diese Weise erhält man den Theilpunkt O, welcher der Angriffspunkt der Mittelkraft von den in A und B wirkenden Kräften ist; diese Mittelkraft ist übrigens parallel zu den angenommenen Seitenkräften. In allen Fällen wird daher der Punkt O bestimmt durch die Proportion

Fig. 18.



$$OA : OB = 5 : 3.$$

An die Stelle der beiden Kräfte, die in A und B wirken, kann man daher auch die in O angreifende Mittelkraft setzen. Vereinigt man diese Kraft von 8 Pfund mit der dritten in C wirkenden Kraft von 4 Pfund, so erhält man eine Mittelkraft von $8 + 4 = 12$ Pfund, deren Angriffspunkt O' man auf die vorige Weise erhält und der bestimmt wird durch die Proportion

$$O' O : O' C = 1 : 8.$$

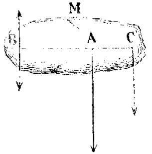
Setzt man nun noch in derselben Weise die in O' angreifende Kraft von 12 Pfund mit der in D wirkenden von 1 Pfund zusammen, so erhält man für die gegebenen vier Kräfte eine Mittelkraft von 13 Pfund, die zu den einzelnen Kräften parallel ist und deren Angriffspunkt O'' man durch die Proportion erhält

$$O'' O' : O'' D = 1 : 12.$$

Man sieht hieraus, wie man aus beliebig vielen parallelen und nach derselben Richtung wirkenden Kräften eine einzige Mittelkraft finden kann, und dass dieselbe immer gleich der Summe der einzelnen Kräfte ist.

Parallele Kräfte von entgegengesetzter Richtung. 27
Wenn auf einen Körper M, Fig. 19, an den Endpunkten der geraden Linie AB zwei parallele Kräfte in entgegengesetzter Richtung wirken, von denen die eine z. B. 11 Pfund in A, die andere z. B. 4 Pfund in B angreift, so lässt sich die Mittelkraft auf folgende Weise bestimmen: Die grössere der beiden Kräfte, 11 Pfund, kann man zusammengesetzt denken aus zwei anderen parallelen Kräften, von denen die eine gleich 4 Pfund im Punkte B, die andere gleich 7 Pfund in einem Punkte C angreift, dessen Lage man dadurch bestimmt, dass man die Linie AB über A hinaus verlängert und den Abstand AC durch die Proportion bestimmt:

Fig. 19.



$$AC : AB = 4 : 7.$$

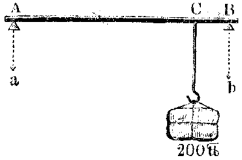
Wirken nämlich in B und C beziehlich die parallelen Kräfte 4 Pfund und 7 Pfund, so haben diese nach dem Vorigen ihre Resultirende in der in A wirkenden Kraft 11 Pfund, und umgekehrt kann also diese letztere Kraft 11 Pfund durch die beiden in B und C angreifenden parallelen Seitenkräfte ersetzt werden. In dem Punkte B hat man also zwei gleiche nach entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte, welche sich aufheben; es bleibt also nur noch die in C wirkende Kraft von 7 Pfund, welche die Mittelkraft aus den beiden gegebenen in A und B wirkenden Kräften ist.

Wenn zwei parallele und in entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte einander gleich sind, so giebt es keine einzelne Kraft, welche die beiden ersteren ersetzen kann; solche Kräfte, welche man ein Kräftepaar nennt, haben daher keine Mittelkraft.

28 Ist ein Körper der Einwirkung beliebig vieler paralleler Kräfte unterworfen, von denen einige in der einen, die anderen in der entgegengesetzten Richtung wirken, so sucht man zuerst die Mittelkraft der ersteren, darauf die der letzteren Kräfte und erhält so zwei parallele Mittelkräfte, die nach entgegengesetzter Richtung wirken. Nach dem vorigen Paragraphen setzt man nun diese beiden Mittelkräfte zu einer einzigen Kraft zusammen, welche dann die Resultirende des ganzen Kräftesystems ist. Diese letztere Zusammensetzung lässt sich immer ausführen, wenn die beiden erhaltenen Mittelkräfte nicht gleich sind; im andern Falle haben die anfänglich gegebenen Kräfte keine Resultirende. Zwei Zahlenbeispiele werden das in den Paragraphen 25 bis 27 Gesagte näher erläutern.

1. An einer horizontalen Stange AB, Fig. 20, die man einstweilen noch als gewichtlos ansehen kann, sei im Punkte C eine Last von 200 Pfund aufgehängt; wie viel haben die beiden Stützpunkte A und B zu tragen, wenn $AC = 6'$, $BC = 2'$ ist? Die Kraft 200 Pfund muss hier in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, deren Summe 200 Pfund ist und die sich zu einander verhalten umgekehrt wie die Abstände AC und BC oder wie die Zahlen 6 und 2. Man erhält daher die in A angreifende Seitenkraft a durch die Proportion:

Fig. 20.



$$a \text{ Pfd.} : 200 \text{ Pfd.} = 2 : 8$$

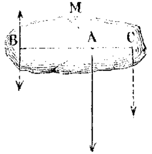
$$\text{also } a = \frac{400}{8} = 50 \text{ Pfd.}$$

$$\text{daher } b = 200 - 50 = 150 \text{ Pfd.}$$

Ebenso würde man verfahren, wenn man den Druck bestimmen wollte, den eine jede von zwei Personen, welche an einer Stange eine Last auf den Schultern tragen, auszuhalten hat.

2. An dem gewichtlosen Körper M wirken an den Endpunkten der geraden Linie $AB = 10$ Fuss, Fig. 21, zwei Kräfte nach entgegengesetzter Richtung; die Kraft in A sei 150 Pfund, die in $B = 50$ Pfd.; es soll die Resultirende und ihr Angriffspunkt C bestimmt werden. Nach §. 27 ist die Resultirende $150 - 50 = 100$ Pfd. und hat die Richtung der grösseren in A wirkenden Kraft. Zur Bestimmung des Punktes C hat man nun die Proportion:

Fig. 21.



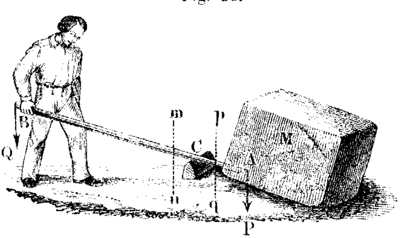
$$AC : AB = 50 : 100, \text{ also}$$

$$AC = \frac{50}{100} . AB = \frac{1}{2} . 10 \text{ Fuss} = 5 \text{ Fuss}.$$

Der Hebel. Bevor wir weiter gehen und die Zusammen- 29
setzung solcher Kräfte besprechen, deren Richtung einen Winkel mit einander bilden, wollen wir das Vorhergehende zur Aufsuchung des Gesetzes des Hebels benutzen; es wird uns dieses dann ein Mittel an die Hand geben, um auch für solche Kräfte die Resultirende zu finden, deren Richtungen nicht parallel sind.

Der Hebel ist eine Stange AB, Fig. 22, die dazu dient, um einen schweren auf dem einen Ende A ruhenden Körper M

Fig. 22.



in die Höhe zu heben, während man auf das andere Ende B der Stange einen Druck ausübt. Die Stange ruht bei C auf der Kante eines festen Körpers, so dass bei hinreichender

Grösse des Druckes in B eine Drehung um diesen Punkt, **Stützpunkt** genannt, erfolgen muss. Ist der Körper M schon ein wenig gehoben, und wird derselbe mittelst des Hebels in dieser Lage gehalten, so wirken auf den Hebel zwei Kräfte, von denen die eine der Druck des Körpers gegen das Ende A, der andere der in B ausgeübte Druck ist, welcher den Körper M verhindert zurückzufallen. Statt dieser beiden Kräfte, die als parallel angenommen werden, können wir eine einzige Mittelkraft setzen, die dieselbe Wirkung hervorbringt; es ist klar, dass, wenn der Hebel durch die in A und B thätigen Kräfte keine Bewegung annehmen soll, die Richtung dieser Resultirenden durch den Stützpunkt C gehen muss, denn fiele diese Mittelkraft rechts oder links von C, etwa in die Linie pq oder mn, so würde sie eine Drehung des Hebels um C nach rechts oder links hervorbringen. Für diesen Fall aber ist bereits am Schlusse des §. 25 gezeigt worden, dass die Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Entfernungen AC und BC, welche man die **Hebelarme** der Kräfte nennt, stehen müssen; es ist daher, wenn die in A und B wirkenden Kräfte mit P und Q bezeichnet werden, für den Zustand, wo der Hebel sich nicht dreht,

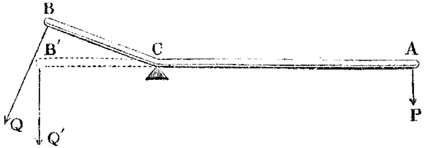
$$P : Q = BC : AC.$$

Ist daher BC 10mal, 100mal, 1000mal grösser als AC, so wird der Druck Q, den man in B ausüben muss, um das Gleichgewicht zu erhalten, auch 10mal, 100mal, 1000mal kleiner sein, als der in A ausgeübte Druck des Körpers M.

30 Der Hebel, auf welchen sich die vorstehenden Erörterungen bezogen, war ein **gerader** Hebel, und die daran wirkenden Kräfte waren **parallel**. Betrachten wir jetzt einen **gebrochenen** oder **Winkelhebel** ABC, Fig. 23, auf welchen zwei Kräfte P und Q senkrecht gegen die Richtung der Hebelarme CA und CB wirken. Nehmen wir an, dass der eine Arm CB nicht vorhanden und durch einen gleich langen Hebelarm CB' ersetzt sei, dessen Richtung durch die Verlängerung des Hebelarmes AC gebildet wird, so haben wir statt des Winkelhebels ACB den geraden Hebel ACB'. Bringt man nun im Punkte B' senkrecht zu CB' eine Kraft Q' gleich Q an, so ist die Wirkung dieser Kraft in Bezug auf ihr Streben, zu drehen und der in A wirkenden Kraft P das Gleichgewicht zu halten, offenbar dieselbe, wie es die Wirkung der

Kraft Q auf den Punkt B war. Aber für den Fall, dass die beiden auf den Hebel wirkenden Kräfte einander parallel sind, haben wir im vorigen Paragraphen die Beziehung aufgefunden, dass sich im Gleichgewichtszustande dieselben umgekehrt ver-

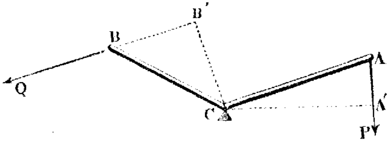
Fig. 23.



halten wie die Hebelarme, und da die in B auf den Hebelarm CB wirkende Kraft die Kraft P ebenso im Gleichgewicht hält, wie die in B' wirkende Kraft Q', so verhalten sich auch beim Winkelhebel, wenn er im Gleichgewicht ist und die Kräfte senkrecht zu den Hebelarmen stehen, diese Kräfte umgekehrt wie die Hebelarme.

Es kommt häufig vor, dass die an einem geraden oder Winkelhebel wirkenden Kräfte, wie in Fig. 24, nicht senkrecht zu den Hebelarmen stehen. Fällt man aber von dem Drehpunkte C, Fig. 24, auf die Richtung der Kräfte BQ und AP

Fig. 24.



die Senkrechten CB' und CA', so lassen sich die Hebelarme CB und CA, ohne dass dadurch das Gleichgewicht gestört werde, durch andere CB' und CA' ersetzen, die in der Richtung der gezogenen Senkrechten liegen; denn man kann sich die beiden Dreiecke CBB' und CAA' als starre Flächen denken, und dann ist es gleichgültig, ob die Kraft Q in B oder in B', und die Kraft P in A oder in A' angreift.

Nimmt man daher statt der ursprünglichen Hebelarme CB und CA die zu den Kräften senkrecht stehenden Hebelarme CB' und CA', so findet nach dem Vorigen Gleichgewicht statt, wenn die Kräfte sich umgekehrt verhalten wie die senkrechten Hebelarme, also wenn

$$P : Q = CB' : CA'.$$

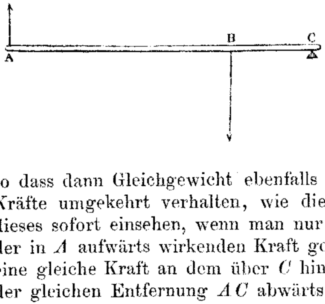
Bezeichnet man mit dem Namen Hebelarm einer Kraft die Senkrechte, welche man von dem Stütz- oder Drehpunkte des Hebels auf die Richtung der Kraft fällt, so kann man für alle Fälle das Gesetz des Gleichgewichtes am Hebel auf folgende Weise ausdrücken:

> Zwei an einem geraden oder Winkelhebel wirkende Kräfte halten sich das Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt verhalten wie die zugehörigen Hebelarme.

Das vorstehende Gesetz wurde zuerst von Archimedes (geb. 287 v. Chr.) aufgestellt, der dessen grosse Bedeutung erkannte und die ganze Wichtigkeit desselben in den Worten aussprach: „Man gebe mir einen Hebel und einen festen Stützpunkt, so hebe ich damit die ganze Welt“.

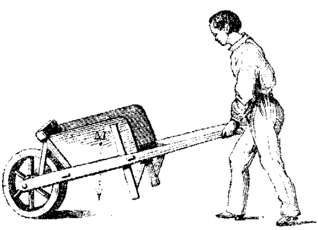
31 Wenn ein Hebel ABC, Fig. 25, seinen Drehpunkt C an einem seiner beiden Enden hat und die beiden Kräfte, welche in den Punkten A und B angreifen, zwar parallel sind, aber nach entgegengesetzten Richtungen wirken, so sind AC und BC als Hebelarme anzusehen, an deren Endpunkten die Kräfte thätig sind, so dass dann Gleichgewicht ebenfalls stattfindet, wenn sich die Kräfte umgekehrt verhalten, wie diese Hebelarme. Man wird dieses sofort einsehen, wenn man nur erwägt, dass die Wirkung der in A aufwärts wirkenden Kraft genau dieselbe ist, als wenn eine gleiche Kraft an dem über C hinaus verlängerten Hebel in der gleichen Entfernung AC abwärts wirkte.

Fig. 25.



Zu dieser Art von Hebeln gehört die Schiebkarre, Fig. 26. Der Dreh- oder Stützpunkt ist die Achse des Rades; die eine Kraft ist das Gewicht des auf der Schiebkarre befindlichen Körpers, welche etwa in M angreift und vertical abwärts wirkt, die andere Kraft ist die Resultirende aus den beiden Hebkräften, welche von der Hand des Menschen in der Richtung nach oben ausgeübt werden. In Fig. 27 sei C die Radachse; die Last Q, die in S angreift, sei 200 Pfund, die Strecke BO sei $=$ 1 Fuss, $AO = 2\frac{1}{4}$ Fuss; welche Kraft P, die in D angreift, hält diese Last auf der Schiebkarre im Gleichgewicht? Wir haben als Bedingung des Gleichgewichtes die Proportion:

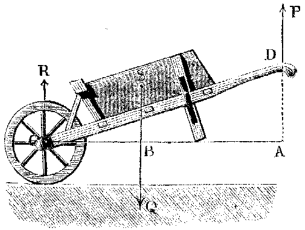
Fig. 26.



$$P : Q = BO : AO, \text{ oder}$$
$$P : 200 = 1 : 2\tfrac{1}{4}, \text{ also}$$
$$P = \frac{200}{2\frac{1}{4}} = 88\tfrac{8}{9} \text{ Pfund,}$$

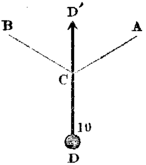
wobei selbstredend die Last der Karre nicht mitgerechnet worden ist. Man erkennt aus der obigen Proportion sofort, dass bei einer und derselben Last Q, P um so kleiner wird, je kleiner BO, oder auch je grösser AO wird; d. h. je näher die Last zu dem Rade hingerückt wird, oder auch je länger die Arme der Schiebkarre genommen werden, um so kleiner ist die Kraft, welche erforderlich ist, die Last zu heben. Das Rad an der Schiebkarre hat auf die Wirkung des Hebels keinen Einfluss; es dient, wie wir später sehen werden, bloss dazu, die Reibung des Stützpunktes auf dem Boden möglichst klein zu machen.

Fig. 27.



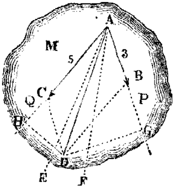
32 **Kräfte, welche auf einen Punkt nach verschiedenen Richtungen wirken.** Es ist leicht nachzuweisen, dass zwei Kräfte, die einen gemeinschaftlichen Angriffspunkt haben und nach verschiedenen Richtungen wirken, eine Resultirende haben müssen. Denken wir uns nämlich, eine Schnur ACB, Fig. 28, sei an ihren beiden Endpunkten A und B befestigt, und im Punkte C sei mittelst einer zweiten Schnur CD ein Gewicht von 10 Pfund aufgehängt. Das Gewicht giebt der Schnur CD eine verticale Richtung und verursacht in den beiden Schnüren CA und CB Spannungen, welche als Kräfte angesehen werden können, die im Punkte C nach den Richtungen CA und CB hin wirken. Diese beiden Kräfte halten der einen Kraft von 10 Pfund, die ebenfalls im Punkte C wirkt, das Gleichgewicht. Da nun dieser letzteren Kraft CD auch das Gleichgewicht gehalten wird durch eine Kraft von 10 Pfund, welche im Punkte C nach der entgegengesetzten Richtung CD' wirkt, so bringt diese Kraft CD' offenbar dieselbe Wirkung hervor, wie die beiden nach CB und CA thätigen Kräfte zusammen; also ist CD' die Resultirende der Kräfte CA und CB.

Fig. 28.



33 **Das Parallelogramm der Kräfte.** Es sei M, Fig. 29, ein Körper, auf den in demselben Punkte A zwei Kräfte P und Q von resp. 3 und 5 Pfund wirken, welche ihrer Richtung und Grösse nach durch die Linien AB und AC dargestellt sind. Um die Resultirende dieser beiden Kräfte zu finden, construire man das Parallelogramm $ABCD$, indem man durch B und C zu den Kraftrichtungen AC und AB Parallellinien zieht; die Diagonale AD wird dann die gesuchte Resultirende ihrer Richtung und Grösse nach darstellen.

Fig. 29.



Den Beweis dieses Satzes theilen wir in zwei Theile, und zeigen zuerst, dass die Resultirende der beiden gegebenen Kräfte nach der **Richtung** der Diagonale AD wirkt.

Wir haben ein einfaches Mittel, um zu erkennen, ob die Resultirende der Kräfte AB und AC die Richtung der Diagonale AD hat oder nicht; es besteht dieses in der Annahme, der Punkt D sei ein fester Punkt, so dass der Körper sich nur um diesen Punkt drehen könne. Wenn dann die Resultirende wirklich durch diesen Punkt D geht, so wird ihre Wirkung aufgehoben, da sie auf den festen Punkt, eben weil er fest ist, keine Bewegung hervorbringen kann; der Körper bleibt dann im Gleichgewicht, und ebendasselbe findet statt, wenn man statt der Resultirenden ihre Seitenkräfte P und Q setzt. Wenn dagegen die Resultirende der gegebenen Kräfte nicht durch D ginge, sondern rechts oder links von D, z. B. in die Linie AF oder AE fiele, so bliebe der Körper, wenn D fest ist, nicht im Gleichgewichte, da diese Resultirenden ihn nach rechts oder links zu drehen streben, und kein Grund vorhanden ist, warum sie ihn nicht wirklich drehen sollten. Die Seitenkräfte P und Q würden dann offenbar dasselbe thun und der Körper wäre unter ihrem Einflusse nicht im Gleichgewichte. Umgekehrt wird man also auch schliessen: wenn unter der Annahme, dass D ein fester Punkt ist, Gleichgewicht des Körpers besteht, so muss die Resultirende durch diesen Punkt gehen, wenn nicht, so geht sie auch nicht durch D.

Fällen wir nun vom Punkte D, der immer noch fest gedacht wird, die Senkrechten DG und DH auf die Richtungen der Kräfte AB und AC, so kann man sich dieselben als an einem Winkelhebel GDH wirkend vorstellen, dessen Stützpunkt D ist und dessen Hebelarme DG und DH sind. Nun sind aber die beiden Dreiecke DBG und DCH ähnlich, weil Winkel $DGB = DHC$ (als rechte Winkel), und Winkel $DBG = DCH$ (beide Winkel sind dem Winkel BAC gleich).

Man hat daher folgende Proportion:

$$CD : BD = DH : DG,$$

oder, da $CD = AB$, $BD = AC$ ist,

$$AB : AC = DH : DG, \text{ d. h.}$$

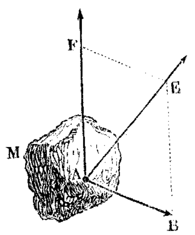
$$P : Q = DH : DG.$$

Die beiden Kräfte P und Q verhalten sich also umgekehrt, wie ihre Hebelarme, und daher ist nach dem Vorigen wirklich Gleichgewicht vorhanden; wir müssen daher auch weiter schliessen, dass die Resultirende der beiden Kräfte P und Q wirklich durch D gehen, und also ihre Richtung in der Diagonale AD desjenigen Parallelogramms liegen muss, welches aus den beiden Seitenkräften AB und AC construirt wird.

Da die Richtung der Resultirenden AD offenbar nur von der Richtung und von der Grösse der gegebenen Seitenkräfte AB und AC abhängen kann, die Grösse und die räumliche Ausdehnung des Körpers M, sowie die Beschaffenheit seiner einzelnen Punkte aber darauf ohne Einfluss ist, so war offenbar die Annahme, dass der Punkt D zufällig fest sei, gestattet, und die Resultirende wird auch dann noch durch D gehen, d. h. die Richtung der Diagonale AD haben müssen, wenn D nicht fest ist; ebenso ist es gleichgültig, ob der Punkt D innerhalb des Körpers M liegt oder nicht. Der erste Theil des obigen Satzes gilt daher allgemein für alle Fälle.

Gehen wir nun über zu dem Nachweise der zweiten Hälfte des Satzes, wonach die Resultirende der beiden Kräfte AB und AC auch der Grösse nach durch die Grösse der Diagonale AD bestimmt ist. Zu diesem Zwecke stellen wir uns vorher die Aufgabe, wenn, wie in Fig. 30, auf den Körper M im Punkte A zwei Kräfte in den Richtungen AB und AF wirken und sowohl die Richtung AE der Mittelkraft beider, wie auch die Grösse AB der einen Kraft bekannt ist, die Grösse der anderen nach AF wirkenden Seitenkraft zu bestimmen. Die vorigen Erörterungen geben uns die Auflösung leicht an die Hand. Wenn nämlich AE die Richtung der Resultirenden aus der Seitenkraft AB und einer nach AF wirkenden anderen Seitenkraft sein soll, so muss AE die Richtung der Diagonale eines Parallelogramms sein, worin AB und AF die Richtungen der Seiten sind. Da nun AB auch der Grösse nach die eine Parallelogramm-Seite ist, so kann ein solches Parallelogramm nur so gebildet werden, dass man durch B zu AF die Parallele BE bis zum Durchschnitt mit AE, und dann noch durch E eine Parallele EF

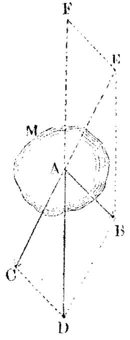
Fig. 30.



zu BA zieht. Es ist also AF die Grösse der einen Seitenkraft, welche im Vereine mit der andern Kraft AB zu einer Mittelkraft führt, deren Richtung in die gegebene Linie AE fällt.

Es seien nun in Fig. 31 AB und AC die beiden auf den Punkt A wirkenden Kräfte, deren Mittelkraft gefunden werden soll. Construirt man aus ihnen das Parallelogramm $ACDB$, so giebt die Diagonale AD, wie bereits gezeigt wurde, die Richtung der Mittelkraft an. Verlängert man AD unbestimmt weit über A hinaus, so wird eine nach dieser Richtung wirkende Kraft dann den beiden gegebenen Kräften AB und AC das Gleichgewicht halten, wenn sie der Grösse ihrer Mittelkraft gleich ist. Wir haben sonach drei Kräfte, AB, AC und eine nach AF wirkende noch näher zu bestimmende Kraft, welche sich das Gleichgewicht halten; es muss also auch jede von ihnen, z. B. AC, mit den beiden anderen, AB und der in AF thätigen Kraft im Gleichgewicht stehen. Verlängern wir AC über C hinaus beliebig weit und denken uns darin eine Kraft nach der Richtung AE, also entgegengesetzt AC wirkend, so hält AC dieser Kraft AE das Gleichgewicht, wenn $AE = AC$ ist; mithin, da AE auch den Kräften AB und der nach AF wirkenden Kraft das Gleichgewicht hält, muss AE die Richtung der Mittelkraft aus diesen beiden letzten Kräften angeben. Wir können nun leicht nach der vorigen Figur die Grösse der in AF thätigen Kraft finden, da wir die Richtungen der zwei Kräfte AB und AF, die Richtung AE ihrer Mittelkraft und die Grösse AB der einen Kraft kennen; zu dem Zwecke zieht man, wie vorhin, durch B zu AF die Parallele BE und durch E zu AB die Parallele EF; es bezeichnet dann AF die Grösse derjenigen Kraft, welche mit AB die in der Richtung AE wirkende Mittelkraft giebt. Hiernach hält also die Kraft AC den beiden Kräften AF und AB das Gleichgewicht, oder auch AF hält die beiden Kräfte AC und AB im Gleichgewicht. Wie leicht einzusehen, ist aber $AF = BE = AD$, als Gegenseiten eines Parallelogramms, und daher hält auch AF der ihr gerade

Fig. 31.



entgegengesetzten gleichen Kraft AD das Gleichgewicht; mithin haben die beiden Kräfte AC und AB zusammen genau dieselbe Wirkung als die eine Kraft AD, schliesslich ist daher AD die Mittelkraft aus den beiden Seitenkräften AC und AB.

Als Resultat der vorstehenden Untersuchungen erhalten wir daher folgenden höchst wichtigen Satz:

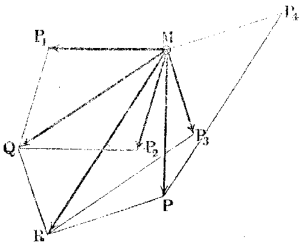
> Die Mittelkraft zweier auf einen Punkt nach verschiedenen Richtungen unter einem Winkel wirkender Kräfte wird ihrer Richtung und Grösse nach durch die Diagonale desjenigen Parallelogramms dargestellt, welches durch die beiden Seitenkräfte bestimmt wird.

Man nennt diesen Satz kurzweg den Satz des Kräfteparallelogramms.

34 **Zusammensetzen mehrerer Kräfte.** Wenn auf einen Punkt mehrere Kräfte nach verschiedenen Richtungen wirken, so erhält man die Mittelkraft auf folgende Weise: Man sucht zuerst die Mittelkraft aus zwei Kräften; dann setzt man diese Mittelkraft mit der dritten zusammen, verbindet die so erhaltene Mittelkraft mit der vierten der gegebenen Kräfte und fährt so fort, bis alle Kräfte zusammengesetzt sind und statt ihrer eine einzige Mittelkraft gefunden ist.

Wenn z. B. in Fig. 32 auf den Punkt M die Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 wirken, so construirt man aus P_1 und P_2

Fig. 32.

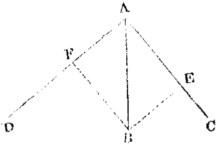


das Parallelogramm MP_1P_2Q und erhält dadurch in der Diagonale MQ die Mittelkraft Q aus P_1 und P_2; durch Verbindung von Q mit der Kraft P_3 gelangt man zu der Mittelkraft R, und wenn man endlich diese mit der letzten gegebenen Kraft P_4 zusammensetzt, erhält man in der Diagonale MP die Mittelkraft der vier gegebenen Kräfte.

Zerlegen einer Kraft. Es kommt häufig vor, dass man eine gegebene Kraft durch zwei andere Kräfte, deren Richtungen bekannt sind, ersetzen muss; man nennt dieses Verfahren das Zerlegen der Kraft. Man sieht leicht ein, dass man hier den entgegengesetzten Weg einzuschlagen hat, wie bei dem Zusammensetzen der Kräfte, und dass daher auch auf diese Fälle der Satz vom Parallelogramm der Kräfte Anwendung findet. 35

Wenn eine gegebene Kraft in zwei Seitenkräfte zerlegt werden soll, deren Richtungen nicht angegeben sind, so ist die Aufgabe offenbar eine unbestimmte, da zwar die gegebene Kraft die Diagonale eines Parallelogramms sein muss, zu einer und derselben Diagonale aber unzählig viele Parallelogramme construirt werden können. Wenn aber, wie in Fig. 33, die Richtungen AC, AD der beiden Seitenkräfte, in welche die gegebene Mittelkraft AB zerlegt werden soll, gegeben sind, so hat man nur durch den Endpunkt B der gegebenen Kraft zu diesen Richtungen die parallelen Linien BE und BF zu ziehen, und erhält dann in den Linien AE und AF die gesuchten Seitenkräfte.

Fig. 33.



Wenn statt der Richtungen der beiden Seitenkräfte ausser der zu zerlegenden Kraft AB noch die Richtung AC und die Grösse AE der einen Seitenkraft gegeben ist, so findet man die andere Seitenkraft, wenn man die Punkte B und E verbindet, und durch A zu BE, sowie durch B zu AC Parallellinien zieht; die Linie AF stellt dann die Richtung und Grösse der zweiten Seitenkraft dar.

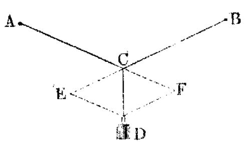
Beachtet man, dass in derselben Weise jede Seitenkraft wieder in zwei andere Seitenkräfte zerlegt werden kann, so wird klar, dass man jede gegebene Kraft in eine beliebige Zahl von Seitenkräften zerlegen kann.

Der Satz vom Parallelogramm der Kräfte, den man als den Fundamentalsatz der Mechanik ansehen kann, wurde zuerst von 36

Galilei bei seinen Untersuchungen über krummlinige Bahnen angewandt; erst 30 Jahre später wurde er von dem englischen Mathematiker Newton als das „zweite Gesetz der Bewegung" in seinem berühmten Werke „Principien der Naturphilosophie" aufgestellt. Die vielseitige Anwendung dieses Satzes fast in allen Theilen der Mechanik macht es nothwendig, dass wir schon hier einige Beispiele über das Zusammensetzen und Zerlegen der Kräfte anführen.

1. Ein Seil ACB, Fig. 34, ist an den beiden Enden A und B in gleicher Höhe befestigt und in seiner Mitte C ist ein Gewicht D von 100 Pfund aufgehängt; wie gross ist die Spannung, die das Seil in der Richtung AC oder BC in Folge des Gewichtszuges zu erleiden hat?

Fig. 34.



Man stelle den verticalen Zug des Gewichtes D durch die Linie CD dar; das Gewicht bringt in den Seilstücken CA, CB Spannungen hervor, die als Kräfte angesehen werden können, welche in C nach den Richtungen BC und AC wirken. Um die Grösse dieser Kräfte zu finden, verlängere man diese Linien über C hinaus und ziehe durch D zu den Linien AC und BC Parallellinien, so dass das Parallelogramm $CFDE$ entsteht, in welchem CD die Diagonale ist. Auf diese Weise ist der Zug CD des Gewichtes in die beiden Seitenkräfte CF und CE zerlegt, welche die Spannungen angeben, die das Seil auszuhalten hat. Man sieht leicht ein, dass die Stücke CE, CF sehr wohl grösser sein können als CD, und dass das Verhältniss derselben von der Grösse des Winkels ACB abhängt. Ergäbe eine Messung, dass CE etwa dreimal so gross wäre als CD, so würde die Spannung des Seiles AC, wenn das Gewicht D 100 Pfund beträgt, gleich 300 Pfund sein.

2. Zwei Stangen AB und AC sind bei A durch ein Charnier mit einander verbunden; an A ist eine horizontale Kraft P wirksam. Der Punkt B ist ein festes Widerlager, dagegen ist die unter C befindliche horizontale Unterlage beweglich, so dass das Ganze eine sogenannte Kniehebelpresse darstellt; es soll der Druck gefunden werden, welchen

der Zug P in verticaler Richtung gegen die horizontale Unterlage hervorruft.

In Fig. 36 bezeichnen dieselben Buchstaben dasselbe, wie in Fig. 35. Die Grösse des in A wirkenden Druckes P stelle man durch die Linie AP dar und zerlege diese Kraft zuerst

Fig. 35.

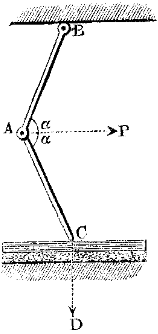
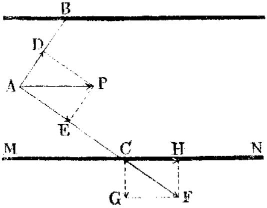


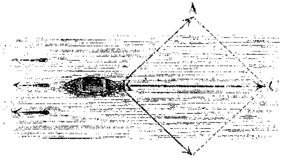
Fig. 36.



nach den beiden Richtungen AB, AC der Stangen. Construirt man zu diesem Zwecke über die Diagonale AP das Parallelogramm $ADPE$, so sind AD und AE die gesuchten Seitenkräfte, welche anstatt des Druckes AP zu setzen sind. Von der ersteren Kraft braucht hier nicht weiter die Rede zu sein; die Kraft AE aber bewirkt einen schiefen Druck in der Richtung der Stange AC gegen den Punkt C. Um die Grösse des verticalen Drucks zu finden, den dieser schiefe Druck gegen die Unterlage MN hervorbringt, verlängere man AC über C hinaus und denke sich, die Kraft AE wirke nicht als Druck, sondern als Zug auf den Punkt C; man hat daher die Kraft AE nach CF zu verlegen und $CF = AE$ zu machen. Die Kraft CF muss nun nochmals zerlegt werden in zwei Seitenkräfte CG und CH, von denen die eine, CG, senkrecht zu der Unterlage MN, die andere, CH, parallel dazu ist. An die Stelle der einen Kraft AE oder CF kann man dann die beiden Seitenkräfte CG und CH setzen, von denen die erstere, CG, die Grösse des gegen die Unterlage ausgeübten normalen Druckes darstellt. Eine zweimalige Zeichnung derselben Construction, wobei der Winkel BAC verschiedene Grössen hat, ergiebt sofort, dass die Grösse der Linie CG, also die Grösse des Druckes der Stange AC gegen die Unterlage nicht constant, sondern von der Grösse des genannten Winkels abhängig ist.

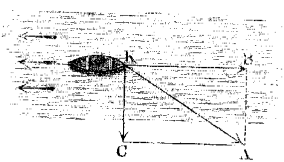
3. Soll ein Kahn K, Fig. 37, stromaufwärts gezogen werden an zwei Seilen, die in den Richtungen KA, KB nach dem Ufer gehen, und stellen KA, KB der Grösse nach die Kräfte dar, welche den Kahn ziehen, so giebt KC, die Diagonale des Parallelogramms $KACB$, die Kraft an, mit welcher der Kahn stromaufwärts bewegt wird.

Fig. 37.



4. Soll dagegen ein Kahn K, Fig. 38, an einem nach dem Ufer gehenden Seile KA stromaufwärts gezogen werden und stellt KA die Grösse der Zugkraft dar, so zerlegt man KA nach den beiden Richtungen KB, entgegen der Stromesrichtung, und KC senkrecht zu der Stromesrichtung. Die eine Seitenkraft KB giebt die Kraft an, welche den Kahn stromaufwärts treibt; die Kraft KC strebt den Kahn gegen das Ufer hinzudrängen, wird jedoch zum grössten Theile durch den grösseren Widerstand des Wassers gegen die breite Seite des Kahns aufgehoben.

Fig. 38.



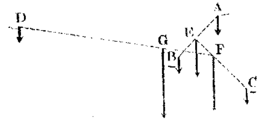
4. Der Schwerpunkt.

37 **Begriff des Schwerpunktes.** Ein fester Körper besteht aus der Verbindung sehr vieler einzelner Moleküle, welche in bestimmter Weise nebeneinander liegen und dadurch zu ein-

ander eine feste Lage haben. Auf jedes dieser Theilchen wirkt die Schwerkraft der Erde (§. 17, 1.) und erzeugt in Folge des Druckes, den es gegen die horizontale Unterlage ausübt, das Gewicht desselben. Die Gewichte der einzelnen Moleküle, aus denen der Körper besteht, bilden daher ebenso viele Kräfte, welche in den verschiedenen Punkten angreifen, wo jene Theilchen sich befinden. Die Richtung der Schwerkraft der Erde ist nach ihrem Mittelpunkt gerichtet; die Richtungen der Gewichte der einzelnen Moleküle eines Körpers haben daher dieselbe Richtung, welche man die verticale nennt, und laufen in dem Mittelpunkte der Erde zusammen. Wenn jedoch die Dimensionen eines Körpers nicht sehr gross sind, so kann man, ohne einen bemerkbaren Fehler zu begehen, die Richtungen dieser einzelnen Verticalen als parallel annehmen. Die Kräfte, von denen hier di Rede ist, wirken also alle nach einerlei parallelen Richtungen und müssen also unter allen Umständen eine Mittelkraft haben (§. 26). Die Richtung dieser Mittelkraft ist parallel zu den Richtungen der Seitenkräfte, also ebenfalls vertical, und ihre Grösse ist gleich der Summe der einzelnen Seitenkräfte, also gleich der Summe der Molekülgewichte, d. h. gleich dem Gewichte des Körpers.

Um diese Mittelkraft aus den Gewichten der einzelnen Moleküle zu bestimmen, kann man letztere, wie in §. 26 gezeigt worden ist, zusammensetzen. Denken wir uns z. B., der Einfachheit wegen, der Körper habe nur die vier Moleküle A, B, C, D (Fig. 39), deren Gewichte alle gleich $\frac{1}{100} = 0{,}01$ Loth sein sollen. Diese Gewichte werden durch die vier Verticallinien dargestellt, welche durch die genannten vier Punkte gehen. Die Mittelkraft aus den Gewichten A und B, welche gleich 0,02 Loth ist, hat ihren Angriffspunkt in der Mitte E zwischen A und B; die Vereinigung dieser Mittelkraft in E mit dem dritten Molekülgewichte in C führt zu einer neuen Mittelkraft von der Grösse 0,02 + 0,01 = 0,03 Loth, deren Angriffspunkt F in der Linie EC durch die Proportion

Fig. 39.



$$FE : FC = 0{,}01 : 0{,}02 = 1 : 2$$

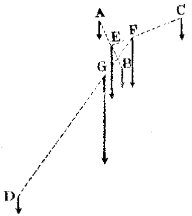
bestimmt wird, der Punkt F liegt also im Endpunkte des ersten Drittels der Linie EC von E aus gerechnet. Endlich setzt sich die in F wirkende, aus den drei Molekülgewichten A, B, C resultirende Mittelkraft von 0,03 Loth mit dem vierten in D thätigen Molekülgewichte zu einer letzten Mittelkraft von $0{,}03 + 0{,}01 = 0{,}04$ Loth zusammen, deren Angriffspunkt G in der Verbindungslinie FD durch die Proportion

$$GF : GD = 0{,}01 : 0{,}03 = 1 : 3$$

bestimmt ist. Diese letzte Mittelkraft ist also ihrer Grösse nach gleich der Summe aller Molekülgewichte des Körpers oder gleich dem Körpergewichte selbst, und hat, wie die einzelnen Molekülgewichte, eine verticale Richtung.

Bringen wir den Körper jetzt in eine andere Lage, Fig. 40, ohne dass dadurch weder die Lage der einzelnen Moleküle zu einander, noch die Grösse ihrer Gewichte geändert wird, so können wir, da die Kräfte der einzelnen Moleküle immer noch parallel sind, die Bestimmung ihrer Mittelkraft auf dieselbe Weise wiederholen. Verfahren wir dabei in derselben Ordnung, wie vorhin, so kommen wir nach einander wieder zu den Angriffspunkten E, F und G, welche in Bezug auf die Moleküle A, B, C, D genau dieselbe Lage haben, wie in der vorigen Figur.

Fig. 40.



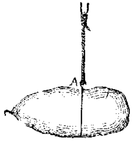
Wir ersehen daraus, dass die Lage G des Angriffspunktes der letzten Mittelkraft in Beziehung zu den einzelnen Molekülen des Körpers unverändert dieselbe ist, ob der Körper diese oder jene Lage hat. Auch ist leicht einzusehen, dass dieses Verhalten dasselbe bleibt für jede beliebige Anzahl von Molekülen, und auch dann noch besteht, wenn man denselben ungleiche Gewichte beilegt.

In allen Fällen also bleibt die Grösse der Mittelkraft und der einzelnen Molekülgewichte eines Körpers und die Lage ihres Angriffspunktes in Bezug auf die Lage der Moleküle dieselbe, welches auch die Lage oder die Stellung des Körpers sein mag.

Man nennt diesen Angriffspunkt, durch welchen die Mittelkraft der einzelnen Molekülgewichte eines Körpers gehen muss, den **Schwerpunkt** des Körpers.

Bestimmung des Schwerpunktes auf dem Wege des Versuchs. 38 Hängt man einen Körper mittelst eines Fadens an einem Punkte auf, wie Fig. 41 zeigt, so wird er in einer gewissen Lage in Ruhe kommen. Die Schwerkraft, welche den

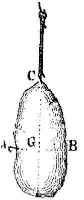
Fig. 41.



Körper vertical herabzieht, hat nach dem Vorigen ihren Angriffspunkt im Schwerpunkte; wenn daher der Körper nicht fällt, so muss die Schwerkraft durch eine ihr gerade entgegengesetzt gerichtete Kraft, welche ebenfalls durch den Schwerpunkt desselben gehen muss, aufgehoben sein. Diese in der Richtung des Fadens wirkende Kraft ist die Festigkeit des Fadens. Man schliesst daraus, dass die durch den Körper nach der Richtung des Fadens verlängerte Linie AB durch den Schwerpunkt gehen muss.

Befestigt man nun den Faden an einem andern Punkte des Körpers, so wird es auch jetzt, wie Fig. 42 zeigt, eine Lage geben, wo der Körper in Ruhe ist. Auch in diesem Falle

Fig. 42.



wird die Verlängerung des Fadens CD durch den Schwerpunkt des Körpers gehen, so dass der Schwerpunkt selbst der Durchschnittspunkt der beiden Linien AB und CD ist.

Das vorstehend beschriebene Verfahren, den Schwerpunkt zu bestimmen, könnte in der Anwendung schwierig erscheinen, weil man die Linien AB und CD im Inneren des Körpers nicht ziehen und sonach auch ihren Durchschnittspunkt nicht bestimmen kann; in vielen Fällen reicht jedoch dieses Verfahren aus, um einen Schluss auf die ungefähre Lage dieses Punktes zu machen. Will man z. B. den Schwerpunkt eines cylindrischen Rohres, Fig. 43, bestimmen, welches an dem einen Ende mit einem kugelförmigen Knopfe versehen ist, so liegt derselbe

Fig. 43.

auf der Achse des Rohres, da dieses in Bezug auf seine Achse durchaus symmetrisch ist. Um nun noch die Lage dieses Schwerpunktes genauer zu bestimmen, lege man es auf die scharfe Kante eines festen Körpers, wie es die Figur angiebt, und schiebe es so lange hin und her, bis man den Punkt gefunden hat, wo es in horizontaler Lage in Ruhe hommt und stehen bleibt. Der Schwerpunkt wird alsdann in dem Punkte der Achse liegen, welcher vertical über der scharfen Kante liegt.

Der Kürze wegen nennt man jede Linie, welche durch den Schwerpunkt eines Körpers geht, eine Schwerlinie, und jede durch den Schwerpunkt gehende Ebene eine Schwerebene.

39 **Schwerpunkt eines gleichartigen oder homogenen Körpers.** Die Materie, aus welcher ein Körper besteht, ist oft in dem ganzen Raume, den er einnimmt, gleichmässig vertheilt, so dass, wenn man ein bestimmtes Volumen dieser Materie, z. B. einen Kubikzoll, an irgend einer Stelle des Körpers nimmt, dasselbe überall ein gleich grosses Gewicht hat. In diesem Falle hängt die Lage des Schwerpunktes nur von der Gestalt des Körpers ab und die Bestimmung desselben ist eine rein geometrische Aufgabe.

Man versteht unter dem Mittelpunkte eines Körpers den Punkt, welcher jede gerade durch ihn gehende Linie, deren Endpunkte in der Oberfläche des Körpers liegen, in zwei gleiche Theile theilt. Es ist nun leicht einzusehen, dass, wenn ein homogener Körper einen Mittelpunkt hat, dieser mit dem Schwerpunkte des Körpers zusammenfällt. Daher liegt der Schwerpunkt eines Parallelepipeds, Fig. 44, in dem Durchschnittspunkte der beiden Diagonalen; der Schwerpunkt des geraden Cylinders, Fig. 45, oder des schiefen, Fig. 46, liegt in der Mitte seiner Achse; der Schwerpunkt einer Kugel so-

Fig. 44.

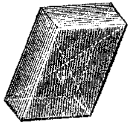


Fig. 45.

Fig. 46.

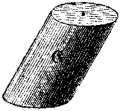
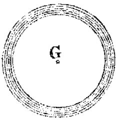


Fig. 47.



wie der eines Ringes, Fig. 47, liegt in ihren Mittelpunkten. Aus dem letzten Beispiele sieht man zugleich, dass der Schwerpunkt eines Körpers nicht immer in dem Raume zu liegen braucht, der von der Materie desselben ausgefüllt ist.

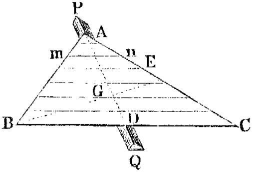
Auf den Fall, wo der Körper keinen Mittelpunkt hat, werden wir sogleich näher zurückkommen.

Schwerpunkt einer Fläche. Manchmal haben die Kör- 40
per, deren Schwerpunkte bestimmt werden sollen, in ihrer ganzen Ausdehnung eine gleiche Dicke, die zugleich im Verhältnisse zu ihren anderen Abmessungen sehr gering ist, so dass man sie unberücksichtigt lassen und den Körper nur als eine Fläche ansehen kann. Derartige Körper sind z. B. dünne Bretter, Eisenblech u. s. w. Wenn dieselben ausserdem noch homogen sind, so hängt die Lage ihres Schwerpunktes nur von der geometrischen Gestalt der Fläche ab, welche der Körper bildet. Unter dem Mittelpunkte einer Fläche versteht man den Punkt, welcher alle durch ihn gezogene gerade Linien, die von dem Umfange der Fläche begränzt sind, halbirt; es ist klar, dass der Schwerpunkt einer Fläche, welche einen Mittelpunkt hat, in diesem Mittelpunkte liegt. Der Schwerpunkt eines Kreises ist daher sein Mittelpunkt; der Schwerpunkt eines Parallelogramms, Fig. 48, liegt in dem Durchschnittspunkte G der beiden Diagonalen.

Um den Schwerpunkt eines Dreiecks ABC, Fig. 49, zu finden, beachte man, dass die Linie AD, welche die Spitze A mit der Mitte D der Grundlinie BC verbindet, alle Linien, welche

Fig. 48.

Fig. 49.



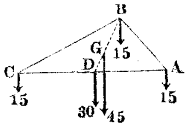
wie mn zu der Grundlinie parallel gezogen sind, halbirt. Denkt man sich das Dreieck durch solche Parallellinien in eine grosse Zahl von sehr schmalen Streifen getheilt, so dass jeder Streifen als eine Linie kann angesehen werden, so liegt der Schwerpunkt eines jeden Streifens in seiner Mitte. Die Mitten aller dieser Streifen liegen aber in der Linie AD; legt man nun das Dreieck so auf die scharfe Kante eines prismatischen Körpers PQ, dass es in allen Punkten der Linie AD unterstützt ist, so wird ein jeder der bezeichneten schmalen Streifen, wenn er für sich bestände und nicht mit den benachbarten Streifen verbunden wäre, sich im Gleichgewichte befinden, da er in seiner Mitte oder in seinem Schwerpunkte unterstützt, und dadurch die auf ihn wirkende Schwerkraft aufgehoben ist. Da aber ein solches Gleichgewicht für jeden Streifen besteht, so ist es auch dann noch vorhanden, wenn man den Zusammenhang zwischen den einzelnen Streifen wieder hergestellt denkt; das ganze Dreieck wird sich daher weder nach der einen, noch nach der anderen Seite von PQ neigen, und der Schwerpunkt des Dreiecks muss auf der Linie AD liegen; die Linie AD selbst ist also eine Schwerlinie.

Da aber aus demselben Grunde auch die Linie BE, welche die Spitze B mit der Mitte der Gegenseite AC verbindet, eine Schwerlinie ist, auf welcher der Schwerpunkt des Dreiecks liegen muss, so liegt der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks in dem Durchschnittspunkte G der beiden Schwerlinien AD und BE.

Nach einem Satze aus der Geometrie theilt der so bestimmte Punkt G die Linie AD in zwei solche Theile, dass der eine an der Dreiecksseite liegende Theil GD die Hälfte des an der Spitze liegenden Theiles GA ist. Der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt daher in der Linie, welche eine Spitze mit der Mitte der gegenüberstehenden Seite verbindet, und zwar im Endpunkte des ersten Drittels derselben von der Seite an gerechnet.

Mit Hülfe des eben gewonnenen Resultates lässt sich leicht folgende Aufgabe lösen: Drei Männer sollen ein homogenes, schweres Dreieck ABC, Fig. 50, tragen, indem jeder an einer Ecke desselben anfasst; es fragt sich, wer von ihnen am meisten und wer am wenigsten zu tragen hat? Das Gewicht des Dreiecks, welches 45 Pfund sein mag, ist als eine Kraft anzusehen, welche vertical abwärts gerichtet ist und im Schwerpunkte G des Dreiecks angreift. Nach dem Obigen geht die Verlängerung der Linie BG durch die Mitte D der Seite CA und das Stück GB ist das Doppelte des Stückes GD. Die Kraft von 45 Pfund, welche in G wirkt, kann daher in zwei parallele Seitenkräfte zerlegt werden, welche in B und D angreifen. Um die Grösse dieser Seitenkräfte zu erhalten, beachte man, dass ihre Summe 45 Pfund ausmachen und ausserdem die Beziehung bestehen muss, dass sie sich zu einander verhalten umgekehrt wie die Hebelarme GD und GB, oder wie die Zahlen 1 und 2. Die in B an-

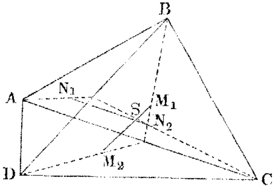
Fig. 50.



greifende Seitenkraft wird daher 15 Pfund, die in D wirkende 30 Pfund sein. Letztere Kraft aber, welche in der Mitte D von AC wirkt, kann wieder zerlegt werden in zwei parallele, also ebenfalls vertical abwärts gerichtete Kräfte, welche in A und C angreifen und von denen jede 15 Pfund beträgt. Das in G wirkende Gesammtgewicht des Dreiecks ist hiernach in drei gleiche Seitenkräfte zerlegt, die in den Ecken des Dreiecks angreifen, und von denen jede 15 Pfund beträgt. Von drei Männern also, welche ein homogenes, schweres Dreieck tragen, ist jeder gleich stark belastet, wie auch immer die Form desselben beschaffen sein möge.

Um den Schwerpunkt eines beliebigen ebenen Vierecks $ABCD$, Fig. 51, zu bestimmen, zerlege man es durch die Diagonale AC in zwei Dreiecke ABC und ADC, und bestimme nach dem Vorigen die Schwerpunkte M_1, M_2 dieser Dreiecke. Die Verbindungslinie $M_1\ M_2$ dieser Schwerpunkte ist dann offenbar eine Schwerlinie des Vierecks, auf welcher der Schwerpunkt desselben liegen muss. Theilt man nun das Viereck durch die Diagonale BD nochmals in die beiden Dreiecke ABD und CBD, bestimmt wieder die Schwerpunkte N_1 und N_2 dieser Dreiecke, und zieht die Verbindungslinie $N_1\ N_2$, so ist auch diese Linie wieder eine Schwerlinie des Vierecks, auf welcher der Schwerpunkt desselben liegen muss. Der Schwerpunkt S des Vierecks liegt also da, wo die beiden Schwerlinien $M_1\ M_2$ und $N_1\ N_2$ sich durchschneiden.

Fig. 51.

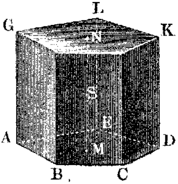


Um den Schwerpunkt irgend einer anderen ebenen geradlinigen Figur zu bestimmen, zerlege man dieselbe wie vorhin durch Diagonalen in Dreiecke und bestimme den Schwerpunkt jedes dieser Dreiecke. Denkt man sich nun in jedem dieser Schwerpunkte eine Kraft wirkend, welche das Gewicht des entsprechenden Dreiecks darstellt, so hat man schliesslich noch nach §. 37 die Mittelkraft aus allen diesen einzelnen parallelen

Kräften zu bestimmen; der Angriffspunkt dieser Mittelkraft ist zugleich der Schwerpunkt des Vielecks.

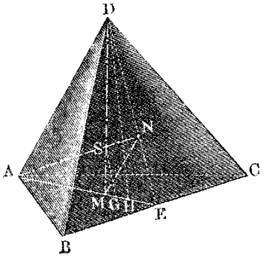
41 **Schwerpunkt eines homogenen Körpers, der keinen Mittelpunkt besitzt.** Um den Schwerpunkt eines homogenen Prismas $ADGK$, Fig. 52, zu bestimmen, denke man sich dasselbe in ähnlicher Art, wie dieses in §. 40 bezüglich des Dreiecks geschehen ist, durch Ebenen, die mit der Grundfläche parallel gezogen sind, in so dünne Scheiben zerlegt, dass man dieselben als Ebenen ansehen kann. Bestimmt man nun die Schwerpunkte aller dieser unter sich und mit den Grundflächen gleichen ebenen Durchschnitte, so findet man leicht, dass sie sämmtlich in der Linie NM liegen müssen, welche die Schwerpunkte N, M der beiden Grundflächen verbindet. Nimmt man die einzelnen Scheiben als gleich dick und in gleicher Entfernung von einander an, so haben sie alle gleiches Gewicht, und die einzelnen Schwerpunkte haben auf der Linie MN gleiche Abstände von einander. Der Angriffspunkt der Mittelkraft aus allen einzelnen, die gleichen Gewichte der Scheiben darstellenden, verticalen Parallelkräfte liegt daher in der Mitte S der Linie MN; der Punkt S ist daher der Schwerpunkt des Prismas.

Fig. 52.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide $DABC$, Fig. 53, wird in ähnlicher Weise erhalten, wenn man sich durch unendlich viele Ebenen parallel zur Grundfläche ABC die Pyramide in unendlich dünne Scheiben getheilt denkt. Die Geometrie weist dann leicht nach, dass die Verbindungslinie DM der Spitze D mit dem Schwerpunkte M der Grundfläche alle Schwerpunkte der einzelnen Scheiben enthält, dass folglich DM eine Schwerlinie der Pyramide ist. Ebenso kann man sich die Pyramide durch Ebenen, die zur Seitenfläche

Fig. 53.



DBC parallel gelegt werden, in unzählig viele dünne Scheiben getheilt denken, und man erhält dann in der Linie AN, welche die Ecke A mit dem Schwerpunkte N der Seitenfläche verbindet, eine zweite Schwerlinie der Pyramide. Der Schwerpunkt der Pyramide liegt daher in dem Punkte S, wo sich die beiden Schwerlinien DM und AN schneiden.

Da nach §. 40 $ME = \frac{1}{2}\, MA$, $NE = \frac{1}{2}\, ND$ ist, so ist

$$EM : MA = EN : ND = 1 : 2;$$

folglich ist die Linie MN parallel zu der Linie AD, und daher

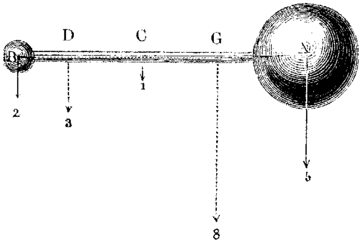
$$MN : AD = EM : EA = 1 : 3;$$

es ist also $MN = \frac{1}{3}\, AD$. Da nun $MN : AD = SM : SD$, so ist auch $SM = \frac{1}{3}\, SD$ oder $SM = \frac{1}{4}\, MD$.

Wir gelangen daher zu dem Satze: Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide liegt auf der Linie, welche die Spitze mit dem Schwerpunkte der Grundfläche verbindet, und zwar im Endpunkte des ersten Viertels dieser Linie, von der Grundfläche an gerechnet.

Schwerpunkt eines aus mehreren verschiedenartigen Theilen zusammengesetzten Körpers. Wenn man die Schwerpunkte und die Gewichte der einzelnen Theile eines zusammengesetzten Körpers kennt, so ist es nun leicht, den Schwerpunkt des ganzen Körpers zu bestimmen. Nehmen wir z. B. zwei verschieden grosse, homogene Kugeln A, B, Fig. 54, die durch einen cylindrischen, homogenen Stab verbunden sind; es wiege die grössere Kugel A 5 Pfund, die kleinere B 2 Pfund und die Verbindungsstange 1 Pfund. Der Schwerpunkt des ganzen Körpers ist der Angriffspunkt der Mittelkraft aus den einzelnen Molekülgewichten. Die Mittelkraft aus den einzelnen Molekülgewichten der Kugel A ist offenbar 5 Pfund und hat 42

Fig. 54.



ihren Angriffspunkt im Mittelpunkte A; die Zusammensetzung der einzelnen Molekülgewichte der kleineren Kugel B giebt auf gleiche Weise eine Mittelkraft von 2 Pfund, die ebenfalls im Mittelpunkte der Kugel angreift, während man sich die Molekülgewichte der Stange DC in ihrer Mitte C vereinigt denken kann und daher statt derselben die Mittelkraft von 1 Pfund mit dem Angriffspunkte C erhält. Alle diese einzelnen Kräfte haben parallele, nämlich verticale Richtungen. Man hat jetzt nur noch die Mittelkraft aus den drei parallelen Kräften 5 Pfund, 2 Pfund und 1 Pfund, deren Angriffspunkte in A, B, C liegen, und den Angriffspunkt derselben näher zu bestimmen, was nach dem Vorigen keine Schwierigkeit hat. Zu diesem Zwecke setze man zuerst die beiden in B und C angreifenden Kräfte von 2 und 1 Pfund zu einer Mittelkraft von 3 Pfund bezusammen, deren Angriffspunkt D auf der Linie BC so bestimmt wird, dass sich verhält:

$$DB : DC = 1 : 2.$$

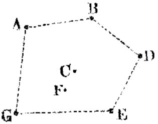
Hierauf setze man diese in D wirkende Kraft von 3 Pfund mit der in A wirkenden Kraft von 5 Pfund zu einer Mittelkraft von 8 Pfund zusammen, deren Angriffspunkt G auf dieselbe Weise bestimmt wird durch die Proportion:

$$GD : GA = 5 : 3;$$

der auf diese Weise erhaltene Punkt G ist der Schwerpunkt des ganzen Körpers.

43 **Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher sich auf eine horizontale Ebene stützt.** Damit ein schwerer Körper, der auf einer horizontalen Ebene, z. B. auf dem Boden, einem Tische u. s. w. liegt, seine Lage nicht verändere, also weder nach der einen noch nach der anderen Seite umfalle, müssen gewisse Bedingungen erfüllt werden, die sich aus den Gesetzen des Schwerpunktes herleiten lassen.

Fig. 55.



Ein solcher Körper stütze sich auf eine Ebene in den Punkten A, B, C, D, E, F, G, Fig. 55, deren Zahl beliebig gross sein kann. Man kann diese Punkte oder einen Theil derselben durch gerade Linien immer so verbinden, dass ein Vieleck entsteht, welches keine einspringende Ecken hat, in welchem also überstumpfe Winkel nicht vorkommen; es können dabei wohl Punkte übrig bleiben, die dann innerhalb des Vielecks liegen, wie in Fig. 55 die Punkte C, F, allein diese Punkte kann man bei der Bildung des Vielecks ausser Acht lassen. Die Wirkung der Schwere auf den Körper reducirt sich durch Zusammensetzung der einzelnen Molekulargewichte schliesslich auf eine Kraft, welche gleich dem Gewichte des Körpers ist und die ihren Angriffspunkt in dem Schwerpunkte desselben hat. Trifft die Richtung dieser Kraft die unterstützende Ebene in einem Punkte, welcher innerhalb des erwähnten Vielecks liegt, so bleibt der Körper stehen, wie man ihn auch stellen mag. Einem jeden von dem Körper auf seine Unterlage vertical abwärts ausgeübten Druck wirkt nämlich ein gleicher Gegendruck von unten nach oben entgegen; aus allen diesen von den einzelnen Stützpunkten ausgeübten Pressungen setzt sich eine einzige aufwärts gerichtete Mittelkraft zusammen, deren Angriffspunkt unter der obigen Voraussetzung immer in einem Punkte liegen muss, der sich innerhalb des aus den Stützpunkten gebildeten Vielecks befindet. Geht nun die Richtung der das Gewicht des Körpers darstellenden Kraft, welche eine durch seinen Schwerpunkt gezogene Verticallinie ist, durch diesen Punkt innerhalb des genannten Vielecks, so heben sich die beiden Kräfte, die Schwerkraft und der aufwärts gerichtete Druck der Stützfläche, einander auf, und der Körper verhält sich so, als ob er der Wirkung der Schwerkraft entzogen wäre.

Wenn dagegen die durch den Schwerpunkt des Körpers gezogene Verticallinie die Stützfläche in einem Punkte trifft, der ausserhalb des aus den Stützpunkten gebildeten Vielecks liegt, so muss die Schwerkraft, die in diesem Falle nicht durch eine gleiche Gegenkraft aufgehoben wird, den Körper umwerfen und ihn um eine seiner Kanten so weit drehen, bis er die so eben bezeichnete Lage angenommen hat.

Das Vermögen eines Körpers, seine Stellung auf einer horizontalen Stützebene der Wirkung der Schwerkraft gegenüber selbständig zu behaupten, nennt man die Standfähigkeit oder Stabilität des Körpers.

Ein schiefer Cylinder, Fig. 56 (a. f. S.), der mit einer seiner Grundflächen auf einem Tische steht, wird in seiner Stellung verharren, wenn die durch den Schwerpunkt G gehende Verticale den Tisch innerhalb der Grundfläche des Cylinders trifft. Ist jedoch der Cylinder, wie in Fig. 57 (a. f. S.), so geneigt, dass die durch den Schwerpunkt S gezogene Verticale SG die Stehfläche CD selbst nicht schneidet, so muss er nothwendig seitwärts umfallen.

Ein jeder kennt die Kinderspielzeuge, welche in den verschiedensten Formen aus einem Stück Hollundermark bestehen,

Fig. 56.

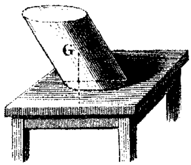
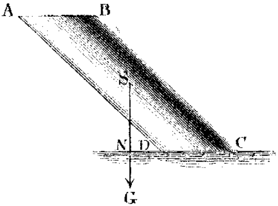
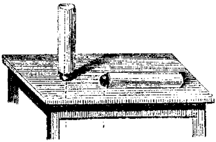


Fig. 57.



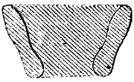
an dessen einem Ende eine Bleikugel befestigt ist. Wenn man dieselben, wie in Fig. 58, ihrer Länge nach auf einen Tisch legt, so richten sie sich von selbst auf und stellen sich vertical. Da nämlich das trockene Hollundermark sehr leicht, das Blei dagegen sehr schwer ist, so liegt der Schwerpunkt eines solchen Körpers im Inneren des Metallknopfes. Wenn derselbe nun der Länge nach auf einen Tisch gelegt wird, so trifft die durch seinen Schwerpunkt gezogene Verticale den Tisch in einem Punkte, der nicht in der Unterstützungsfläche der Figur liegt. Die Schwerkraft kommt daher in der Richtung dieser Verticalen zur Wirkung und dreht den Körper so, dass die verticale Schwerlinie zuletzt durch die Stützfläche geht; die Figur richtet sich daher unter der Einwirkung der nicht aufgehobenen Schwerkraft von selbst in die Höhe.

Fig. 58.



Damit ein aufrecht stehender Mensch sich in der Gleichgewichtslage befinde, muss die durch seinen Schwerpunkt gehende Verticale den Boden innerhalb des Vielecks treffen, das sich aus den Berührungspunkten der Füsse mit dem Boden bilden lässt. Die Form eines solchen Vielecks ist in Fig. 59 angegeben. Trägt der Mensch eine Last, so hat er, wenn er nicht fallen soll, seine Stellung so zu nehmen, dass der gemeinsame Schwerpunkt des Körpers und der Last die vorstehende Bedingung erfüllt.

Fig. 59.



Trägt, wie in Fig. 60, ein Mann eine Last auf dem Rücken, deren Schwerpunkt in s liegt, während der Schwerpunkt des Menschen im Inneren des Körpers, z. B. in G, liegt, so lassen sich die beiden in G und s angreifenden Gewichte des Körpers und der Last zu einer einzigen in dem gemeinsamen Schwerpunkte g angreifenden Mittelkraft zusammensetzen. Wenn nun die durch g gezogene Verticale $g g'$ den Boden in einem ausserhalb der Stehfläche liegenden Punkte g' trifft, so kann der Körper nicht stehen bleiben, er fällt vielmehr rückwärts zu Boden. Damit er mit der Last s beladen nicht falle, muss er sich, wie in Fig. 61, mit dem Oberkörper so weit vorn herüber neigen, dass der gemeinsame Schwerpunkt g nach vorn verschoben wird und die durch ihn gelegte Verticallinie $g g'$ innerhalb der Stehfläche den Boden schneidet. Aus demselben Grunde muss derjenige, der eine schwere Last vor sich hertragen will, sich rückwärts beugen.

Trägt, wie in Fig. 62, Jemand mit der linken Hand einen schweren Gegenstand, so dass die lothrechte Schwerlinie ausser-

Fig. 60.

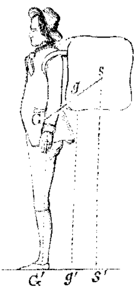
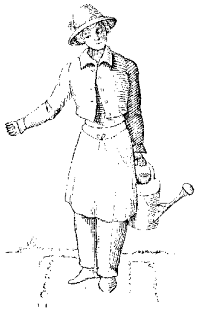


Fig. 61.

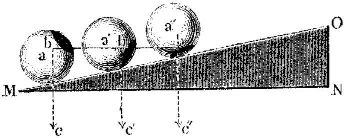
Fig. 62.



halb seiner Stehfläche den Boden trifft, so sucht er den gemeinsamen Schwerpunkt des Körpers und der Last durch Ausstrecken des rechten Armes zu verschieben und die verticale Schwerlinie in die Stehfläche zu bringen.

Ein hohler Cylinder a, Fig. 63 (a. f. S.), der an einer Seite im Inneren eine schwere Masse, z. B. Blei, enthält, hat seinen Schwerpunkt b nicht in seiner Achse, sondern innerhalb der Bleimasse oder doch in der Nähe derselben. Legt man ihn auf eine geneigte Ebene MO, so dass die lothrechte Schwerlinie bc nicht durch die Linie geht, in welcher der Cylinder auf der Ebene MO aufliegt, so kann er nicht im Gleichgewichte bleiben; da die Wirkung der Schwere in der Richtung bc sich äussern kann, so rollt er von selbst die geneigte Ebene hinauf, wobei sein Schwerpunkt b nach und nach immer tiefer kommt und zuletzt in eine Lage b'' gelangt, in welcher die lothrechte Schwerlinie $b''c''$ durch die Stützlinie geht.

Fig. 63.



Da die Stehfläche eines Seiltänzers die sehr kleine und schmale Fläche ist, welche sich zwischen seinen Füssen auf dem Seile befindet, so ist es schwierig, stehend auf dem Seile den Körper in einer solchen Lage zu erhalten, dass die durch den Schwerpunkt des Körpers gehende Verticale stets die kleine Stehfläche trifft. Eine kleine Bewegung des Körpers nach rechts oder links bringt eine Verschiebung des Schwerpunktes und damit eine Verrückung der lothrechten Schwerlinie hervor. Die Kunst des Seiltänzers besteht daher darin, dass er durch vielfache Uebung die Geschicklichkeit besitzt, bei jedem Gefühl des beginnenden Umfallens sofort den Körper so zu verschieben, dass den Bedingungen der Stabilität entsprochen werde. Da die Verschiebung des ganzen Körpers schwierig ist, so bedient sich der Seiltänzer in der Regel einer langen, an beiden Enden mit Kugeln versehenen Balancirstange, deren Schwerpunkt in der Mitte liegt und durch deren Verschiebung nach rechts oder links, nach vorn oder hinten der gemeinsame Schwerpunkt des Körpers und der Stange sehr leicht um jede noch so kleine Grösse verrückt und daher lothrecht über der Stehfläche erhalten werden kann.

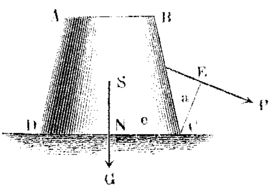
44 **Standfestigkeit.** Wir haben vorhin gesehen, dass ein Körper, der sich in mehreren Punkten auf einer horizontalen Fläche stützt, im Gleichgewichte steht, wenn die von seinem Schwerpunkte auf die Unterstützungsfläche gefällte Senkrechte diese Fläche innerhalb des aus den Unterstüzungspunkten gebildeten Vielecks trifft. Um den Körper aus dieser Ruhe-

lage durch Drehung um eine seiner Unterstützungskanten zu entfernen, muss eine Kraft angewendet werden, von deren Grösse es zum Theil abhängt, ob der Körper nur wenig aus seiner Lage entfernt, oder ob er dadurch zum Umfallen gebracht wird. Dreht man einen beliebigen Gegenstand, einen Stuhl, einen Tisch u. s. w. nur wenig um eine seiner Stützkanten und überlässt ihn dann sich selbst, so fällt er unter der blossen Einwirkung seines Gewichtes wieder in seine erste Stellung zurück. Entfernt man ihn aber aus dieser Lage weiter, bis die verticale Schwerlinie genau durch diese Stützkante geht und überlässt ihn dann sich selbst, so fällt er nicht mehr in seine anfängliche Stellung zurück, sondern er bleibt in dieser Lage stehen; es bedarf jedoch dann nur eines äusserst geringen Anstosses nach der einen oder der anderen Richtung, um zu bewirken, entweder dass er wieder in die erste Stellung zurückfällt, oder dass er ganz umstürzt.

Je grösser die Kraft ist, welche angewandt werden muss, um einen auf einer horizontalen Unterlage sich stützenden Körper so weit umzudrehen, dass er ganz umfällt, und je grösser die Drehung ist, die der Körper von seiner Ruhelage aus beschreibt, bis er in die Lage kommt, wo er eben beginnt von selbst umzufallen, desto grösser ist die Stand- oder Stehfestigkeit des Körpers.

Um zu untersuchen, wovon die Grösse der Stehfestigkeit abhängt, denken wir uns, dass eine Kraft P, Fig. 64, den Körper $ABCD$ umzuwerfen sucht, indem wir voraussetzen, dass ein Verschieben des Körpers auf seiner Unterlage auf irgend eine Weise verhindert werde. Die Kraft P sucht dann den Körper um die Kante C zu drehen, während das im Schwerpunkte S angreifende Gewicht G des Körpers in verticaler Richtung SG abwärts wirkt und die Drehung des Körpers zu verhindern strebt. In dieser

Fig. 64.



Weise wirken die beiden Kräfte P und G an einem Winkelhebel $PECNG$; fällen wir von der Drehkante C auf die Richtung der Kraft P die Senkrechte CE als Hebelarm, so halten sich nach §. 30 die beiden Kräfte P und G das Gleichgewicht, wenn $P : G = CN : CE$, oder wenn $P \,.\, CE = G \,.\, CN$ ist. Hieraus folgt, dass $P = G \cdot \frac{CN}{CE}$ ist.

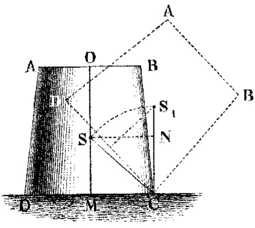
Ist die Kraft P nur wenig grösser, als das Product $G \cdot \frac{CN}{CE}$, so nimmt der Körper nothwendig eine Drehung um die Kante C an und verliert also seine Standfestigkeit.

Man sieht hieraus, dass die Standfestigkeit eines Körpers unter sonst gleichen Umständen um so grösser ist, je grösser sein Gewicht ist.

Denkt man sich in obigem Ausdruck das Gewicht G des Körpers unveränderlich, so ist klar, dass die Kraft P um so grösser werden muss, je grösser der Bruch $\frac{CN}{CE}$ ist. Dieser Bruch wird aber um so grösser, je grösser bei gleichbleibendem Nenner CE der Zähler CN wird. Es folgt also hieraus weiter, dass die Standfestigkeit eines Körpers unter sonst gleichen Umständen um so grösser ist, je weiter der Punkt N, wo die verticale Schwerlinie SG die Unterstützungsfläche schneidet, von der Drehkante C entfernt ist.

Es wird zwar der Bruch $\frac{CN}{CE}$ auch um so grösser, je kleiner bei gleichbleibendem Zähler CN der Nenner CE wird, woraus allerdings folgt, dass die Kraft P um so wirksamer ist, je höher ihr Angriffspunkt liegt, allein mit der absoluten Standfestigkeit des Körpers hat diese Entfernung CE als nicht zum Körper gehörig nichts zu thun.

Fig. 65.



Dagegen zeigt die Fig. 65, dass die Lage des Schwerpunktes S im Körper von grossem Einflusse auf die Standfestigkeit ist. Dreht man nämlich den Körper $ABCD$ um die Kante C bis in die punktirt gezeichnete Lage $ABCD$, wo die verticale Schwerlinie $S_1 C$ genau in die Drehkante eintrifft und der auf dem Kreisbogen SS_1 von S nach S_1 vorgerückte Schwerpunkt vertical über der Umdrehungskante

C liegt, so wird die Grösse der von dem Körper gemachten Drehung durch den Winkel SCS_1 gemessen, und die Standfestigkeit des Körpers ist um so grösser, je grösser dieser Winkel ist. Nun aber macht der Winkel SCS_1 nebst dem Winkel SCM stets einen rechten Winkel; es ist folglich Winkel SCS_1 um so grösser, je kleiner Winkel SCM ist. Bei gleich bleibender Seite MC wird aber offenbar der Winkel SCM im rechtwinkligen Dreieck CMS um so kleiner, je näher S bei M liegt. Es wird daher Winkel SCS_1 oder die Drehung des Körpers, also auch die Standfestigkeit desselben um so grösser, je näher der Schwerpunkt S der Unterstützungsfläche liegt.

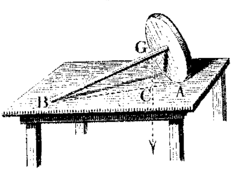
Aus dem ersten der vorstehenden Sätze über die Standfestigkeit eines Körpers folgt, dass ein mit schweren Gegenständen, Metallen, Sand u. s. w. beladener Wagen nicht so leicht umgeworfen wird, als wenn er eben so hoch mit leichten Materialien, Heu, Wolle u. s. w. beladen wird, sowie, dass Säulen, Monumente u. s. w. von Eisen und Stein fester stehen, als hölzerne. — Aus dem zweiten Satze folgt, dass Gegenstände um so fester stehen, je grösser ihre Unterstützungsfläche ist. Man schweift daher die Füsse der Tische, Stühle u. s. w. aus, giebt den Wagen eine angemessen grosse Spurweite, versieht Candelaber, Kleiderstöcke und andere Möbel von grösserer Höhe mit grossen Grundflächen. — Der dritte Satz erklärt endlich, warum man eine grössere Standfestigkeit erhält, wenn man beim Verpacken eines Wagens die schweren Gegenstände zu unterst, die leichteren Frachtstücke hingegen zu oberst unterbringt; warum man die Fussgestelle der Tafellampen, der Leuchter und solcher Gegenstände, die sonst dem Umfallen leicht ausgesetzt sind, mit Blei ausfüllt u. s. w.

Pressungen, welche auf die Stützpunkte ausgeübt werden. 45 Ein schwerer Körper, welcher auf einer horizontalen Ebene ruht, übt gegen alle Punkte, in denen er sich stützt, einen gewissen Druck aus, der in allen Fällen bestimmt werden kann, wenn die Zahl der Stützpunkte nicht mehr als drei beträgt.

Wenn der Körper sich auf der horizontalen Ebene nur in einem Punkte stützt und dabei im Gleichgewichte sich befindet, so ist klar, dass der in diesem einen Punkte ausgeübte Druck gleich dem Gewichte des Körpers ist.

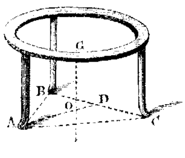
Nehmen wir als Beispiel eines Körpers, der zwei Stützpunkte hat, den in Fig. 66 abgebildeten Körper, welcher aus einer kreisförmigen Scheibe und einem cylindrischen, in dem Mittelpunkte der Scheibe senkrecht zu ihrer Fläche befestigten Stabe besteht. Liegt dieser Körper auf der Seite, so hat er die beiden Stützpunkte A und B, und der Zustand des Gleichgewichtes bedingt, dass die durch den Schwerpunkt G gezogene Verticale GC die Tischebene in einem Punkte C der Linie AB trifft. Das Gewicht des Körpers ist eine Kraft, welche in G angreift und in der Richtung der Verticallinie GC wirkt; man kann daher ihren Angriffspunkt nach C verlegen und das Gewicht selbst in zwei Seitenkräfte zerlegen, die in A und B angreifen. Diese Zerlegung ist nach dem Vorigen leicht auszuführen; man hat nur nöthig, das Gewicht des Körpers in zwei Theile zu theilen, die sich zu einander verhalten wie die Längen der Linien CB und CA. Wäre z. B. das Gewicht des Körpers 12 Pfund und verhielte sich CA zu CB wie 1 zu 3, so würde der auf den Punkt A ausgeübte Druck 9 Pfund, der Druck gegen B aber 3 Pfund betragen.

Fig. 66.



Wenn sich ein Körper in drei Punkten A, B, C, Fig. 67, die nicht in einer geraden Linie liegen, auf eine Ebene stützt, so lassen sich die auf diese Punkte ausgeübten Pressungen auf folgende Weise bestimmen. Wenn sich der Körper, wie angenommen ist, im Gleichgewicht befindet, so muss die durch den Schwerpunkt G gehende Verticallinie die Ebene ABC in einem Punkte O schneiden, welcher innerhalb des Dreiecks ABC liegt. Auch in diesem Falle kann man den Angriffspunkt G des Gewichtes in den Punkt O verlegen und das Gewicht in zwei vertical abwärts gerichtete Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in A, die andere in D angreift. Auf diese Weise erhält man schon den Druck in A; zerlegt man die in D wirkende Kraft ebenfalls in zwei verticale, in B und C angreifende Seitenkräfte, so erhält man die Pressungen, welche von dem Gewichte des Körpers auf die beiden anderen Stützpunkte ausgeübt werden.

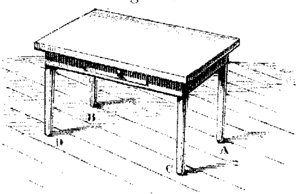
Fig. 67.



Ein Zahlenbeispiel wird dieses noch näher erläutern. Das Gewicht des Körpers sei 60 Pfund, $OA = 3$ Zoll, $OD = 1$ Zoll, $DC = DB$. In O wirkt dann die Kraft von 60 Pfund; die in A und D wirkenden Pressungen verhalten sich umgekehrt wie die Stücke OA und OD, also wie die Zahlen 1 und 3; daher ist der Druck gegen A 15 Pfund und gegen D 45 Pfund. Da $DB = DC$ ist, so erhält jeder der Punkte B und C die Hälfte des Drucks von 45 Pfund, also einen Druck von $22\frac{1}{2}$ Pfund.

Wenn sich dagegen ein Körper in drei eine gerade Linie bildenden Punkten oder in mehr als drei Punkten auf eine Ebene stützt, so ist es nicht mehr möglich, aus der Lage des Schwerpunktes die Grösse des in jedem Stützpunkte stattfindenden Druckes zu bestimmen. Ein Tisch z. B. stütze sich mit seinen vier Füssen in den Punkten A, B, C, D, Fig. 68, auf den Fussboden. Denkt man sich, der Fussboden sei in den Punkten A und D fest, dagegen in den Punkten B und C beim geringsten Drucke nachgebend, so wird das ganze Gewicht des Tisches fast ganz von den Punkten A und D getragen. Denkt man sich dagegen die Punkte B und C fest, und A und B nachgebend, so wird jetzt fast das ganze Gewicht auf den Punkten B und C ruhen, während A und B fast gar keinen Druck erleiden. Die Vertheilung des Drucks auf die vier Stützpunkte hängt also noch von ganz anderen Bedingungen, als von der Lage des Schwerpunktes ab. In allen Fällen also, wo mehr als drei Stützpunkte vorhanden sind, lässt sich der Druck auf die einzelnen Punkte nicht bestimmen; man kann in einem solchen Falle höchstens sagen, dass die Summe aller Pressungen, welche die einzelnen Stützpunkte erleiden, gleich dem Gewichte des Körpers ist.

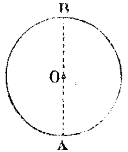
Fig. 68.



Gleichgewicht eines schweren Körpers, der sich nur um eine horizontale Achse drehen kann. Wenn ein Körper keine andere Bewegung als die Drehung um eine horizontale Achse annehmen kann, wie z. B. ein Wasserrad, ein Schleifstein u. s. w., so spielt die Lage des Schwerpunktes 46 eine sehr bedeutende Rolle. Liegt dieser Punkt genau in der geometrischen Achse oder in derjenigen geraden Linie, um welche die Umdrehung erfolgt, so befindet sich der Körper in jeder Stellung im Gleichgewichte. Die Richtung der Schwerkraft, welche allein auf den Körper wirkt, geht nämlich in diesem Falle durch einen festen Punkt, so dass die Wirkung dieser Kraft aufgehoben wird und der Körper sich so verhält, als wenn er der Schwerkraft der Erde entzogen wäre.

Liegt dagegen der Schwerpunkt ausserhalb der Drehungsachse des Körpers, von dem wir annehmen, dass nur die Schwerkraft auf ihn wirke, so giebt es nur noch zwei Stellungen, in denen er im Gleichgewicht sein kann. Lässt man einen solchen Körper sich wirklich drehen, so beschreibt jeder Punkt, also auch sein Schwerpunkt, einen Kreis, Fig. 69, dessen Mittelpunkt in der Drehungsachse O liegt, und dessen Halbmesser die Entfernung des Schwerpunktes von der Achse ist. Der Körper kann sich dabei nur dann im Gleichgewichte befinden, wenn die durch den Schwerpunkt gehende Verticallinie die feste Drehungsachse trifft, und dieses ist nur dann der Fall, wenn der Schwerpunkt sich entweder in dem höchsten Punkte B oder in dem tiefsten Punkte A des von ihm beschriebenen Kreises befindet; im ersten Falle liegt nämlich der Schwerpunkt vertical über, im andern vertical unter der Achse O, also jedesmal so, dass die verticale Schwerlinie BO oder AO die feste Achse trifft. In jeder andern Lage des Schwerpunktes wird die Schwerkraft denselben herabziehen, und dadurch den Körper nach der rechten oder der linken Seite drehen.

Fig. 69.



Aus dem Vorstehenden ergiebt sich, dass ein Körper, der sich um eine Achse dreht, in drei Fällen im Gleichgewicht sein kann, und zwar:

1. wenn der Schwerpunkt genau in der Umdrehungsachse liegt. Der Körper befindet sich dann in jeder Stellung im Gleichgewichte — man nennt dieses das indifferente Gleichgewicht;
2. wenn der Schwerpunkt vertical über der Umdrehungsachse liegt, d. h. wenn die durch den Schwerpunkt gezogene Verticallinie die Achse trifft, und der Schwer-

punkt in dieser Linie oberhalb der Achse liegt, wie in der Fig. 61 der Punkt *B*. Bringt man durch eine geringe Drehung den Körper aus dieser Gleichgewichtslage, indem z. B. der Punkt *B* nach rechts rückt, so geht die lothrechte Schwerlinie nicht mehr durch die Achse; die Schwerkraft dreht dann den Körper so lange nach rechts, bis der Schwerpunkt die möglichst tiefe Stelle in *A* eingenommen hat. Man nennt diesen Gleichgewichtszustand das labile oder unbeständige Gleichgewicht; es besteht endlich Gleichgewicht

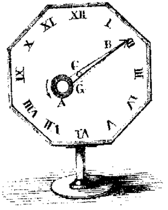
3. wenn der Schwerpunkt vertical unter der Achse liegt, wie in *A*. Wenn man in diesem Falle den Körper dreht, so dass der Schwerpunkt *A* höher hinauf rückt, so sucht die Schwerkraft ihn wieder in die tiefste Lage zurückzuführen und in dieser Lage das Gleichgewicht wieder herzustellen. Man nennt diesen letzteren Gleichgewichtszustand das stabile oder das beständige Gleichgewicht.

Um die drehende Bewegung eines Körpers um eine horizontale Achse dem Einflusse der Schwerkraft zu entziehen, ist es nur nöthig, den Schwerpunkt in die Drehungsachse zu bringen. Bei grossen Thurmuhren verlängert man aus diesem Grunde die schweren Zeiger etwas über ihre Drehungsachsen hinaus und bringt an dieser Verlängerung ein solches Gewicht an, dass der gemeinsame Schwerpunkt des Zeigers und dieses Gewichtes in die Drehungsachse des Zeigers fällt. Ebenso befestigt man häufig an solche Maschinentheile, welche sich um eine Achse drehen müssen, besondere Gewichtstücke zu dem Zwecke, dass der Schwerpunkt des ganzen Systems in die Drehungsachse falle. Man nennt solche Gewichte Gegen- oder Contregewichte.

Die magische Uhr. Welche Rolle die Lage des Schwer- 47
punktes bei einem Körper spielt, der sich um eine horizontale Achse dreht, ersieht man recht deutlich bei der in Fig. 70 (a. f. S.) abgebildeten magischen Uhr. Dieselbe besteht aus einem durchsichtigen Zifferblatte von Glas, welches in der Mitte eine Oeffnung hat, in der sich die Achse eines Zeigers frei drehen kann. Das eine Ende des letztern ist wie gewöhnlich zugespitzt und giebt die Stunden an; am andern Ende befindet sich ein hohler Ring *A*, in welchem ein kleiner aber

schwerer Körper umlaufen kann. Im Inneren des Zeigers ist nämlich ein Uhrwerk angebracht, welches den schweren Körper in der Richtung des beigesetzten Pfeiles so durch den hohlen Ring bewegt, dass er in zwölf Stunden einen vollen Umlauf macht. Dadurch, dass dieser kleine bewegliche Körper seine Lage in Bezug auf die übrigen Theile des Zeigers beständig ändert, wird eine fortwährende Verrückung des gemeinschaftlichen Schwerpunktes stattfinden. Da aber der Schwerpunkt stets das Bestreben hat, die tiefste Lage vertical unter der Drehungsachse anzunehmen, und dadurch das stabile Gleichgewicht des Zeigers herbeizuführen, so muss sich der Zeiger selbst in der entgegengesetzten Richtung des Pfeiles drehen. — Um den Schwerpunkt des ganzen Zeigers zu finden, welcher irgend einer Stellung des schweren Körperchens A im Inneren des Ringes entspricht, nehme man an, der Schwerpunkt des Zeigers allein liege in B, dagegen der Schwerpunkt des schweren beweglichen Körpers in A; die beiden in diesen Schwerpunkten angreifenden Kräfte lassen sich dann zu einer einzigen Mittelkraft zusammensetzen, welche gleich dem ganzen Gewichte des Zeigers ist, und die ihren Angriffspunkt in einem gemeinsamen Schwerpunkte, etwa in G hat. Da die Lage des Punktes B auf dem Zeiger immer dieselbe bleibt, dagegen die Lage des Schwerpunktes A des sich bewegenden schweren Körpers sich fortwährend ändert, so ändert sich auch der gemeinsame Schwerpunkt G des ganzen Zeigers, und zwar beschreibt er, wenn man sich den Zeiger fest denkt, bei der gleichförmigen Bewegung des Gewichtes im Ringe einen kleinen, in der Figur punktirt gezeichneten Kreis um die Achse C. Hält man aber den Zeiger nicht fest und kann derselbe sich in der Oeffnung des Zifferblattes frei drehen, so wird der Schwerpunkt G seine tiefste Lage vertical unter der Achse unverändert beibehalten, wogegen nun der Zeiger sich in der entgegengesetzten Richtung drehen muss, als der Schwerpunkt G sich gedreht haben würde, wenn der Zeiger fest wäre. Auf diese Weise giebt der Zeiger bei der gleichförmigen Bewegung des im Ringe verborgenen Körpers die Zeit richtig an, und die Täuschung, als ob der Zeiger sich durch sich selbst bewege, wird noch vermehrt, wenn man denselben aus dem

Fig. 70.



Zifferblatte herausnimmt und dann ihn auf eine beliebige Stunde wieder einsetzt; nach einigen Schwingungen kehrt er von selbst in die der wahren Zeit entsprechende richtige Stellung zurück.

5. Die einfacheren Maschinen in ihrem Gleichgewichtszustande.

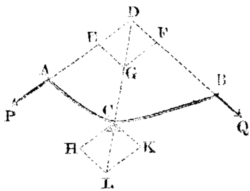
Druck des Hebels auf seinen Stützpunkt. Wir haben 48
bereits in den §§. 29, 30 und 31 die Bedingungen entwickelt, unter denen bei einem Hebel Gleichgewicht bestehen kann; es erübrigt noch, die Richtung und die Grösse des Drucks zu bestimmen, der gegen seinen Stützpunkt ausgeübt wird.

Bei dem geraden Hebel, wie er in Fig. 20 dargestellt ist, haben die beiden parallelen Kräfte, die in den Punkten A und B angreifen, eine der Summe der Kräfte P und Q gleiche und der Richtung nach mit ihnen parallele Resultirende, welche durch den Punkt C geht. Die Grösse dieser Resultirenden ist der Druck, den der Hebel auf seinen Stützpunkt ausübt.

Wirken zwei parallele Kräfte in entgegengesetzten Richtungen auf den Hebel, wie in Fig. 25, so kann man, da die dem Drehpunkt C näher gelegene Kraft die grössere ist, dieselbe in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine gleich, aber entgegengesetzt der in A wirkenden Kraft ist und daher von dieser aufgehoben wird, die andere aber in C angreift; die letztere Kraft ist daher gleich der Differenz der beiden auf den Hebel wirkenden Kräfte und giebt den Druck gegen den Stützpunkt an.

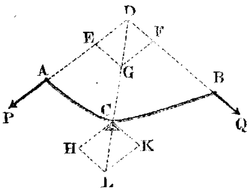
Wenn zwei nicht parallele Kräfte auf einen geraden oder auf einen Winkelhebel wirken, so kann nur dann Gleichgewicht vorhanden sein, wenn die Richtungen der beiden Kräfte sich schneiden, wie in Fig. 71, und ausserdem die Kräfte der im §. 30 ausgesprochenen Bedingung genügen. Diese Kräfte haben nämlich immer eine Mittelkraft, welche man erhält, wenn man unter Verlegung der Angriffspunkte A und B nach D hin die Grösse der Kräfte DE, DF

Fig. 71.



von D aus auf ihre Richtungen DA, DB abträgt und daraus das Parallelogramm $DEGF$ bildet. Ist nun C der Stützpunkt

Fig. 72.

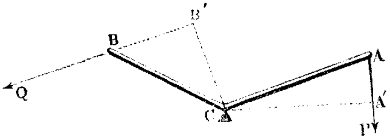


des Hebels, so muss, wenn Gleichgewicht eintreten soll, die Richtung der Mittelkraft DG nothwendig durch diesen festen Stützpunkt gehen, da sie im andern Falle den Hebel um den Punkt C nach rechts oder links drehen würde. Diese durch DG dargestellte Mittelkraft aber ist nichts Anderes, als der Druck, den der Hebel in Folge der beiden in A und B auf ihn wirkenden Kräfte auf seinen Stützpunkt ausübt. Zieht man durch den Punkt C die Linien CH und CK entsprechend parallel und gleich mit den Linien DE und DF, und construirt daraus das Parallelogramm $HCKL$, so hat die Diagonale CL dieselbe Richtung und Grösse, wie die Diagonale DG; sie stellt daher auch, wie die letztere Linie, den Druck des Hebels auf seinen Stützpunkt dar. Gewöhnlich wählt man die letztere Construction, um den Druck des Hebels gegen den Stütz- oder Drehpunkt zu bestimmen.

Wenn bei einem Hebel, wie Fig. 20 und 21, der Stützpunkt zwischen den Angriffspunkten der Kräfte liegt, so heisst der Hebel ein zwei- oder doppelarmiger; liegen dagegen, wie in Fig. 25, die Angriffspunkte der Kräfte auf einer und derselben Seite des Stützpunktes, so heisst der Hebel einarmig.

49 **Das statische Moment.** Wir haben früher (§. 30 und 31) gesehen, dass bei einem Hebel Gleichgewicht vorhanden ist, wenn sich die Kräfte umgekehrt verhalten, wie ihre Hebelarme.

Fig. 73.



Bezeichnet man daher in Fig. 73 die beiden in den Punkten A und B angreifenden Kräfte mit P und Q, und die von dem

Stützpunkte C auf die Richtungen der Kräfte gefällten Senkrechten CA' und CB', welche die Hebelarme genannt werden, mit a und b, so ist der Hebel im Gleichgewichte, wenn die Bedingung erfüllt ist:

$$P : Q = b : a;$$

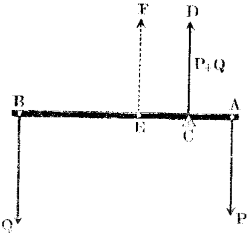
es kann in diesem Falle eine Drehung um den Punkt C nicht erfolgen. Aus dieser Proportion kann man die Bedingung des Gleichgewichtes auch unter der andern Form schreiben:

$$P \cdot a = Q \cdot b,$$

d. h. es ist bei einem Hebel, an welchem zwei Kräfte in demselben Sinne wirken, Gleichgewicht vorhanden, wenn die Producte aus den Kräften in ihre bezüglichen Hebelarme einander gleich sind. Der Kürze wegen nennt man das Product aus einer Kraft in ihren Hebelarm das statische Moment der Kraft. Man kann daher für die Hebel auch sagen, dass Gleichgewicht bei ihnen vorhanden ist, wenn die statischen Momente ihrer Kräfte einander gleich sind.

Die statischen Momente sind überall da, wo ein Körper sich um eine feste Achse drehen kann, von grosser Wichtigkeit; wir wollen daher die Bedeutung derselben noch etwas näher erörtern. Wenn auf den Hebel AB, Fig. 74, die Kräfte P und Q wirken und die Hebelarme CA, CB entsprechend mit a und b bezeichnet werden, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn

Fig. 74.



$P \cdot a = Q \cdot b$ ist; in diesem Falle findet weder eine drehende, noch eine fortschreitende Bewegung des Hebels statt; letztere wird durch den festen Stützpunkt, erstere durch die Gleichheit der statischen Momente, in deren Folge die Mittelkraft aus P und Q durch C geht, verhindert. Denkt man sich den festen Stützpunkt C weg, und statt dessen im Punkte C eine der Richtung der Mittelkraft entgegengesetzte Kraft $P + Q$ angebracht, so vertritt diese die Stelle des Stützpunktes, so dass sich in dem Zustande des Hebels dadurch nichts ändert. Auch jetzt also findet weder drehende noch fortschreitende Bewegung statt. Würde man dagegen statt in C in einem andern Punkte, etwa E, eine der Summe der Kräfte $P + Q$ gleiche und entgegengesetzte Kraft EF anbringen, so könnte eine fortschreitende Bewegung ebenfalls nicht erfolgen, weil das Bestreben zu einer solchen Bewegung nach unten eben so gross ist, als nach oben; aber es würde auch nicht Gleichgewicht vorhanden sein können, weil der Punkt E nicht in der Mittelkraft liegt, die Mittelkraft aus P und Q also nicht durch einen festen Punkt geht, und daher in ihrer Wirkung nicht aufgehoben wird. In diesem Falle müsste also eine drehende Bewegung um E erfolgen und zwar nach der einen oder der andern Seite hin, je nachdem das Product $P \,.\, AE$ oder $Q \,.\, BE$ das grössere wäre; nur in dem Falle, dass diese Producte einander gleich sind, wie es für den Punkt C angenommen ist, wird auch eine drehende Bewegung des Körpers nicht eintreten können.

Das statische Moment einer Kraft mit Bezug auf einen festen Punkt giebt daher die Grösse des Bestrebens an, mit welcher die Kraft den Gegenstand um den festen Punkt zu drehen sucht.

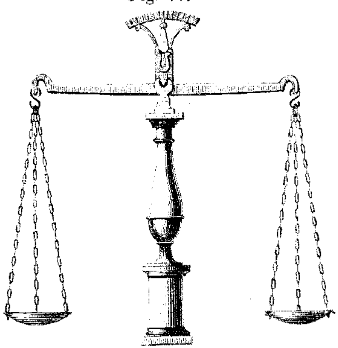
Wenn daher ein Körper eine feste Achse hat, so dass eine fortschreitende Bewegung nicht stattfinden kann, so ist nur die eine Art der Bewegung, die drehende, noch denkbar; für den Fall des Gleichgewichtes sind daher auch nur die Bedingungen festzustellen, unter denen eine drehende Bewegung nicht eintritt, oder die Bestrebungen mehrerer Kräfte zu drehender Bewegung sich gegenseitig aufheben. Die Untersuchung über den Gleichgewichtszustand solcher Körper ist also wesentlich vereinfacht und auf die Berechnung der statischen Momente reducirt.

50 **Die Wage.** Die Wage ist ein Instrument, welches dazu dient, die Körper zu wägen, d. h. die Anzahl Pfunde, Lothe u. s. w. zu bestimmen, welche einen gleichen Druck auf die horizontale Unterlage ausüben, als diese Körper. Sie besteht der Hauptsache nach aus einem geraden Hebel, Wagbalken genannt, dessen Drehpunkt in der Mitte liegt und dessen äusserste Enden zwei Schalen zur Aufnahme des abzuwägenden Körpers und der Gewichte tragen, wie die Abbildung der gemeinen Krämerwage in Fig. 76 zeigt.

Der Wagbalken muss um seinen Stützpunkt sehr leicht drehbar sein, ausserdem darf während seiner schwankenden

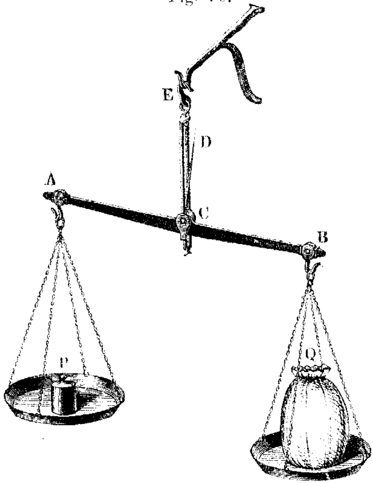
Bewegung eine Verrückung des Stützpunktes nicht stattfinden. Die Achse, die mit dem Wagbalken fest verbunden ist,

Fig. 75.



ist daher eine stählerne Schneide, die mit ihrer scharfen Kante nach unten gekehrt ist und auf beiden Seiten des Wagbalkens etwas vorspringt. Diese beiden Kanten liegen auf zwei kleinen horizontal liegenden ebenen Platten von Stahl oder Achat, von denen natürlich die eine vor, die andere hinter dem Wagbalken liegt und die beide, wie in Fig. 75, durch ein festes Stativ, oder, wie in Fig. 76, durch die

Fig. 76.



sogenannte in einem festen Haken aufgehängte Scheere *E* getragen werden. Auf diese Weise kann sich der Wagbalken mit seiner Achse in einer festen Stützlinie drehen. Die beiden Enden *A* und *B* des Wagbalkens sind bei den besseren Wagen mit ähnlichen Schneiden versehen, jedoch mit dem Unterschiede, dass hier die scharfen Kanten nach oben gekehrt sind, damit man einen Haken auf dieselben hängen kann, an denen mittelst

Ketten die Schalen aufgehängt werden. In der Mitte des Wagbalkens ist senkrecht zu demselben ein Zeiger angebracht, die Zunge genannt, der bei den gewöhnlichen Wagen nach oben, häufig aber der Bequemlichkeit und der Raumersparniss wegen nach unten gerichtet ist und bei den feineren Wagen vor einem in Grade getheilten Bogen spielt, um daran die Grösse der Ablenkung des Wagbalkens aus der horizontalen Lage anzugeben.

Man bedient sich einer solchen Wage in der Weise, dass man in die eine Schale den zu wägenden Körper legt, in die andere eine Anzahl bestimmter Gewichte, bis das Gleichgewicht hergestellt ist, d. h. bis sich der Wagbalken genau horizontal stellt; die Anzahl der Pfunde, Lothe u. s. w., die in der einen Schale liegen, giebt dann, wenn die Wage richtig ist, das Gewicht des Körpers an.

Damit die Wage richtig sei, müssen zwei Bedingungen erfüllt werden. Erstens müssen die beiden Abstände der Aufhängepunkte der Wagschalen von dem Stützpunkte des Wagbalkens genau gleich sein, und zweitens muss der Wagbalken, wenn er nicht belastet ist, also keine Gewichte in den Schalen liegen, genau horizontal, die Zunge also genau vertical stehen. Wenn diese beiden Bedingungen erfüllt sind, so ist klar, dass, wenn in jede der Schalen ein Gewicht gelegt wird und der Wagbalken dabei horizontal bleibt, diese Gewichte einander gleich sein müssen, da diese Gewichte zwei Kräfte sind, die sich an zwei gleichen Hebelarmen das Gleichgewicht halten.

Man begnügt sich zuweilen bei der Prüfung, ob eine Wage richtig ist, mit der Untersuchung, ob der unbelastete Wagbalken horizontal steht; allein dieses reicht nicht aus. Wenn auch diese Bedingung zutrifft, so kann dennoch die Wage sehr fehlerhaft sein, so lange man sich nicht vergewissert hat, dass die beiden Arme der Wage wirklich gleich lang sind. Um daher zu untersuchen, ob eine Wage richtig ist, verfährt man auf folgende Weise:

Nachdem man sich überzeugt hat, dass der Wagbalken bei leeren Wagschalen horizontal steht, was durch die Stellung der Zunge angegeben wird, so legt man auf beiden Seiten in die Schalen solche Gewichte, dass der Wagbalken dabei horizontal bleibt; man vertauscht alsdann diese Gewichte, so dass das Gewicht der rechten Schale nun in die linke kommt und umgekehrt, und sieht zu, ob der Wagbalken noch immer horizontal ist, oder nicht. Im ersteren Falle sind die beiden Arme gleich und die Wage ist richtig; wären nämlich die Arme ungleich, so hätten im ersteren Falle auch die Gewichte ungleich sein müssen, da an ungleichen Hebelarmen nur ungleiche Kräfte sich das Gleichgewicht halten können, wobei bekanntlich am kleineren Hebelarme die grössere Kraft wirkt und umgekehrt. Wären aber die Gewichte ungleich gewesen, so wirkte nach der Verwechselung derselben das grössere Gewicht an dem grösseren Hebelarme und umgekehrt; es hätte also Gleichgewicht dann nicht eintreten können, und der Wagbalken hätte sich, anstatt sich horizontal zu stellen, nach der einen oder andern Seite neigen müssen.

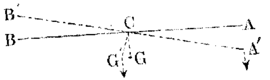
Empfindlichkeit der Wage. Damit eine Wage dazu 51
dienen könne, das Gewicht eines Körpers sehr genau zu bestimmen, ist nicht bloss erforderlich, dass sie richtig sei, sondern auch, dass sie eine grosse Empfindlichkeit besitze, das heisst, wenn eines der beiden Gewichte, durch deren Belastung der Wagbalken horizontal bleibt, um ein kleines Gewicht, etwa um ein Milligramm ($^1/_{1000}$ Gramm) oder um ein Korn vermehrt wird, so soll der Wagbalken sogleich sich auf eine Seite neigen und eine Stellung einnehmen, welche von der vorigen recht sichtbar abweicht. Ausserdem soll eine gute Wage dieselbe Empfindlichkeit zeigen, wie gross auch die Gewichte sein mögen, welche gewogen werden sollen. Damit dieses erreicht werde, müssen bei der Construction der Wage mehrere Bedingungen erfüllt werden.

Vor Allem ist es nöthig, dass der Stützpunkt des Wagbalkens und die Aufhängepunkte der beiden Schalen in einer und derselben geraden Linie liegen, und dass der Schwerpunkt des Wagbalkens zwar unter dem Stützpunkte, aber doch demselben sehr nahe liege.

Ist die erste Bedingung erfüllt, so muss unter allen Umständen die Mittelkraft aus den beiden in die Wagschalen kommenden Gewichte, so lange diese gleich gross sind, durch die Mitte des Wagbalkens, also durch die feste Achse gehen, und daher die Wirkung dieser gleichen Gewichte auf die Lage des Wagbalkens ohne Einfluss sein. Die einzige Kraft, welche dann noch den Wagbalken horizontal zu stellen sucht, ist dessen eigenes Gewicht, welches man sich in seinem Schwerpunkt *G*, Fig. 77 (a. f. S.), vereinigt denkt.

Wenn z. B. der Unterschied in dem Gewichte der beiden Körper, die in die Wagschalen gelegt werden, ein Loth beträgt, so ist dessen Wirkung genau dieselbe, als wenn nur in eine der Wagschalen, z. B. in A, ein Loth gelegt worden wäre. Das Gewicht von 1 Loth wird dann den Punkt A so tief herabziehen, bis der Wagbalken in die Lage $A'B'$ gekommen ist, in welcher es sich mit dem im Schwerpunkte G' des Wagbalkens vereinigten Gewichte desselben ins Gleichgewicht setzt.

Fig. 77.



Man sieht hieraus, dass, wenn der Stützpunkt C und die Aufhängepunkte A und B der Wagschalen in einer geraden Linie liegen, die Grösse der Ablenkung des Wagbalkens nicht abhängt von der Grösse der in den Wagschalen befindlichen Gewichte, sondern nur von dem Unterschiede dieser Gewichte oder von dem Uebergewichte des einen Gewichtes über das andere. Ein Loth Uebergewicht auf der rechten Seite wird also den Wagbalken AB in die Stellung $A'B'$ bringen und denselben um die Grösse des Winkels ACA' ablenken, es mögen in den Schalen kleine oder grosse Gewichte liegen. In der Folge nehmen wir daher stets an, dass der vorstehenden Bedingung Genüge geschehen ist.

Unter dieser Voraussetzung ist die Stellung des unbelasteten oder an beiden Enden gleich stark belasteten Wagbalkens nur noch durch die Lage seines Schwerpunktes bestimmt. Hier sind nun für den Fall des Gleichgewichtes die drei Fälle denkbar, dass der Schwerpunkt in der Drehungsachse des Wagbalkens, oder vertical über, oder vertical unter dieser Achse liegt. Wenn der Schwerpunkt des Wagbalkens in der Drehungsachse desselben läge, so wäre das indifferente Gleichgewicht (§. 46) vorhanden, wonach derselbe, auch wenn er mit gleichen Gewichten an den Enden belastet würde, in jeder Lage stehen bliebe und dann zur Beurtheilung, ob an seinen Enden gleiche Kräfte wirken, untauglich wäre. Liegt der Schwerpunkt des Wagbalkens ausserhalb der Drehungsachse, so kann nur dann Gleichgewicht bestehen, wenn er entweder vertical über oder unter dieser Achse liegt. Im ersten Falle wäre das labile Gleichgewicht des Wagbalkens vorhanden, aus welchem er sofort gänzlich umschlagen würde, wenn das kleinste Uebergewicht auf der einen Seite ihn daraus entfernte. Eine solche Wage aber wäre offenbar unbrauchbar. Es bleibt also nur der Fall übrig, dass der Schwerpunkt des Wagbalkens unter der Achse desselben liegt; bei einer solchen Lage des Schwerpunktes muss der unbelastete, oder der an beiden Enden gleichbelastete Wagbalken in einer Stellung ins Gleichgewicht kommen, in welcher der Schwerpunkt vertical unter der Drehungsachse liegt und der Zustand des stabilen Gleichgewichtes eintritt.

Wirkt nun auf einen Wagbalken ab, Fig. 78, auf der einen Seite bei b ein Uebergewicht p, so kann man sich zunächst das Gewicht G des Wagbalkens und das der beiden Schalen in einem gemeinsamen Schwerpunkte s vereinigt denken, der eine solche Lage hat, dass die Verbindungslinie des Stützpunktes c und dieses Schwerpunktes s eine Verticallinie cG bildet. Es wirken nun auf die Endpunkte des geraden Hebels sb die beiden parallelen Kräfte G und p, welche eine Mittelkraft haben; der Angriffspunkt m der letzteren liegt in der Linie sb, und lässt sich aus der Proportion $ms : mb = p : G$ leicht bestimmen. Die Wirkung des Uebergewichtes p besteht nun darin, dass es den Wagbalken um seine Achse so weit dreht, bis der gemeinsame Schwerpunkt m vertical unter die Achse c zu liegen kommt. Der Wagbalken ab neigt sich daher auf diese Seite und kommt in einer Stellung $a'b'$, Fig. 79, zur Ruhe, in welcher der gemeinsame Schwerpunkt m in m', d. h. vertical unter der Achse c liegt. Der Wagbalken beschreibt dabei den Winkel bcb', und die Zunge z den gleichen Winkel zcz'. Je grösser für ein bestimmtes Uebergewicht p dieser Winkel ist, desto empfindlicher ist offenbar die Wage; die Empfindlichkeit einer Wage wird daher nach der Grösse des Ausschlagswinkels bemessen, den ein bestimmtes Uebergewicht p hervorbringt. Wir werden daher zunächst zu untersuchen haben, von welchen Umständen die Grösse dieses Winkels oder des gleichen Winkels zcz' abhängt.

Fig. 78.

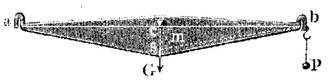
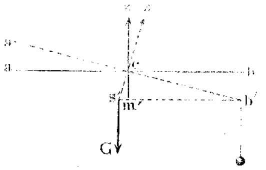


Fig. 79.

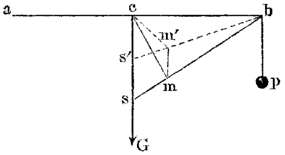


Da die Richtung der Linie cs' in Bezug auf den Wagbalken eine unveränderliche und von den übrigen Theilen der

Wage unabhängige ist, so ist auf die Grösse des Winkels $s'cm'$ nur die Lage des Punktes m' (in Fig. 78 des Punktes m), d. i. die Lage des gemeinsamen Schwerpunktes aus dem Gewichte G des unbelasteten oder des beiderseits gleich belasteten Wagbalkens und aus dem Uebergewichte p von Einfluss.

1. Es liege nun bei einer beiderseits gleich belasteten Wage ab, Fig. 80, der Schwerpunkt der Wage ohne Uebergewicht in s, wobei bekanntlich cs eine Verticallinie ist, und m sei der Schwerpunkt der Wage, wenn in b das Uebergewicht p wirkt, so ist nach dem Vorigen der Ausschlagwinkel des Wagbalkens scm, und man hat für den Punkt m die Proportion

Fig. 80.



$$ms : mb = p : G,$$

wenn G das Gewicht der gleichbelasteten Wage ist. Legt man den Schwerpunkt derselben Wage ohne Uebergewicht nach s', also näher an den Stützpunkt oder die Achse c, so liegt nun der gemeinsame Schwerpunkt der mit dem Uebergewicht p belasteten Wage in der Linie $s_1 b$ und zwar, da die Wage das Gewicht G beibehalten hat, in einem Punkte m', den man durch die Proportion findet:

$$m's' : m'b = p : G;$$

man muss also, um den Punkt m' zu erhalten, die Linie $s'b$ nach demselben Verhältnisse theilen, nach welchem die Linie sb getheilt war, was bekanntlich dadurch geschieht, dass man durch m die Linie mm' parallel zieht zu ss'. In diesem Falle also, wo der Schwerpunkt s_1 der Achse c näher liegt, als vorhin, ist der Ausschlagswinkel $s'cm'$ grösser, als der vorige Ausschlagswinkel scm. Wir ziehen hieraus den Schluss, dass eine Wage um so empfindlicher ist, je näher der Schwerpunkt des Wagbalkens der Drehungsachse liegt. Dass er nicht ganz in oder über der Achse liegen darf, ist bereits oben nachgewiesen worden.

2. Es ist ferner leicht einzusehen und aus der Fig. 81 sofort zu erkennen, dass der Punkt m auf der Linie sb um so weiter von s fortrückt, und um so näher bei b liegt, je weiter

das Uebergewicht p von der Achse c entfernt ist. Verlängert man daher den Wagbalken cb bis b', ohne das Gewicht desselben zu ändern, so rückt dadurch der Schwerpunkt m weiter nach b' hin, z. B. bis m'. Der Ausschlagswinkel scm' des längeren Wagbalkens ist also für dasselbe Uebergewicht

Fig. 81.

grösser, als der Winkel scm des kürzeren Wagbalkens. Wir schliessen daraus, dass eine Wage um so empfindlicher ist, je länger unter gleichen Umständen der Wagbalken ist.

3. Die Lage des Punktes m auf der Linie sb ist endlich noch abhängig von der Grösse des Gewichtes G des Wagbalkens, denn er wird bestimmt durch die Proportion $ms : mb = p : G$. Je kleiner daher G ist im Verhältniss zu p, desto kleiner ist auch die Linie mb im Verhältniss zu ms, desto weiter liegt also der Punkt m von s entfernt und desto grösser ist der Ausschlagswinkel scm. Die Empfindlichkeit einer Wage ist daher um so grösser, je kleiner das Gewicht des Wagbalkens im Verhältniss zu dem Uebergewicht ist.

Fassen wir das Gesagte nochmals zusammen, so ergiebt sich, dass die Empfindlichkeit einer Wage um so grösser ist, je näher der Schwerpunkt des Wagbalkens der Achse liegt, je länger der Wagbalken und je kleiner das Gewicht desselben ist.

Eine gleicharmige Wage, welche nach diesen Grundsätzen construirt ist, wird jedoch nicht anwendbar sein, um darauf Körper von jedem beliebigen Gewichte zu wägen. Wenn nämlich das Gewicht in den Schalen zu gross ist im Verhältniss zu der Stärke oder der Festigkeit des Wagbalkens, so wird er sich biegen und die Aufhängepunkte werden nicht mehr mit dem Drehpunkte oder der Achse in einer geraden Linie liegen; ausserdem wird durch den allzugrossen Druck, der auf die Schneiden der Achse und der Aufhängepunkte der Schalen ausgeübt wird, die Schärfe derselben nothwendig leiden. Es geht hieraus hervor, dass wir nur dann mit einer und derselben Wage ausreichen können, wenn die Gewichte der abzuwägenden Körper eine gewisse Gränze nicht überschreiten. Verwendet man auf die Construction der Wage die gehörige Sorgfalt, so lassen sich diese Gränzen ziemlich weit hinausschieben, und man verfertigt gegenwärtig Wagen, welche selbst bei einer Belastung von zehn Kilogrammen (20 Pfund) auf jeder Wagschale noch das Uebergewicht eines einzigen Milligramms $\left(\frac{1}{1000}\right.$ Gramm oder nahe $\left.\frac{1}{16666}\text{ Loth}\right)$ deutlich angeben.

Wenn eine Wage sehr empfindlich ist, so verlässt der Wagbalken durch eine unbedeutende Zulage an Gewicht in die eine Schale sofort die horizontale Lage des Gleichgewichts; aber er kommt erst nach längerem Hin- und Herschwanken um die neue Lage des Gleichgewichtes wieder in Ruhe. Um nun nicht warten zu müssen, bis diese Schwingungen aufhören, beobachtet man die Ausschläge der Zunge an einem eingetheilten Gradbogen, Fig. 75. Sind die Schwankungen zu beiden Seiten des Nullpunktes der Theilung, also des Punktes, auf welchem der Zeiger steht, wenn der Wagbalken horizontal liegt, gleich gross, so kann man daraus schliessen, dass die Gewichte in den beiden Wagschalen einander gleich sind; man hat also nicht erst abzuwarten, bis der Wagbalken wieder in horizontaler Stellung in Ruhe gekommen ist.

Die Empfindlichkeit einer Wage drückt man gewöhnlich durch Angabe des echten Bruches aus, welcher das geringste, noch einen merklichen Ausschlag gebende Gewicht zum Zähler, und das Gewicht des Wagbalkens und der grössten noch zulässigen Belastung zum Nenner hat.

Eine gute Wage muss eine Empfindlichkeit von $\frac{1}{60000}$ besitzen, sie muss also bei einer Belastung von 60000 Loth oder von 10 Centner in jeder Schale noch einen merklichen Ausschlag geben bei Zulegung von 1 Loth.

Dagegen verlangt man von den analytischen Wagen der Chemiker, dass, wenn sie in jeder Schale (als höchstes Gewicht ohne Nachtheil der Biegung des Balkens) 1 Kilogramm tragen, ein Zulagegewicht von 1 Milligramm noch einen merklichen Ausschlag giebt, wonach die Empfindlichkeit $\frac{1}{2000000}$ beträgt.

Der Mechaniker Oertling hatte auf der Londoner Industrie-Ausstellung von 1851 eine Wage ausgestellt, welche bei 56 Pfund = 28 Kilogramm in jeder Schale noch einen sehr sichtbaren Ausschlag gab bei einem Zulagegewicht von $\frac{1}{100}$ Gramm, wonach die Empfindlichkeit der Wage $\frac{1}{5600000}$ betrug.

Methode der doppelten Wägung. Bei jeder richtigen 52 Wage muss, wie vorhin angeführt wurde, die völlige Gleicharmigkeit vorausgesetzt werden. Um jedoch selbst dann, wenn man sich in dieser Beziehung nicht ganz auf die Richtigkeit der Wage verlassen kann, doch damit sehr genau wägen zu können, bedient man sich des Verfahrens von Borda, das unter dem Namen der doppelten Wägung bekannt ist. Man legt dabei in die eine Schale den abzuwägenden Körper und in die andere statt der Gewichte Schrot oder Sand, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Dann nimmt man den Körper aus der Wagschale weg und legt statt desselben so viele Gewichte hinein, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Die Anzahl dieser Gewichte giebt dann das Gewicht des Körpers an, da sie unter denselben Umständen dieselbe Wirkung hervorbringen, wie das Gewicht des Körpers. Auf die Richtigkeit der Wage kommt es dabei gar nicht an; es ist nur erforderlich, dass sie empfindlich sei.

Ungleicharmige Wage, Schnellwage. Die gleicharmige 53 Wage setzt voraus, dass man so viele Gegengewichte zur Hand habe, als es das Gewicht des abzuwägenden Körpers erfordert. Bedient man sich dagegen zur Wägung eines ungleicharmigen Hebels, so kann man die Einrichtung treffen, dass ein einziges Gewicht zur Wägung verschiedener Körper ausreicht, indem man die Länge des einen Hebelarms veränderlich macht.

Wenn CA und CB, Fig. 82, die Arme eines Hebels sind, der in C seinen Drehpunkt hat, und man hängt in A den zu wägenden Körper P, in Q irgend ein Gegengewicht auf, so ist nach dem Satze über die statischen Momente Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$P \cdot CA = Q \cdot CB,$$

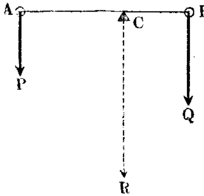
oder wenn

$$P : Q = CB : CA;$$

es stehen dann die Gewichte P und Q in dem umgekehrten

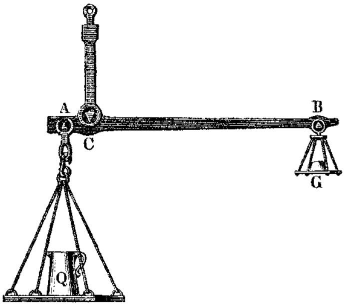
Verhältnisse der Hebelarme. Giebt man daher den letzteren ein bestimmtes Verhältniss, etwa wie 1 zu 10, so ist auch im Gleichgewichtszustande oder bei horizontaler Stellung des Hebels das Gegengewicht P, welches am längeren Hebelarme wirkt, unveränderlich $\frac{1}{10}$ der abzuwägenden Last Q. Eine derartige Wage, welche man daher auch Decimalwage nennen kann, zeigt die Fig. 83, bei welcher man grosse Lasten Q mit zehnmal kleineren Gewichten G abwägen kann, wenn der Hebelarm CA zehnmal kleiner ist, als CB.

Fig. 82.



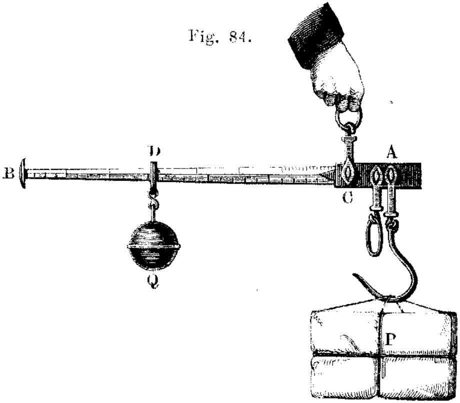
Bei der Schnellwage ist im Gegensatze zu der vorigen Einrichtung, wo die Hebelarme unveränderlich sind, nur ein einziger Gewichtstein erforderlich, um die verschiedensten Lasten abzuwägen, dagegen ist die Länge desjenigen Hebelarmes, an welchem das unveränderliche Gewicht wirkt, veränderlich. Sie besteht ebenfalls aus einem ungleichartigen Hebel AB, Figur 84, der in dem Punkte C seinen Stützpunkt hat, um welchen er sich drehen kann. An diesem Punkte wird er mittelst eines Ringes durch die Hand festgehalten oder an einem Balken aufgehängt.

Fig. 83.



An dem Punkte A ist eine durchgehende prismatische Schneide befestigt, auf welcher ein einen Haken oder eine Wagschale tragender Ring lose aufhängt. Das Gewicht Q, **Läufer** genannt, kann vermittelst des Ringes D, an welchem es hängt, auf dem Arme CB hin- und hergeschoben werden. Wird nun ein Körper P, dessen Gewicht bestimmt werden soll, an dem Punkte A aufgehängt und das Gewicht Q so weit auf dem Arme CB verschoben, bis der Hebel AB horizontal steht, so kann man das Gewicht des Körpers P an der auf dem Arme

Fig. 84.

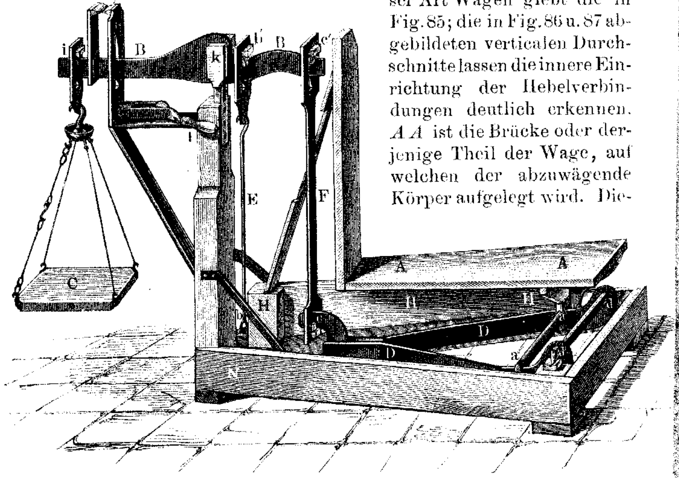


CB angebrachten Theilung einfach ablesen. Die Entfernung CD des Ringes von dem Drehpunkte C hängt von dem Gewichte des Körpers ab, und ist offenbar um so grösser, je schwerer der abzuwägende Körper P ist. Hat man nun an dem Haken nach und nach bekannte Gewichte wie 1, 2, 3 Pfund u. s. w. angehängt und sich auf dem Hebelarme BC die entsprechenden Stellen bezeichnet, an welche der Ring D gebracht werden musste, um jedesmal Gleichgewicht zu erhalten, so kann man an diesen Zahlen das Gewicht der angehängten Last P in jedem einzelnen Falle ablesen.

In den meisten Fällen ist eine solche Schnellwage, wie es die Fig. 84 zeigt, mit zwei Haken zum Aufhängen derselben versehen; der Haken, an welchem der zu wägende Körper befestigt wird, muss dann so beschaffen sein, dass er sich um das Ende des Hebels vollständig herumlegen kann, da er stets nach unten gerichtet sein muss. Für geringere Lasten hängt man die Wage an dem Ringe C auf, der von dem Haken A am weitesten entfernt ist. Ist aber das Gewicht der abzuwägenden Last P so gross, dass die Theilung BC nicht mehr ausreicht, so hängt man die Wage an demjenigen Ringe auf, der dem Haken A am nächsten liegt und bedient sich der Eintheilung, welche für diese Fälle auf der unteren Seite des Hebelarmes CB angebracht ist.

54 **Die Decimalwage.** Die Decimalwage, nach ihrem Erfinder auch wohl die Quintenz-Wage genannt, ist eine der gebräuchlichsten Wagen, welche in Waarenlagern, den Gepäckbureaux der Eisenbahnen, auf Werften, überhaupt überall da vorkommt, wo die zu wägenden Körper von bedeutendem Gewichte und Volumen sind. Eine Ansicht dieser Art Wagen giebt die in Fig. 85; die in Fig. 86 u. 87 abgebildeten verticalen Durchschnitte lassen die innere Einrichtung der Hebelverbindungen deutlich erkennen. AA ist die Brücke oder derjenige Theil der Wage, auf welchen der abzuwägende Körper aufgelegt wird. Dieselbe ist in der Figur grösstentheils weggelassen, um den darunter liegenden Hebelmechanismus sehen zu können. Mit dieser Brücke ist ein verticales Brett fest verbunden, gegen welches wieder ein seitwärts gehendes Querstück unter einem Winkel sich anlehnt, so dass diese drei Theile mit dem dreiseitigen hölzernen Rahmen $HHHH$ ein einziges Ganzes darstellen. Der Rahmen H sitzt hinten auf der Schneide aa und ist vorn bei b an die Stange E angehängt. Die Schneide aa ist auf dem gabelförmig gestalteten einarmigen Hebel DD befestigt, der seine Drehachse in der Schneide dd hat und mit seinem vorderen

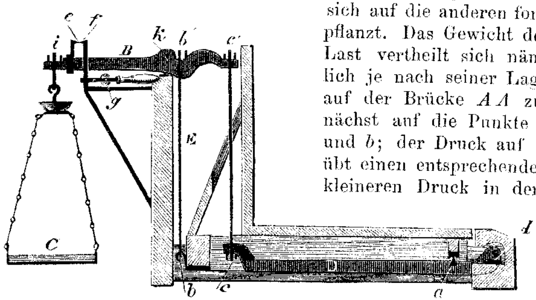
Fig. 85.



Ende c an der Zugstange F hängt. Der grösseren Deutlichkeit wegen ist der Rahmen H, auf welchem die Brücke AA ruht, zu hoch gezeichnet; er ist so niedrig, dass wenn durch Aufschlagen des Hebels l der linke Arm des Hebels B gehoben wird, der rechte Arm sich so weit senkt, dass die Brücke AA auf dem Rande des Gestelles N ruht und dann die Schneiden c und c' die Last der Brücke nicht mehr zu tragen haben. Die beiden Stangen F und E stehen in Verbindung mit einem ungleicharmigen Hebel BB, der sich um den festen Punkt k drehen kann und an seinem äussersten Ende i eine Wagschale C zur Aufnahme der Gewichtstücke trägt.

Man sieht leicht, dass die Wage aus mehreren Hebeln derart zusammengesetzt ist, dass die Wirkung, die auf einem derselben ausgeübt wird, sich auf die anderen fortpflanzt. Das Gewicht der Last vertheilt sich nämlich je nach seiner Lage auf der Brücke AA zunächst auf die Punkte a und b; der Druck auf a übt einen entsprechenden kleineren Druck in dem

Fig. 86.



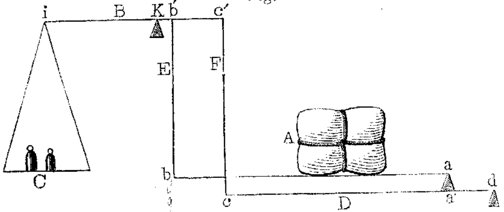
Endpunkte c des längern Hebelarmes cd aus und beide Druckkräfte in c und b pflanzen ihre Wirkungen mittelst der Zugstangen F und E auf den rechten Arm des zweiarmigen Hebels BB fort, so dass auf dieser einen Seite zwei, auf der anderen Seite eine Kraft (das Gewicht C) wirken und den Hebel um den Punkt k zu drehen suchen. Wenn zwischen diesen Kräften Gleichgewicht bestehen, der Wagbalken BB also die Horizontalstellung annehmen soll, so müssen die statischen Momente (§. 49) auf beiden Seiten des Drehpunktes k einander gleich sein. Wenn z. B. der von der Last Q ausgeübte Druck oder Zug im Punkte c' mit F, der in b' vorhandene Druck mit E bezeichnet wird, so ist die Wage im Gleichgewicht, wenn (Fig. 85)

$$F \,.\, c'k + E \,.\, b'k = C \,.\, ik.$$

Die Hebelverbindung und die Art ihrer Wirkung wird man noch deutlicher aus der Fig. 87 erkennen, in welcher die einzelnen Theile der Wage bloss in Linien angegeben sind. Es ist hier ab die Brücke, auf welche die Last A gelegt wird; der eine Endpunkt a ruht auf dem Punkt a' des darunter liegenden Hebels cd, der in d seinen Drehpunkt hat; cc', bb' sind die vorhin erwähnten Zugstangen, die in c' und b' auf den Hebel ikc' wirken; letzterer hat in K seinen Drehpunkt, während an i die Wagschale zur Aufnahme der Gewichte aufgehängt ist.

Der Druck der Last A vertheilt sich auf die Punkte b und a nach Maassgabe ihrer Lage oder der Entfernungen der durch

Fig. 87.



ihren Schwerpunkt gehenden Verticallinie von den Punkten b und a. Liegt die Last A genau in der Mitte zwischen b und a, so ist auch der Druck in b und a gleich; im entgegengesetzten Falle erleiden a und b ungleichen Druck, doch ist in allen Fällen die Summe der in a und b wirkenden Druckkräfte gleich der ganzen Last A. Der Kürze wegen bezeichnen wir den Druck in a mit p, den in b mit q, so ist jedenfalls $p + q = A$.

Der eine in b stattfindende Druck q wirkt vermittelst der Zugstange E direct auf den Punkt b' und sucht den Hebel iKb' um den Punkt K mit einer Stärke zu drehen, die wir das statische Moment des Drucks q nennen und durch das Product $q \,.\, Kb'$ ausdrücken.

Der andere Druck p wirkt bei a' auf den einarmigen Hebel $ca'd$, der in d seinen Drehpunkt hat. In Folge hiervon erleidet jeder Punkt dieses Hebels einen Druck nach unten, dessen Grösse je nach seiner Entfernung vom Drehpunkte d verschieden ist. Bezeichnet man den Druck, den der Punkt c erleidet, vorläufig mit F, so findet man seine Grösse aus dem Satze, dass beim Zustande des Gleichgewichts die statischen Momente in Bezug auf den Drehpunkt d gleich sind. Für diesen Fall ist also

$$F' . cd = p . a'd, \text{ also}$$

der Druck in c oder $F = p \cdot \frac{a'd}{cd}$.

Dieser Zug wirkt vermittelst der Stange F im Punkte c' ebenfalls auf den Hebel iKc' und sucht denselben um den Punkt K in derselben Richtung, wie der in b' wirkende Zug, mit einer Stärke zu drehen, die durch das statische Moment der vorstehend ausgedrückten Zugkraft angegeben wird; dieses Moment aber ist das Product $F . Kc'$ oder, wenn man für F den gefundenen Ausdruck $p \cdot \frac{a'd}{cd}$ setzt, $p \cdot \frac{a'd}{cd} \cdot Kc'$.

Wäre nun in i keine Gegenwirkung vorhanden, so würde sich die eine Seite des Hebels iKc' in Folge der Einwirkung der Last A auf der Brücke mit einer Stärke nach unten neigen, welche durch die Summe der beiden in den Punkten b' und c' wirkenden Momente ausgedrückt wird. Wenn dagegen in die bei i aufgehängte Wagschale ein solches Gewicht eingelegt wird, dass eine Neigung des Wagbalkens iKc' weder nach der einen, noch nach der andern Seite erfolgt, der Wagbalken also horizontal bleibt, so muss das statische Moment des Gewichtes in der Wagschale offenbar ebenso gross sein, als die beiden vorhin berechneten in c' und b' wirkenden statischen Momente zusammengenommen.

Nennt man nun x dasjenige Gewicht, welches in die Wagschale gelegt werden muss, damit die Wage ins Gleichgewicht komme, so muss also sein:

$$x . Ki = q . Kb' + p \cdot \frac{a'd}{cd} \cdot Kc'.$$

Da man nun die Längen der Hebelarme wählen kann, wie man will, so nimmt man sie, um vorstehende Gleichung zu vereinfachen, allemal so, dass

$$\frac{a'd}{cd} = \frac{Kb'}{Kc'}.$$

Setzt man dann für $\frac{a'd}{cd}$ in die obige Gleichung das gleiche Verhältniss $\frac{Kb'}{Kc'}$ ein, so ist

$$x . Ki = q . Kb' + p . Kb' = Kb' . (p + q), \text{ also}$$

$$x = \frac{Kb'}{Ki} \cdot (p + q) = \frac{Kb'}{Ki} \cdot A \text{ oder}$$

$$x : A = Kb' : Ki,$$

in demselben Verhältnisse also, in welchem die Hebelarme Kb' und Ki zu einander stehen, steht auch das Gewicht x der Wagschale zu der auf der Brücke liegenden Last A. Es ist dabei ganz gleichgültig, wo die Last auf der Brücke liegt, und in welchem Verhältnisse die Hebelarme $a'd$ und cd stehen; die alleinige Bedingung ist nur, dass $a'd : cd = Kb' : Kc'$.

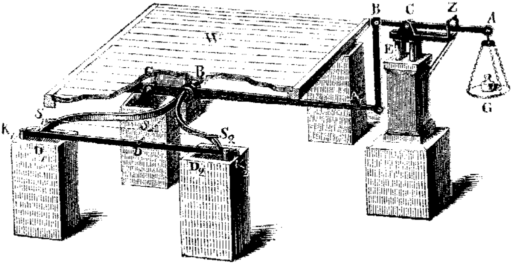
Nimmt man nun Ki zehnmal so gross, als Kb', so ist, wenn die Wage einspielt, d. h. im Gleichgewicht ist,

$$x : A = 1 : 10 \text{ oder } x = \tfrac{1}{10} A,$$

d. h. es ist die auf der Brücke liegende Last zehnmal so schwer als das Gewicht auf der Wagschale, oder man kann die Last mit dem Zehntel ihres Gewichtes abwägen. Von dem Worte *decem*, zehn, hat daher auch die Wage ihren Namen erhalten.

55 **Die Brückenwage** dient zum Wägen von sehr bedeutenden Lasten und hat die Einrichtung, dass selbst schwer beladene Frachtkarren ohne Umpackung darauf gewogen werden können. Die wesentlichsten Theile einer solchen Wage, wie sie von Schwilgue in Strassburg gebaut werden, sind in der Fig. 88 abgebildet; in der Fig. 89, in welcher die einzelnen

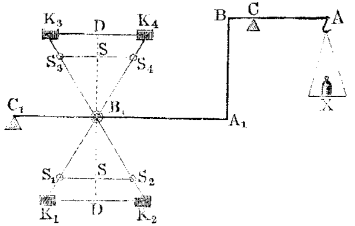
Fig. 88.



Theile der grösseren Deutlichkeit halber bloss in Linien angegeben sind, sind dieselben Theile mit den gleichen Buchstaben bezeichnet, wie in Fig. 88.

Auf vier gut fundamentirten Pfeilern D_1, D_2, D_3, D_4, befinden sich die Drehpunkte K_1, K_2, K_3, K_4 für zwei gabelförmige, einarmige Hebel $K_1 B_1 K_2$ und $K_3 B_1 K_4$, deren freie Enden B_1 zusammenstossen, und hier vermittelst eines Gelenks, welches eine kleine Neigung der Hebel zulässt, verbunden sind. Ueber diesen horizontalen Hebeln liegt eine starke hölzerne Brücke W, welche zur Aufnahme der zu wägenden Lasten dient und daher gewöhnlich im Niveau der Strasse liegt, während die Pfeiler K_1 bis K_4 nebst dem horizontalen Hebelwerk darunter angelegt sind. Die Brücke W, welche der Einfachheit wegen in der Fig. 89 weggelassen ist, stützt sich in den vier Punkten S_1, S_2, S_3, S_4 auf die gabelförmigen Hebel, von denen in der Fig. 88 nur der eine sichtbar, der andere dagegen von der Brücke verdeckt ist. Die ganze Last

Fig. 89.



der Brücke, welche wir in der Folge mit L bezeichnen wollen, wirkt daher zunächst auf die vier Punkte S_1 bis S_4, und vermittelst der Gabelhebel auf den einen Punkt B_1, so dass dieser Punkt von einer und derselben Last L stets denselben Druck erhält, gleichviel, an welcher Stelle die Last auf der Brücke liegen mag.

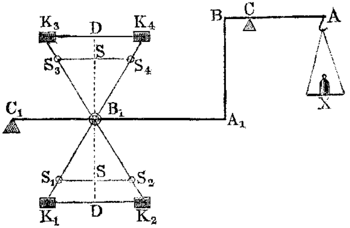
Der in B' von der Last ausgeübte Druck pflanzt sich auf den einarmigen Hebel $C_1 B_1 A_1$ weiter fort, der in C_1 seinen Drehpunkt hat, und dessen freies Ende A_1 vermittelst einer verticalen Zugstange mit dem Punkte B eines dritten Hebels BCA verbunden ist. Dieser letztere Hebel bildet den Wagbalken, er hat in C seinen Drehpunkt und trägt in A die Wagschale zur Aufnahme der Gewichtstücke. Das Einspielen der Wage beim Gleichgewicht erkennt man an dem Zusammentreffen zweier Schneiden Z, von denen die eine feststeht, die andere aber an dem Wagbalken befestigt ist.

Der Drehpunkt C des Wagbalkens ist auf einem beweglichen Gestelle E angebracht, welches sich durch einen besonderen Mechanismus heben und senken lässt, damit man während der Zeit, wo die Wage nicht gebraucht wird, durch Einsenken des Gestelles E zugleich die Punkte C, S_1, S_2, S_3, S_4 niederlassen und von dem Gewichte der schweren Brücke W befreien kann. Die Brücke drückt dann nicht mehr auf die Hebel, sondern ruht auf den dafür besonders angebrachten

Stützen. Wenn eine Wägung vorgenommen werden soll, hebt man das Gestelle E so viel, dass die Hebel $K_1\,B_1\,K_2$ und $K_3\,B_1\,K_4$ die Brücke W in die Höhe heben, was an dem Einspielen der Schneiden Z leicht erkannt werden kann.

Die Wirkung der Hebelverbindung einer solchen Wage lässt sich leicht aus der Fig. 90 erkennen. Liegt der Schwerpunkt der Last L nicht zufällig genau über B_1, so erhalten die Gabelhebel beiderseits auch nicht denselben Druck; gesetzt dieser Druck sei auf den einen Hebel bei $S_1\,S_2$ gleich C_1, auf den andern bei $S_3\,S_4$ gleich C_2, so ist jedenfalls $C_1 + C_2 = L$.

Fig. 90.



Um den Druck der Last auf den Punkt B_1 zu finden, beachte man, dass er sich aus den von den beiden Hebeln $K_1\,B_1\,K_2$ und $K_3\,B_1\,K_4$ ausgeübten Druckkräften summirt. Wirkt aber auf $S_1\,S_2$ der Druck C_1, so bewirkt dieser nach dem Vorigen in B_1 einen Druck, der aus dem Satze von den statischen Momenten leicht gefunden werden kann; er beträgt $\frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot C_1$. Der von dem andern Hebel auf $S_3\,S_4$ ausgeübte Druck C_2 bewirkt ebenso in B_1 einen Druck von der Grösse $\frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot C_2$; folglich ist der in B_1 vorhandene Druck gleich der Summe

$$\frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot C_1 + \frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot C_2 = \frac{S\,D}{B_1\,D}\,(C_1 + C_2) = \frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot L.$$

Bezeichnen wir für einen Augenblick den Druck, der durch diesen auf B_1 stattfindenden Druck gegen den Endpunkt A_1 des Hebels $A_1\,B_1\,C_1$ ausgeübt wird, mit A_1, so ist beim Einspielen der Wage

$$A_1 \,.\, A_1\,C_1 = \frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot L \,.\, B_1\,C_1; \text{ daher}$$

der Druck in A_1 . . $= \frac{S\,D}{B_1\,D} \cdot \frac{B_1\,C_1}{A_1\,C_1} \cdot L.$

Derselbe Druck pflanzt sich durch die Zugstange $A_1 B$ auf den Punkt B fort; bezeichnet man daher dasjenige Gewicht, welches man in die Wagschale legen muss, damit Gleichgewicht eintritt, mit x, so ist wieder:

$$x \,.\, AC = \frac{SD}{B_1 D} \cdot \frac{B_1 C_1}{A_1 C_1} \cdot L \,.\, BC,$$

und daher

$$x = \frac{SD}{B_1 D} \cdot \frac{B_1 C_1}{A_1 C_1} \cdot \frac{BC}{AC} \cdot L.$$

Ueber die Grösse dieser Verhältnisse der Hebelarme kann man nun je nach dem Zwecke, dem die Wage dienen soll, frei verfügen; gewöhnlich nimmt man

$$\frac{SD}{B_1 D} = {}^1/_{10}, \quad \frac{B_1 C_1}{A_1 C_1} = {}^1/_5, \quad \frac{BC}{AC} = {}^1/_2,$$

es ist dann

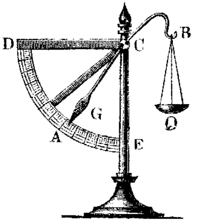
$$x = {}^1/_{10} \cdot {}^1/_5 \cdot {}^1/_2 \cdot L = {}^1/_{100} \cdot L;$$

d. h. die abzuwägende Last ist 100mal so gross, als das Gewicht in der Wagschale, oder man kann jede Last mit einem 100mal kleineren Gewichte abwägen. Von dem Worte *centum*, hundert, erhält daher diese Wage häufig auch den Namen Centesimal-Wage.

Die Zeigerwage dient in ähnlicher Art wie die Schnell- 56
wage dazu, das Gewicht eines Körpers ohne Anwendung eines besonderen Gewichtes direct anzuzeigen. Sie ist meist nur für leichtere Körper, Briefe, bestimmte Geldsorten, Garnstränge etc. bestimmt, deren Gewicht dann schnell und sicher ermittelt werden kann.

Die Figur 91 zeigt eine solche Zeigerwage; sie besteht aus einem Hebel ACB, der in C seinen Drehpunkt hat.

Fig. 91.



Der Schwerpunkt G des Hebels hat das Bestreben, seine tiefste Lage lothrecht unter dem Drehpunkte C einzunehmen, das Gewicht der Wagschale Q aber verhindert ihn daran, so dass er und damit zugleich der Arm CA bei unbelasteter Wagschale eine bestimmte Stellung annimmt, die auf einem Gradbogen mit Null bezeichnet wird. Je mehr man nun die Wagschale Q belastet, desto höher wird der Schwerpunkt G gehoben und desto weiter rückt der als Zeiger dienende Arm CA hinauf. Der Endpunkt A beschreibt dabei einen Kreisbogen und giebt das Gewicht des auf der Wagschale befindlichen Körpers auf einem eingetheilten Bogen an. Das am Ende A angebrachte Gewicht G hat den Zweck, den Schwerpunkt des Hebels in eine hinreichende Entfernung vom Drehpunkte zu bringen.

57 **Die Federwage.** Es ist bereits früher in §. 20 gezeigt worden, wie man sich im Allgemeinen zum Messen der Kräfte der elastischen Federn bedienen kann, welche durch ihre Formveränderung die Grösse der Krafteinwirkung anzeigen. Dass derartige Vorrichtungen in gewissen Gränzen auch zum Abwägen der Körper eingerichtet werden können, ist daselbst ebenfalls schon gezeigt worden. Es wird dabei stets vorausgesetzt, dass die aus dem besten Stahl hergestellte Feder durch ihre oft wiederholten Formveränderungen innerhalb gewisser Gränzen an ihrer Elasticität nichts verliert, also nach Entfernung des wirksamen Zuges, welchen der abzuwägende Körper ausübt, ihre ursprüngliche Gestalt immer wieder annimmt. Da jedoch diese Voraussetzung streng genommen nicht zutrifft und insbesondere auch Temperaturveränderungen ihren Einfluss auf die Federn ausüben, so bedient man sich dieser Federwagen nur da, wo es mehr darauf ankommt, schnell, als genau abzuwägen, z. B. beim Verkaufe von Heu, Stroh, Fleisch, beim Verwiegen des Passagiergepäcks in den Güter-Expeditionen der Eisenbahnen u. s. w.

Fig. 92 II.

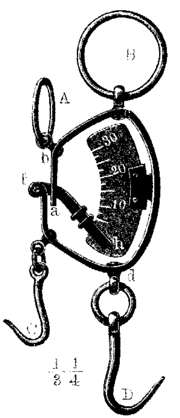
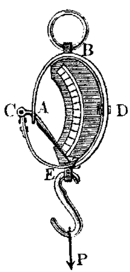
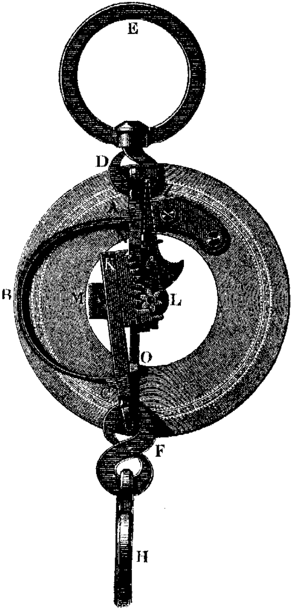


Fig. 92 I.



Ausser den in §. 20 bereits beschriebenen Federwagen kommt die in Fig. 92 I. abgebildete sehr häufig vor. Sie besteht aus einer einen offenen Ring $ABDEC$ bildenden Stahlfeder und einem gebogenen Zeiger CZ, der mit seinem Ende C mit dem einen Ende der Stahlfeder durch ein Scharnier verbunden ist, während das andere ringförmig gestaltete Ende dieser Feder den Zeiger bei *A* umgiebt. Die Feder wird durch einen Ring *B* festgehalten, und der abzuwägende Körper in einem Haken *EP* aufgehängt. Die Enden *A* und *C* des Stahlringes gehen durch diesen Zug auseinander, wodurch der Zeiger *CZ* bis zu einer gewissen Stelle an der bei *D* auf der Feder befestigten Scala in die Höhe steigt. Die Eintheilung dieser Scala geschieht durch Anhängung von bekannten Gewichten an den Haken *E*; man kann demnach das Gewicht des angehängten Körpers an dem Stande des Zeigers auf der Scala ohne Weiteres ablesen.

Fig. 93.



Um mit dieser Federwage sowohl kleine, als grosse Lasten abwägen zu können, giebt man ihr die Einrichtung der Fig. 92 II. Der Stahlbügel *abcdf* erhält dann zwei Aufhängeringe *A* und *B* und zwei entsprechende Haken *C* und *D*. Für leichtere Gegenstände werden die beiden Theile *A* und *C*, für schwerere die Theile *B* und *D* in derselben Weise, wie die Theile *B* und *E* in Fig. 92 I., angewandt. Die Scala für die kleineren Lasten ist auf der einen, für die grösseren auf der anderen Seite des auf dem Bügel *cd* befestigten Theilbogens angebracht; das Ende des Zeigers *ah* ist daher doppelt und umfasst die Scala auf beiden Seiten.

Noch zweckmässiger ist die Federwage von Leberton in Paris, deren hintere Ansicht in Fig. 93 abgebildet ist. Die Feder *ABC* ist hier an dem einen Ende lappenförmig gestaltet und durch Schrauben auf der hinteren Seite eines kreisrunden Zifferblattes befestigt, auf welchem die Scala zum Ablesen der Gewichte angebracht ist.

Ausserdem ist die Feder mit einem Haken D und einem Ringe E zum Aufhängen verbunden, und trägt an ihrem freien Ende C ausser einer Hakenverbindung FH noch eine gezahnte Stange CK. Die Zähne dieser Stange greifen in ein Getriebe L, auf dessen Achse auf der Vorderseite der Wage der Zeiger Z sitzt. Die Zahnstange CK lässt sich in der mit A und dem Zifferblatte fest verbundenen Führung MNO auf- und abschieben; dieselbe Führung bildet zugleich das Achsenlager für das Getriebe L. Durch das Anhängen der abzuwägenden Last in H wird der Arm CK nach unten gezogen und dadurch das Getriebe nebst dem daraufsitzenden Zeiger LZ in Bewegung gesetzt. Da auch hier die Scala von dem Verfertiger der Federwage durch Anhängen von bekannten Gewichten in H empirisch eingetheilt worden ist, so kann man das Gewicht der in H angehängten Körper aus dem Stande des Zeigers an der Scala unmittelbar ablesen.

58 **Die feste und die lose Rolle.** Die Rolle Fig. 94 ist eine kreisrunde Scheibe D, welche an ihrem ganzen Umfange mit einer Rinne B versehen ist, und die sich um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse frei drehen kann. Diese Achse ist entweder senkrecht zur Ebene der Rolle fest mit ihr verbun-

Fig. 94.

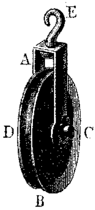
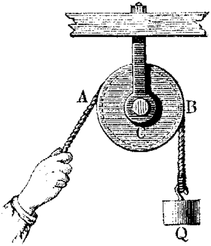


Fig. 95.



den und dreht sich dann in zwei Augen einer die Rolle umfassenden Scheere E, oder die Achse ist mit der Scheere fes verbunden und geht durch eine im Mittelpunkt der Rolle angebrachte Oeffnung, so dass sich dann die Rolle um diese feste Achse dreht. Um die Rolle wird ein Seil geschlungen, Fig. 95, das sich an einen Theil des Umfanges anschliesst und alsdann in der Richtung der Tangenten an den beiden Endpunkten des vom Seile bespannten Bogens dieselbe verlässt.

Wird, wie in Fig. 95, die Scheere an einem festen Punkte befestigt, so dass die Rolle sich bloss drehen, nicht aber eine fortschreitende Bewegung annehmen kann, so nennt man sie eine feste Rolle. Das Seil trägt dann an dem einen Ende eine Last, während an dem andern eine Kraft angebracht wird, um der Last das Gleichgewicht zu halten. Die beiden Kräfte, welche auf diese Weise in der Richtung der Seilstücke wirken, sind offenbar unter denselben Bedingungen im Gleichgewichte, als wenn sie an den Endpunkten eines Winkelhebels wirkten, dessen Drehpunkt im Mittelpunkte der Rolle liegt und dessen Arme die nach den Berührungspunkten A und B gezogenen Halbmesser der Rolle sind. Da nun diese beiden Hebelarme einander gleich sind, so muss auch, wenn Gleichgewicht eintreten soll, die Kraft am freien Seilende gleich dem Gewichte der am andern Ende hängenden Last sein.

Die Anwendung einer festen Rolle kann daher einen Gewinn an Kraft nicht hervorbringen; man wird vielmehr in allen Fällen, in denen man eine Last mit Hülfe einer festen Rolle fortbewegen will, in Folge der Reibung der Achse sowohl, als des Seiles am Rollenumfange eine grössere Kraft anwenden müssen, als die Last ist.

Dagegen bietet sie ein vortreffliches Mittel, um ohne erheblichen Kraftverlust die Richtung der Kraft abzuändern. Es ist z. B. unvortheilhaft und unbequem, die Baumaterialien, als Steine, Mörtel, Hölzer, von der Höhe der Baugerüste aus direct in der Richtung von unten nach oben hinaufzuziehen; statt dessen bringt man in der Höhe eine feste Rolle an, und zieht mit deren Hülfe vom Boden aus die Gegenstände in der Richtung von oben nach unten in die Höhe. — Ein Pferd ist nicht im Stande, ohne Beihülfe einer besonderen Vorrichtung Lasten vertical in die Höhe zu heben; gleichwohl ist es in vielen Fällen vortheilhaft, zur Hinaufschaffung schwerer Lasten auf bedeutende Höhen Pferdekräfte anzuwenden. In solchen Fällen hat man nur nöthig, die zu bewegende Last an einem Seile zu befestigen, dasselbe um eine in der Höhe angebrachte feste

Rolle zu schlingen, das freie vertical herabhängende Ende um eine zweite auf dem Boden befestigte Rolle zu legen, und an das nun wagerecht gerichtete Seilende das Pferd anzuspannen. Indem letzteres in wagerechter Richtung auf der Erde fortschreitet, zieht es die Last vertical in die Höhe. Die feste Rolle dient also niemals zur Kraftersparniss, sondern nur zur Abänderung der Kraftrichtung und heisst daher auch häufig Leitungsrolle.

Von anderer Art und Wirkung ist die lose Rolle, Fig. 96 und Fig. 97, die man erhält, wenn man an den Haken der Scheere die Last aufhängt, das eine Seilende an einem Punkte F

Fig. 96.

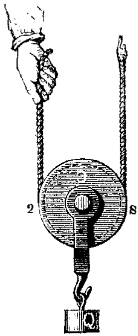
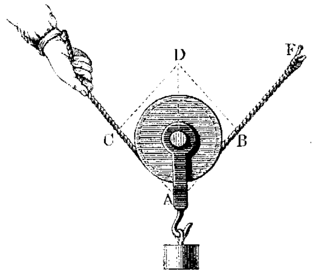


Fig. 97.

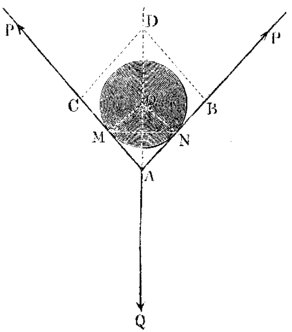


befestigt und an dem andern Ende die Kraft, welche die Last aufziehen soll, wirken lässt. Wenn, wie in Fig. 96, die beiden Seilstücke parallel sind, so hat jedes derselben die Hälfte der Last zu tragen, da der Zug, den diese ausübt, sich auf gleiche Weise auf die beiden Seilstücke vertheilt. Der Zug auf das eine feste Seilstück wird durch den festen Punkt aufgehoben, so dass der Zug auf das freie Seil, an welchem die Kraft wirkt, noch die Hälfte der Last beträgt. Wenn z. B. die angehängte Last Q 1000 Pfund beträgt, so würde ein Zug von 500 Pfund im Stande sein, die Last zu halten.

Sind, Fig. 97 und Fig. 98, die beiden Seilstücke MP, NP nicht parallel, so kann man dieselben verlängern, bis sie sich in A schneiden. Es ist klar, dass auch hier im Gleichgewichtszustande jedes Seilstück eine gleiche Spannung auszuhalten hat. Da die Kraft des angehängten Gewichtes oder die Last Q

in verticaler, durch den Mittelpunkt der Rolle gehender Richtung abwärts wirkt, so muss die Mittelkraft aus den beiden Seilspannungen beim Gleichgewichte dieser Schwerkraftwirkung gleich und entgegengesetzt sein. Man erhält daher die Richtung der Mittelkraft aus den Seilspannungen, wenn man durch den Mittelpunkt O der Rolle eine Verticale DQ zieht. Man kann nun die Angriffspunkte M und N der Seilspannungen nach A verlegen, indem man sich A als in fester Verbindung mit M und N stehend denkt, und kann von A aus die Mittelkraft aus den Seilspannungen durch eine beliebige Linie AD abtragen, welche dann zugleich die Grösse der Last Q darstellt. Durch Zerlegung der Mittelkraft AD nach den Richtungen AC und AB, indem man das Parallelogramm $DCAB$ bildet, erhält man die Seiten AC und AD, welche die Grösse der beiden Seilspannungen darstellen. Die eine derselben AB wird durch den festen Punkt F (Fig. 98) aufgehoben; man muss also, um mittelst der losen Rolle die Last im Gleichgewichte zu halten, in der Richtung des Seiles AC einen Zug ausüben, dessen Grösse zu dem Gewichte der angehängten Last dasselbe Verhältniss hat, wie die Linie AC zu der Linie AD.

Fig. 98.



Es ist leicht einzusehen, dass die Linien AB und AC einander gleich, sowie gegen die Verticale OA gleich geneigt sind; ebenso ergiebt sich, wenn man noch die Halbmesser OM und ON nach den Berührungspunkten M und N, sowie die Sehne MN zieht, dass die beiden gleichschenkligen Dreiecke ACD und MON gleiche Winkel haben und daher einander ähnlich sind; daher ist auch

$$AC : AD = OM : MN,$$

oder, wenn man den Zug der Kraft in der Richtung AC mit P, die an der Rolle aufgehängte Last mit Q, den Halbmesser der Rolle OM mit r, die Sehne MN des vom Seile umspannten Bogens mit s bezeichnet,

$$P : Q = r : s,$$

d. h. es ist bei einer losen Rolle Gleichgewicht vorhanden, wenn sich am freien Seilende die Kraft verhält zu der Last, wie der Halbmesser der Rolle zur Sehne des Seilbogens.

Bei der Fig. 96, wo die Seilstücke parallel sind, ist die Sehne des umspannten Bogens gleich dem Durchmesser der Rolle oder $2r$; es ist daher nach dem Vorigen Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$P : Q = r : 2r = 1 : 2,$$

d. h. wenn die Kraft P die Hälfte der angehängten Last Q ist, ein Resultat, welches wir bereits vorhin auf andere Weise erhalten haben. Da die Sehne des Seilbogens höchstens gleich dem Durchmesser der Rolle oder $2r$ sein kann, so ist auch der Fall, wo die Seilstücke parallel sind in Bezug auf Kraftgewinn, der günstigste, der überhaupt eintreten kann. Je kleiner in obiger Proportion r in Bezug auf s wird, um so kleiner ist auch die Kraft im Verhältnisse zu der Last; wird $r = s$, so ist auch $P = Q$, und in diesem Falle liefert die lose Rolle keinen Gewinn an Kraft; wird r gar grösser als s, was leicht eintreten kann, wenn das Seil nur einen sehr kleinen Bogen umspannt oder sich der wagerechten Richtung stark nähert, so ist auch P grösser als Q, und in diesem Falle giebt die lose Rolle einen Kraftverlust, da die zur Haltung der Last am freien Seilende anzuwendende Kraft grösser sein muss, als die Last.

59 **Die Flaschenzüge** sind Verbindungen mehrerer loser Rollen mit einer oder mehreren festen Rollen.

Wenn nämlich mehrere Rollen in einem und demselben Gehäuse sich befinden, so dass die einzelnen Rollen entweder in derselben oder in parallelen Ebenen sich bewegen können, so nennt man diese Verbindung eine Flasche; eine Verbindung zweier solcher Flaschen heisst dann Flaschenzug. Die Fig. 99 und Fig. 100 zeigen ein System von zwei Flaschen, von denen jede drei Rollen enthält; letztere haben eine gemeinschaftliche Achse, um welche sich eine jede unabhängig von der andern lose drehen kann. Die obere Flasche ist mittelst eines starken Hakens aufgehängt. Das Seil, welches an dem Gehäuse der oberen Flasche befestigt ist, geht herab durch die Rinne der ersten unteren Rolle, steigt dann wieder hinauf und schlingt sich um die erste obere Rolle, geht wieder nach unten um die zweite untere Rolle, darauf wieder hinauf zur zweiten oberen Rolle u. s. w. bis alle Rollen vom Seile bespannt sind und das freie Ende des Seiles die letzte obere Rolle verlässt. An diesem

Fig. 99.

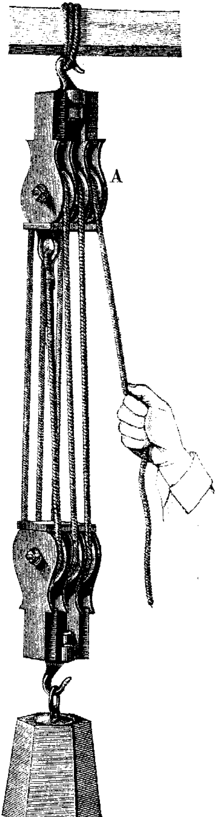
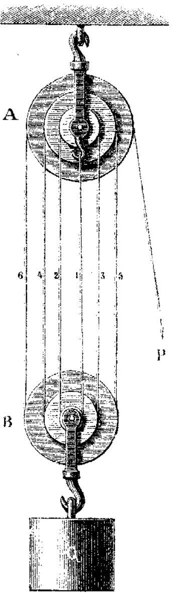


Fig. 100.



Ende wirkt die Zugkraft, welche das Gewicht des an die untere Flasche angehängten Körpers oder die Last im Gleichgewicht halten soll.

Folgt man dem Laufe des Seiles auf seine ganze Länge, so findet man, dass die Spannung in allen Stücken dieselbe sein muss, weil die zu einer Rolle gehörenden Seilstücke gleiche Spannung haben. Da nun die untere Flasche mit der daran hangenden Last von sechs Seilen, die annähernd parallel sind, getragen wird, so vertheilt sich die gesammte Last gleichmässig auf diese sechs Seile und jedes derselben erhält eine Spannung gleich dem sechsten Theile der Last. Die an dem freien Seilende anzubringende Zugkraft braucht daher auch nur ein Sechstel zu sein von der Last, um dieser das Gleichgewicht zu halten.

Mit Hülfe der Flaschenzüge kann man, wie mit dem Hebel, mit einer bestimmten Kraft einer noch so grossen Last das Gleichgewicht halten; es ist dazu nur erforderlich, eine hinreichend grosse Zahl von Rollen zu einer Flasche zu vereinigen; man erhält nämlich bei der so eben beschriebenen Einrichtung die Grösse der Kraft, die erforderlich ist, um der Last das Gleichgewicht zu halten, wenn man das Gewicht der Last durch die Anzahl sämmtlicher Rollen dividirt.

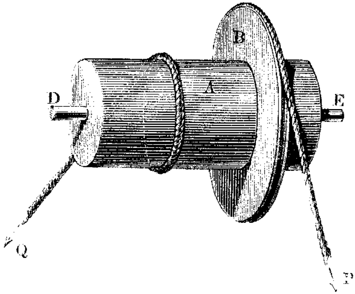
Wenn z. B. mit Hülfe eines Flaschenzuges von vier losen und vier festen Rollen eine Last von 1000 Pfund gehoben werden soll, so muss dazu, wenn von der Reibung abgesehen wird, eine Kraft von $\frac{1000}{8} = 125$ Pfund am freien Seilende angewandt werden. Umgekehrt würde man mit diesem Flaschenzuge eine Last von $8 \times 200 = 1600$ Pfund heben können, wenn die Zugkraft an dem freien Seilende 200 Pfund betrüge.

Wollte man die Anzahl der Rollen bestimmen, die man in der oben beschriebenen Weise zu einem Flaschenzuge vereinigen muss, um mit dessen Hülfe eine Kraft von 80 Pfund zu einer Last von 960 Pfund ins Gleichgewicht zu setzen, so hat man nur 960 Pfund durch 80 Pfund zu dividiren, der Quotient 12 zeigt dann an, dass man 12 Rollen zu nehmen und dieselben zu je sechs in einer Flasche zu vereinigen hat.

60 **Das Rad an der Welle.** Man bezeichnet im Allgemeinen mit dem Namen „das Rad an der Welle“ oder kurz Wellrad jede Vorrichtung, Fig. 101, welche aus einem um zwei

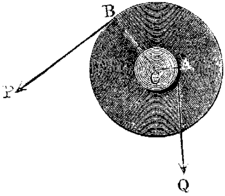
Zapfen D und E drehbaren Cylinder A, der Welle, und einer zu dieser Welle senkrecht stehenden kreisförmigen Scheibe B, dem Rade, besteht, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass sowohl die Welle als das Rad in den einzelnen Fällen der praktischen Anwendung sehr verschiedene besondere Anordnungen erhalten können. Am Umfange der Welle wirkt die Last Q, welche durch die Radwelle bewegt, z. B. in die Höhe gehoben werden soll, am Umfange des Rades dagegen in der entgegengesetzten Richtung die Kraft P, welche die Last im Gleichgewicht halten oder fortbewegen soll. Da die genannten beiden Theile des Wellrades stets in einer festen Verbindung mit einander stehen, so ist es rücksichtlich des Erfolges ihrer Wirkung gleichgültig, an welchem Theile des Wellenumfanges die Last Q wirkt; wir nehmen daher der grösseren Einfachheit wegen an, dass die beiden Kräfte P und Q in einer einzigen, zu der Welle senkrechten Ebene wirken.

Fig. 101.



In der Fig. 102 ist AQ die Richtung der an der Welle wirkenden Last, BP die Richtung der an dem Rade wirkenden Kraft. Man sieht sofort ein, wenn man den Mittelpunkt C mit den Punkten A und B verbindet, dass für jede Lage, in welcher sich die Radwelle befinden mag, das Gleichgewicht zwischen P und Q sich nach den Bedingungen herstellen wird, welche für den Winkelhebel aufgestellt worden sind; die festen Theile CB und CA, welche wir in der Folge als Halbmesser

Fig. 102.



zweier Kreise entsprechend mit R und r bezeichnen werden, bilden nämlich einen Winkelhebel BCA, dessen Drehpunkt in C liegt.

Hiernach ist bei einer Radwelle Gleichgewicht vorhanden, wenn nach dem Satze über die statischen Momente

$$P \,.\, R = Q \,.\, r,$$

oder auch wenn

$$P : Q = r : R,$$

d. h. wenn sich die Kraft zu der Last verhält, wie der Halbmesser der Welle zu dem Halbmesser des Rades.

In demselben Verhältnisse also, als der Halbmesser des Rades grösser ist, als der der Welle, ist auch beim Gleichgewichte die am Rade wirkende Kraft P kleiner, als die Last Q, welche am Umfange der Welle wirkt. Hat z. B. die Welle einen Halbmesser $r = 4$ Zoll, das Rad dagegen einen Halbmesser $B = 36$ Zoll, und ist die an einem um die Welle geschlungenen Seile hangende Last 900 Pfund, so kann dieselbe durch eine neunmal kleinere Kraft, also durch 100 Pfund, welche am Umfange des Rades wirkt, im Gleichgewicht gehalten, durch einen kleinen Ueberschuss an Kraft also in die Höhe gehoben werden.

Wenn sich in Folge dieses Ueberschusses an Kraft die Radwelle dreht, so greifen zwar die Kräfte P und Q nach und nach an anderen Punkten der Umfänge an, allein in allen Fällen bleiben doch die vorerwähnten Beziehungen bestehen, da die Linien, welche den Mittelpunkt C mit den jedesmaligen Berührungspunkten der Seile verbinden, Halbmesser der resp. Kreise sind und senkrecht zu den Kraftrichtungen stehen, daher auch als die Hebelarme dieser Kräfte für den Drehpunkt C anzusehen sind.

Sehr viele einfache Maschinen sind Anwendungen der Radwelle; wir wollen daher zunächst auf einige der gebräuchlichsten näher eingehen.

61 **Der Haspel.** Um eine Last auf eine gewisse Höhe zu heben, bedient man sich häufig eines Haspels. Derselbe besteht aus einer horizontalen Welle A, Fig. 103, die meistens von Holz, zuweilen aber auch von Eisen, und an beiden Enden mit zwei in den Lagern CC des Gestelles liegenden Zapfen BB versehen ist, so dass sie sich um ihre Achse BB drehen kann. Das eine Ende eines Seiles ist auf der Welle befestigt, an das andere wird die aufzuwindende Last Q angehängt. Das Rad der Welle

ist hier durch Stäbe ersetzt, welche in der Welle als Speichen befestigt sind, und deren Enden als Angriffspunkte der Kraft P dienen. Zuweilen giebt man der Welle auch die Einrichtung, dass sie zweimal in senkrecht auf einander stehenden Richtungen durchbohrt wird, und steckt dann eine einzige Speiche abwechselnd in das eine oder das andere Loch. Indem man die Speichen nach einander niederdrückt, wird die Welle A rundgedreht, das Seil aufgewickelt und die Last Q gehoben.

Um die Bedingungen zu finden, unter denen bei dem Haspel Gleichgewicht eintritt zwischen der Kraft P, welche an den Speichen wirkt und der Last Q, die am Seile hängt, beachte man wieder, dass es gleichgültig ist, in welchem Punkte des Umfanges die Speichen auf der Welle aufsitzen; so lange diese ihre Länge unverändert beibehalten und die Kraft P, mit welcher sie niedergedrückt werden, immer senkrecht zu ihrer Richtung bleibt, muss auch diese Kraft, um einer Last Q das Gleichgewicht zu halten, dieselbe Grösse behalten. Wir können daher wieder, wie in dem vorigen Paragraphen, annehmen, dass die beiden Kräfte in derselben Ebene wirken, die senkrecht zu der Umdrehungsachse der Welle steht.

Bezeichnen wir daher wieder die Länge der Speiche ON, Fig. 104, mit R, OM mit r, die aufzuwindende Last mit Q,

Fig. 103.

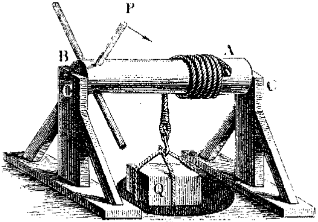
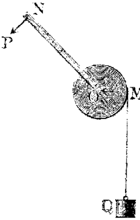


Fig. 104.



die Druckkraft, die auf die Speichen wirkt, mit P, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$P \,.\, R = Q \,.\, r,$$

oder wenn

$$P : Q = r : R.$$

Ist z. B. der Halbmesser der Welle $r = 2\frac{1}{2}$ Zoll, die Länge der Speiche vom Umfange der Welle gerechnet 30 Zoll, so ist $R = 2\frac{1}{2} + 30 = 32\frac{1}{2}$ Zoll, und daher, wenn die zu hebende Last 1000 Pfund beträgt,

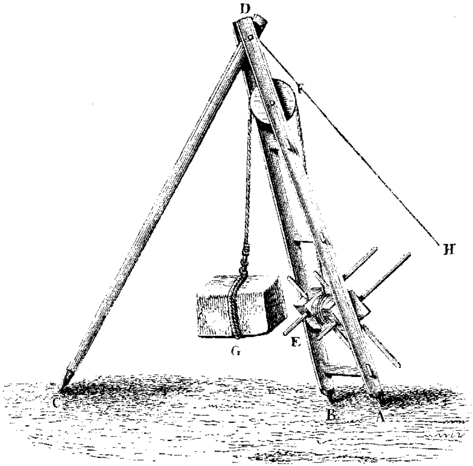
$$P \cdot 32\tfrac{1}{2} = 1000 \cdot 2\tfrac{1}{2},$$

also

$$P = \frac{1000 \cdot 2\frac{1}{2}}{32\frac{1}{2}} = 76\tfrac{12}{13} \text{ Pfund.}$$

Eine andere Einrichtung des Haspels zeigt die Fig. 105, wo die Welle mit doppelten Speichen versehen ist, damit zwei

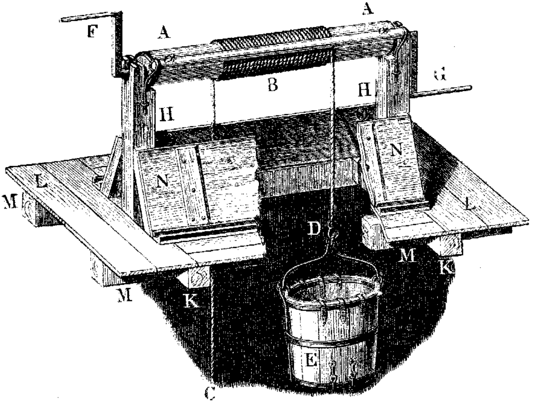
Fig. 105.



Menschen daran arbeiten können. Dieselbe ist an einem leicht zu versetzenden Gestelle ABD befestigt und zwischen die Welle und der zu hebenden Last G noch eine feste Richtungsrolle F eingeschoben, die auf die Grösse des von der Last ausgeübten und von der Kraft der Welle zu überwindenden Zuges keinen Einfluss hat, sondern nach §. 58 bloss dazu dient, die Richtung dieses Zuges uzmuändern.

In sehr vielen Fällen, namentlich bei Brunnenwinden, bei den Aufzügen, die dazu dienen, um aus nicht bedeutenden Tiefen Materialien heraufzuholen, versieht man die Welle, wie in Fig. 106, statt mit Speichen an einem, in der Regel aber an

Fig. 106.

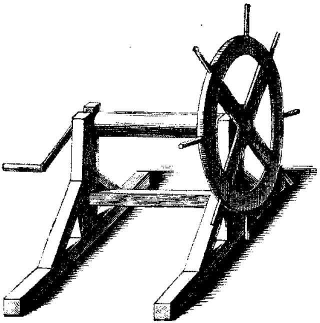


beiden Enden mit **Kurbeln** F, G, die nichts weiter sind, als Speichen, welche in senkrechter Richtung auf der Achse der Welle befestigt und mit besonderen Handgriffen versehen sind. In der Zeichnung steht der Haspel über der Oeffnung des Schachtes oder des Brunnens, aus welchem die Last in dem Eimer E heraufgeschafft werden soll. Das Seil ist dabei einigemal um die Welle geschlungen, jedoch keines der Enden auf der Welle befestigt. An jedem Ende hängt ein Eimer, von denen der eine leere immer herabgeht, während der andere gefüllte in die Höhe steigt. Da die beiden leeren Eimer nach entgegengesetzter Richtung auf die Welle wirken, so heben die aus ihrem Gewichte hervorgehenden Kräfte sich gegenseitig auf, so dass die an den Kurbeln arbeitenden Kräfte nur das Gewicht der in den vollen Eimern befindlichen Materialien zu bewältigen haben.

Die Fig. 107 (a.f.S.) zeigt noch eine andere Einrichtung des Rades an dem Haspel; es ist nämlich auf das eine Ende der

Welle ein mit Handhaben oder Spillen besetztes Rad, Spillenrad genannt, aufgesetzt, durch dessen Drehung die Welle ebenfalls rundgeht. Die Hand fasst eine Spille nach der anderen und drückt sie stets in derselben Richtung fort, oder die beiden Hände fassen zwei diametral gegenüber stehende Spillen und drücken darauf in entgegengesetzter Richtung. In dieser Form begegnen wir dem Rade an der Welle u. A. bei den Vorrichtungen, welche dazu dienen, das Steuerruder auf den Dampfschiffen zu bewegen.

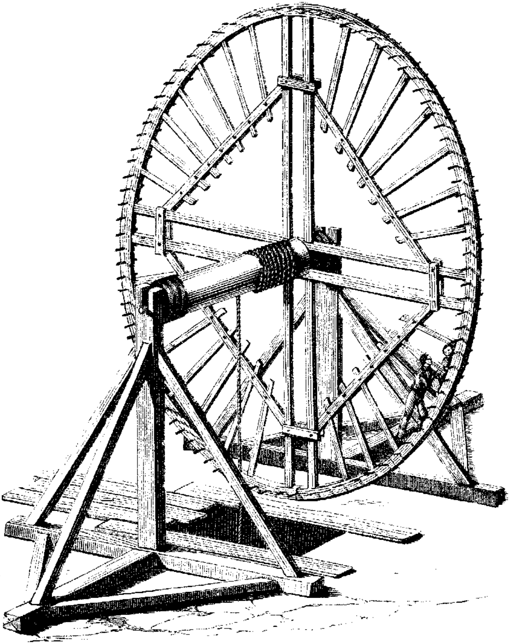
Fig. 107.



62 **Das Sprossen- oder Spillenrad.** In der Umgegend von Paris kommt das Spillenrad sehr häufig in der Construction vor, wie sie in der Fig. 108 abgebildet ist. Hier dient der Haspel dazu, um Steine aus unterirdischen Steinbrüchen, die durch einen Schacht mit der Oberfläche der Erde in Verbindung stehen, zu Tage zu fördern. Auf der Welle ist ein grosses Rad befestigt, das an beiden Seiten des Kranzes mit Sprossen versehen ist. Um die Maschine in Bewegung zu setzen, schreiten mehrere Arbeiter zu beiden Seiten des Kranzes auf den Sprossen, wie auf einer Leiter, vorwärts, wobei das Gewicht ihres Körpers die Sprossen niederdrückt und so das Rad sammt der Welle rund treibt. Wenn der an dem freien Seilende befestigte Stein so weit gehoben ist, dass er sich oberhalb der Oeffnung des Schachtes befindet, so wird dieser durch untergeschobene starke Bohlen geschlossen und der Stein darauf herabgelassen.

Wir wollen nun näher untersuchen, in welcher Weise die Kräfte bei dieser Hebemaschine zur Wirkung gelangen. Wenn ein Mensch vermöge seiner Muskelkraft einen gewissen Druck oder Zug ausübt, so kann er innerhalb gewisser Gränzen die Grösse dieses Druckes oder Zuges je nach der Grösse des zu überwindenden Widerstandes beliebig ändern. Anders ist es bei unserer Maschine, bei welcher allein das Gewicht des menschlichen Körpers, das nicht verändert werden kann als bewegende Kraft wirkt. Da also hier Steine oder Lasten von verschiedenem Gewichte durch eine und dieselbe Kraft, das Gewicht des menschlichen Körpers, gehoben werden sollen, so muss nothwendig die Anordnung stattfinden, dass der Hebel-

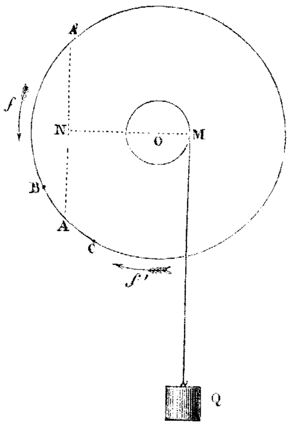
Fig. 108.



arm der Kraft veränderlich sei, damit, wenn die Last kleiner wird, auch das Drehungsmoment der Kraft, also der Hebelarm dieser Kraft kleiner werde.

Nehmen wir der Einfachheit wegen an, dass nur ein einziger Arbeiter in den Sprossen sich befinde und dass sein Gewicht ausreiche, um der am Seile hängenden Last das Gleichgewicht zu halten. Das Gewicht P des Körpers ist eine vertical wirkende Kraft und wirkt also, wenn der Arbeiter sich im Punkte A, Fig. 109, des Rades ABA' befindet, in der lothrechten Richtung AA'; der Hebelarm dieser Kraft ist also die vom Drehpunkte O aus auf die Richtung der Kraft gefällte Senkrechte ON und das statische Moment des in A wirkenden Gewichtes des Arbeiters ist das Product $P \,.\, ON$. Man sieht, dass die Wirkung des Arbeiters auf das Rad und sein Streben, dasselbe zu drehen, von der Grösse des Hebelarmes ON abhängig ist; steigt der Arbeiter in die Höhe nach B hin, so wird der Hebelarm grösser, steigt er abwärts nach C hin, so wird er kleiner; den grössten Werth erhält der Hebelarm ON, wenn er gleich dem Halbmesser des Rades ist und in diesem Falle übt der Arbeiter die grösste Wirkung zur Drehung des Rades aus, die er überhaupt hervorbringen kann.

Fig. 109.



Die Last Q hat das Drehungsmoment $Q \,.\, OM$; ist dieses gleich dem Momente $P \,.\, ON$, welches der Arbeiter ausübt, so ist Gleichgewicht vorhanden und das Rad bleibt in Ruhe. Nehmen wir an, es sei dieses für die Stellung des Arbeiters in A der Fall. Wenn dann der letztere einige Sprossen höher hinauf nahe nach B steigt, so ist der Hebelarm seines Gewichtes grösser geworden, als ON, und sein Moment überwiegt das der Last Q. Ein Theil dieses Momentes von der Grösse $P \,.\, ON$ hält dann dem Momente $Q \,.\, OM$ der Last das Gleichgewicht, der Ueberschuss aber veranlasst die Drehung des Rades in der Richtung des Pfeiles f. Dadurch gelangt der Arbeiter wieder nach A, wo das Rad in Ruhe kommt; steigt er wieder einige Sprossen in die Höhe und setzt er dieses Steigen ununterbrochen fort, so dreht sich das Rad ortwährend rund und hebt dadurch den Stein in die Höhe.

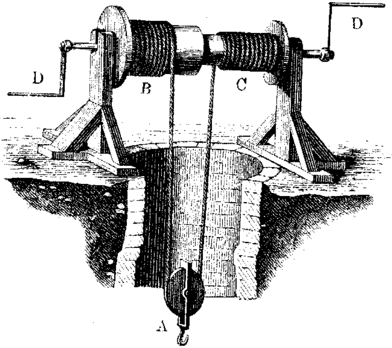
Stiege der Arbeiter einige Sprossen unterhalb A, etwa bis C, so würde der Hebelarm seines Gewichtes kleiner sein, als ON; das Moment der Last Q überwöge dann das seines Körpergewichtes und das Rad drehte sich in der Richtung des Pfeiles f' rückwärts. Man sieht hieraus, dass die Stellung des Arbeiters in A die stabile Gleichgewichtslage (§. 46) der Radwelle ist, denn wenn er sich aus derselben nach oben oder unten entfernt, so bringt ihn das Rad von selbst wieder in die vorige Lage nach A zurück.

Wenn sich der Arbeiter im Punkte A', vertical über A, befindet, so ist der Hebelarm seines Gewichtes ebenfalls ON und sein Drehungsmoment $P \cdot ON$ ebenso gross, als wenn er in A ist, die Maschine ist dann ebenfalls im Gleichgewicht; aber dieses Gleichgewicht ist ein labiles, weil bei der geringsten Entfernung des Arbeiters vom Punkte A' das Rad sofort sich so weit umdreht, bis es ihn wieder nach A gebracht hat. Zur Vermeidung von Unglücksfällen ist es von der grössten Wichtigkeit, den Arbeiter immer in der stabilen Gleichgewichtslage wirken zu lassen, da im anderen Falle es leicht eintreten könnte, dass das Gewicht der Last Q das Rad in eine zu schnelle Bewegung versetzte und dadurch der Arbeiter mit fortgerissen würde. Aus diesem Grunde muss man die einzelnen Theile der Maschine so anordnen, dass der Punkt A möglichst tief unter der Achse liegt, denn in diesem Falle befindet sich der Arbeiter von dem Punkte A' des labilen Gleichgewichtes stets möglichst weit entfernt.

Der Differential-Haspel. Aus den bisherigen Unter- 63
suchungen hat sich ergeben, dass man mit einer um so kleineren Kraft selbst einer sehr bedeutenden Last am Haspel das Gleichgewicht halten kann, je kleiner der Halbmesser der Welle ist im Verhältnisse zu der Länge des Hebelarmes, an welchem die Kraft arbeitet. Durch fortwährende Verkleinerung jenes Halbmessers würde man also eine beständige Vermehrung des Kraftgewinnes erhalten; in der Wirklichkeit aber kommt man dabei sehr bald zu einer gewissen Gränze, welche man nicht überschreiten darf, wenn man die Festigkeit der Welle nicht gefährden will. Ist daher die durch einen Haspel zu hebende Last sehr bedeutend und steht zu deren Förderung nur eine verhältnissmässig kleine Kraft zu Gebote, so giebt man der

Welle, wie es in Fig. 110 abgebildet ist, in ihren beiden Hälften verschiedene Durchmesser. Die Last Q hängt dann an

Fig. 110.



dem Haken einer losen Rolle A und die Enden des Seiles, welches diese Rolle trägt, sind nach entgegengesetzter Richtung um die beiden ungleich dicken Wellenhälften gewickelt und daselbst befestigt. Die Welle wird mittelst der Kurbeln D so gedreht, dass sich das eine Seilende auf den stärkeren Theil B der Welle auf- und das andere von dem dünneren Theile C der Welle abwickelt. Auf diese Weise hebt sich bei jeder vollen Umdrehung der Welle die Last auf eine Höhe, welche gleich dem Unterschiede der beiden verschiedenen Wellenumfänge, oder, was dasselbe ist, gleich dem Unterschiede der beiden Wellenhalbmesser ist.

Um für eine derartige Einrichtung die Bedingungen des Gleichgewichtes zu ermitteln, bezeichnen wir wie früher die Kraft, welche an der Kurbel wirkt, mit P, die bei A aufgehängte Last mit Q, den Hebelarm der Kraft (die Kurbellänge) mit R, den grösseren Halbmesser der Welle mit r_1, den kleineren mit r_2, so ist zunächst klar, dass das Gewicht der Last Q sich auf die beiden Seilstücke der Rolle A gleichmässig vertheilt und jedes Seil die halbe Last, d. i. $\frac{Q}{2}$, trägt. Das Moment der Kraft P ist daher $P \,.\, R$, dasselbe wird aber noch verstärkt durch das Moment $\frac{Q}{2} \cdot r_2$, weil die an dem rechts hängenden Seile der dünneren Wellenhälfte wirkende Last, $\frac{Q}{2}$, deren Hebelarm r_2 ist, die Welle in derselben Richtung zu drehen strebt, wie die an der Kurbel durch ihren Druck wirkende Kraft P. Während daher nach der einen Richtung die Welle mit einem Momente $P.R + \frac{Q}{2} \cdot r_2$ gedreht wird, wirkt dieser Drehung nach der anderen Richtung das Moment der an dem linken Seile hängenden Last $\frac{Q}{2}$, welche den Hebelarm r_1 hat, entgegen. Es ist also Gleichgewicht vorhanden, wenn diese Momente einander gleich sind, also wenn

$$P.R + \frac{Q}{2} \cdot r_2 = \frac{Q}{2} \cdot r_1, \text{ woraus folgt}$$

$$P.R = \frac{Q}{2} (r_1 - r_2), \text{ oder}$$

$$P = \frac{Q}{2} \cdot \frac{r_1 - r_2}{R}.$$

J e k l e i n e r a l s o d e r U n t e r s c h i e d ($r_1 - r_2$) d e r b e i d e n W e l l e n h a l b m e s s e r i s t, d e s t o k l e i n e r i s t d i e K r a f t P, w e l c h e d e r L a s t Q d a s G l e i c h g e w i c h t h a l t e n k a n n, wobei es ganz gleichgültig ist, wie gross diese Halbmesser selbst sind. Man kann daher die Welle so stark machen, als es die Grösse der Last erfordert, und doch reicht eine kleine Kraft aus, um damit diese Last zu heben.

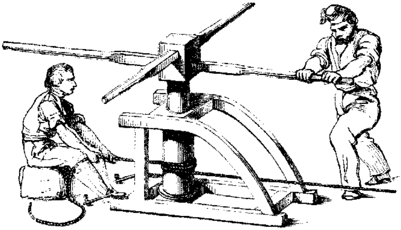
Nehmen wir z. B. die Last wie in §. 61 wieder zu 1000 Pfd., die Kurbellänge zu $32\frac{1}{2}$ Zoll, den grösseren Wellenhalbmesser zu 3 Zoll, den kleineren zu $2\frac{1}{2}$ Zoll an, so ist die Kraft, welche der Last von 1000 Pfd. das Gleichgewicht zu halten vermag

$$P = \frac{1000}{2} \cdot \frac{3 - 2\frac{1}{2}}{32\frac{1}{2}} = 7\frac{9}{13} \text{ Pfd.},$$

wogegen sie bei denselben Dimensionen des einfachen Haspels nach dem Beispiel in §. 61 immer noch $76\frac{12}{13}$ Pfd. sein müsste. Wenn die Welle statt der Halbmesser 3 und $2\frac{1}{2}$ Zoll grössere Dimensionen, z. B. 4 und $4\frac{1}{2}$, oder 7 und $7\frac{1}{2}$ Zoll u. s. w. hätte, so würde das offenbar den Effect des Haspels nicht ändern, da dieser nur von der Differenz der Halbmesser abhängt und diese Differenz in den genannten Fällen stets $\frac{1}{2}$ Zoll ist.

64 **Die Erdwinde, auch Göpel genannt,** ist als ein Haspel anzusehen, bei welchem die Welle vertical steht; sie wird vorzugsweise in Häfen, auf Schiffen oder überhaupt da angewandt, wo ein starker Zug in horizontaler oder doch nahe horizontaler Richtung hervorgebracht werden soll. Die Fig. 111 zeigt eine solche Winde. Die Welle ist über das Gestelle hinaus verlängert und hat an ihren Enden einen viereckigen Kopf, durch welchen vier oder mehrere Arme gesteckt sind, um als Handhaben für die Arbeiter zu dienen. Das Gestelle selbst wird einfach auf den Boden gestellt und daselbst mit Stricken an fest eingerammte Pfähle gebunden. Da die verticale Welle nicht sehr hoch, und das Tau, auf welches man den horizontalen Zug auszuüben hat, meist sehr lang ist, so würde es mit Schwierigkeiten verbunden sein, das ganze Seil auf die Welle aufzuwickeln; man verfährt daher bei der Winde in anderer Weise als beim Haspel. Anstatt das eine Seilende an der Welle zu befestigen, schlingt man das Seil nur einige Mal um diese herum und lässt an seinem freien Ende durch einen Arbeiter einen so starken Zug auf dasselbe ausüben, dass es auf der Welle nicht gleiten oder rutschen kann. Beim Drehen der Winde befindet sich stets eine gleiche Seilmenge auf der Welle, weil sich bei der vorhandenen Spannung der beiden Seilenden immer so viel auf der einen Seite neu aufwindet, als auf der anderen abgewickelt wird. Um das Seil mit geringer Kraft am Gleiten zu verhindern, versieht man häufig die Welle mit Längsrippen.

Fig. 111.



Die Bedingungen des Gleichgewichtes lassen sich in ähnlicher Art, wie bei dem Haspel, leicht aufstellen. Den Zug, welchen der eine Arbeiter am freien Ende des Seiles ausübt, hält einem gleich grossen Zuge der Last am anderen Seile das Gleichgewicht, da für beide die Hebelarme, nämlich der Halbmesser der Welle, gleich sind; der übrige Theil der Last muss durch die Kraft, welche an den Hebeln wirkt, im Gleichgewicht gehalten werden. Bezeichnet man daher die Last mit Q, die Kraft, mit welcher der Arbeiter das freie Seilende zieht, mit q, die Kraft, mit welcher ein Arbeiter an einem Hebel arbeitet, mit P, den Halbmesser der Welle mit r, die Länge eines Hebels mit R, so hat die Kraft P nur noch einer Last $(Q - q)$ das Gleichgewicht zu halten. Letztere Kraft wirkt an dem Hebelarme r_1, wogegen die Kraft P an dem Hebelarme R arbeitet; es ist daher an der Erdwinde Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$P \cdot R = (Q - q) \cdot r, \text{ woraus folgt}$$

$$P = (Q - q) \cdot \frac{r}{R}.$$

Ist z. B. $r = 3$ Zoll, $R = 36$ Zoll, $Q = 1000$ Pfd., $q = 76$ Pfd., so ist für den Gleichgewichtszustand erforderlich, dass der Mann an dem Hebel der Winde arbeite mit einer Kraft

$$P = (1000 - 76) \cdot {}^3/_{36} = 77 \text{ Pfd.}$$

Wenn statt eines einzigen Arbeiters mehrere an ebenso vielen, aber gleich langen Hebeln wirken, so verhält sich die Sache offenbar genau so, als wenn an einem einzigen Hebel eine Kraft wirkt, welche gleich der Summe der einzelnen Arbeiterkräfte ist. In einem solchen Falle hat man also bei der Berechnung P als die Summe dieser Kräfte anzusehen.

Umgekehrt kann man auch fragen, welche Last mit einer Erdwinde gefördert werden kann, wenn an jedem der vier 36 Zoll langen Hebel ein Mann mit 80 Pfd. Druck arbeitet, der Zug des Arbeiters auf das freie Seilende aber nur 60 Pfd. beträgt, und der Durchmesser der Welle 6 Zoll ist?

Die Summe der Kräfte der vier Arbeiter an den Hebeln ist 4×80 oder 320 Pfd., folglich das Moment derselben 320×36; bezeichnet man die Last mit Q, wenn ein Arbeiter nicht am freien Seilende zieht, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn

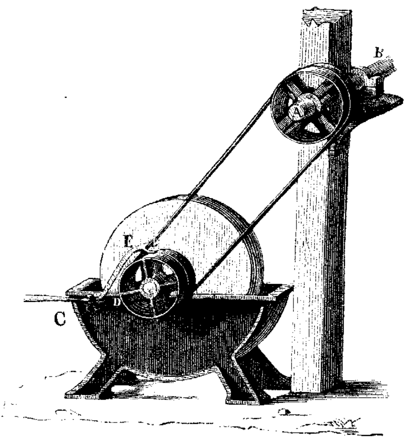
$$Q \cdot 3 = 320 \times 36, \text{ also}$$

$$Q = \frac{320 \cdot 36}{3} = 3840 \text{ Pfd.}$$

Der Zug des Arbeiters am freien Seilende kann aber noch einer anderen Last von 60 Pfd. das Gleichgewicht halten, so dass die gesammte Last, welche von den vier Arbeitern im Gleichgewicht gehalten werden kann, $3840 + 60$ Pfd., also 3900 Pfd. beträgt. — Die Anwendung der obigen Formel giebt natürlich dasselbe Resultat.

65 **Der Riemen oder das Seil ohne Ende.** Wenn man die Drehung einer Welle auf eine andere parallele und ihr nicht sehr nahe liegende Welle übertragen will, so wendet man häufig den Riemen ohne Ende an, welcher zwei Riemscheiben oder Trommeln umschlingt, die auf den beiden Wellen befestigt sind. Man findet diese Art der Bewegungsübertragung sehr häufig in Werkstätten, in welchen eine Reihe von verschiedenen Arbeitsmaschinen durch eine einzige Kraftmaschine, z. B. ein Wasserrad oder eine Dampfmaschine in Bewegung gesetzt werden sollen. Die Arbeitsmaschine setzt dann zunächst eine oder mehrere sehr lange Wellen in Bewegung, welche durch die ganze Länge des Maschinenraumes laufen und meistens an der Decke desselben befestigt sind. Auf diesen Wellen sind von Strecke zu Strecke Rollen befestigt, von denen die Bewegung mittelst Riemen auf die Arbeitsmaschinen, z. B. Webstühle, Drehbänke, Hobel- oder Bohrmaschinen übertragen wird. Die Fig. 112 zeigt eine solche Bewegungsübertragung. Die Welle $A\,B$ wird unmittelbar von einer Kraftmaschine in drehende Bewegung gesetzt; auf derselben sitzt eine Scheibe, welche mit rund läuft und die Bewegung vermittelst eines Riemens auf einen Schleifstein überträgt. Ausser der auf der Achse des Schleifsteines befestigten Rolle, um welche sich ebenfalls der Riemen schlingt, wenn der Stein bewegt werden soll, befindet sich neben der ersteren noch eine zweite Rolle, welche jedoch nicht fest mit der

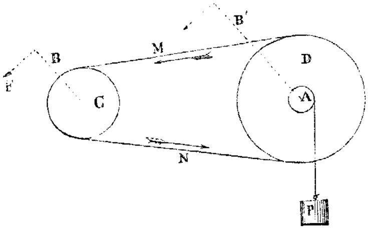
Fig. 112.



Achse verbunden ist und daher auch die lose Rolle genannt wird. Das eine gabelförmige Ende E eines Hebels C, der in D seinen Drehpunkt hat, umfasst den Riemen; drückt man den Handgriff C des Hebels nach der einen oder der anderen Seite hin, so wird dadurch der Riemen entweder auf die mit dem Schleifsteine fest verbundene, oder auf die lose Rolle geschoben; im ersteren Falle theilt sich die Bewegung des Riemens dem Steine mit, im anderen Falle veranlasst der Riemen eine blosse Drehung der losen Rolle um die Achse des Steines, während dieser selbst stille steht. Man sieht hieraus, dass man es bei dieser Einrichtung in der Hand hat, die Welle AB beständig rund laufen zu lassen, dagegen die Arbeitsmaschinen nach Belieben durch einen leichten Druck der Hand in Bewegung oder in Stillstand zu versetzen.

Wir wollen nun untersuchen, unter welchen Bedingungen zwischen den Kräften, die auf zwei durch einen Riemen verbundene Rollen wirken, Gleichgewicht stattfindet. Zu diesem Zwecke nehmen wir an, dass die Rolle C, Fig. 113, durch eine Kurbel B gedreht und dass die Bewegung derselben durch den Riemen MN auf die Rolle D übertragen werde, um hierdurch ein an der Welle A wirkendes Gewicht P zu heben.

Fig. 113.



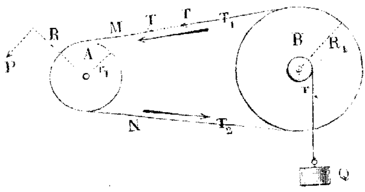
Damit nicht ein Gleiten des Riemens auf den Rollen stattfinde, muss in demselben eine gewisse Spannung herrschen, die jedoch, wenn die Last P gehoben werden soll, nicht in allen Theilen des Riemens gleich stark sein darf, weil sie sich sonst auf beiden Seiten der Rolle D das Gleichgewicht halten und eine Drehung der Rolle D verhindern würden. Damit das Gewicht P gehoben werden könne, muss das Riemenstück M, welches man die ziehende oder treibende Seite nennt, stärker gespannt sein, als das untere Stück N oder die gezogene Seite. Nur der Unterschied dieser beiden Spannungen oder der Ueberschuss der Spannung im ziehenden Riemenstück über die im gezogenen Stücke wirkt als freie Kraft an dem

Umfange der Rolle D und hält das Gewicht P im Gleichgewicht. Andererseits aber wirkt dieselbe Spannung im Riemen M als Widerstand am Umfange der Rolle C und hält, wenn überhaupt die ganze Vorrichtung im Gleichgewicht ist, der an der Kurbel B wirkenden Triebkraft F das Gleichgewicht. Nehmen wir an, die Kurbel B sei doppelt so gross, als der Halbmesser der Rolle C, so ist nach dem Satze über die Radwelle die im Riemen M vorhandene am Umfange der Rolle C wirkende Spannung zweimal so gross, als die Kraft F an der Kurbel B; dieselbe an dem Umfange der Rolle D wirkende Spannung des Riemens M, welche gleich 2 F ist, kann man auch ersetzen durch eine mit der Welle A verbundene Kurbel B', an welche dann eine Kraft anzubringen ist, die die Rolle D in demselben Sinne und mit derselben Stärke dreht, wie der Riemen M. Die am Umfange der Rolle D wirkende Zugkraft des Riemens ist aber 2 F, und stellt man sich vor, dass an der Kurbel B' die einfache Kraft F wirke, wie an der Kurbel B, so muss offenbar die Kurbellänge B' doppelt so gross genommen werden, als der Halbmesser der Rolle D ist. Diese Kraft F an der Kurbel B' würde also ebenso vollständig wie die gleiche Kraft F an der Kurbel B der Last P das Gleichgewicht halten können. Es ist hiernach, um die Last P im Gleichgewicht zu halten, einerlei, ob eine Kraft F an der Kurbel B vermittelst des Riemens ohne Ende auf die Rolle D und damit auf die Welle A wirkt, oder ob dieselbe Kraft F ohne Hülfe eines Riemens direct an der Kurbel B' auf die Welle A einwirkt.

Man beachte ferner, dass die beiden Kurbellängen B' und B dasselbe Verhältniss haben, wie die Halbmesser der Rollen D und C. Hiernach kommen wir dann zu dem Resultate, dass die Anwendung eines Riemens und zweier Rollen zur Ueberwindung eines Widerstandes P gleichbedeutend ist mit einer Vergrösserung des Hebelarmes der Triebkraft F, einer Vergrösserung, wie sie Fig. 113 aus dem Verhältnisse der Rollenhalbmesser ergiebt. Ist z. B. der Halbmesser der Rolle D das 2, 3, 4fache des Halbmessers der Rolle C, so kann die an der Kurbel B wirkende Kraft F mit Hülfe des Riemens und der Rollen auch ein 2, 3, 4mal so grosses Gewicht P heben, als wenn sie mittelst derselben Kurbel B direct auf die Welle A wirkte.

Wir gelangen zu demselben Resultate durch Anwendung der statischen Momente. In Fig. 114 sei Q die an der Welle der Rolle B wirkende Last, P die an der Kurbel der Rolle A angreifende Triebkraft; die Halbmesser der Rollen B und A seien resp. R_1 und r_1, der Halbmesser der Welle, an welcher Q wirkt, sei r, die Länge der Kurbel R. Den Unterschied der Spannungen T_1 und T_2 in den Riemenstücken M und N bezeichnen wir mit T, so wirkt wieder, wie oben gezeigt worden, diese Spannung T einerseits am Umfange der Rolle B, und es ist, wenn sie die Last Q im Gleichgewicht hält, $T \,.\, R_1 = Q \,.\, r$,

Fig. 114.



also $T = Q \cdot \frac{r}{R_1}\cdot$ Andererseits wirkt dieselbe Riemenspannung T am Umfange der Rolle A dem Drehbestreben der Kraft P entgegen, und es ist daher beim Gleichgewicht ebenfalls $T \,.\, r_1 = P \,.\, R$, oder $T = P \cdot \frac{R}{r_1}\cdot$ — Die Kraft T ist daher sowohl gleich $Q \cdot \frac{r}{R_1}$, als auch gleich $P \cdot \frac{R}{r_1}$ und daher ist, wenn zwischen den beiden Kräften P und Q Gleichgewicht stattfinden soll,

$$Q \cdot \frac{r}{R_1} = P \cdot \frac{R}{r_1}, \text{ oder auch}$$

$$P = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1}.$$

Lässt man die Kurbellänge R und den Halbmesser r der Welle ungeändert, so wird die Kraft P, welche die Last Q im Gleichgewicht hält, um so kleiner, je kleiner der Halbmesser r_1 der Rolle A wird im Verhältniss zu dem Halbmesser R_1 der Rolle B.

Es sei z. B. bei einem Riemen ohne Ende die aufzuwindende Last $Q = 1000$ Pfd., der Halbmesser der Welle $r = 2$ Zoll, die Kurbel $R = 20$ Zoll, die beiden Rollenhalbmesser $r_1 = 4$ Zoll, $R_1 = 10$ Zoll, so ist die Grösse der Kraft, welche an der Kurbel wirken muss, um der Last das Gleichgewicht zu halten,

$$P = 1000 \cdot \frac{2}{20} \cdot \frac{4}{10} = 40 \text{ Pfund};$$

würde man, anstatt den Riemen und die Rollen anzuwenden, eine Kraft P_1 mittelst der Kurbel von 20 Zoll direct an der Welle, an welcher die Last hängt, wirken lassen, so würde für diese Kraft Gleichgewicht vorhanden sein, wenn

$$P_1 \, . \, 20 = 1000 \, . \, 2, \text{ also}$$

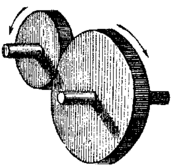
$$P_1 = \frac{1000 \, . \, 2}{20} = 100 \text{ Pfd.}$$

Man gewinnt also bei Anwendung des Riemens und der Rollen an Kraft im Verhältniss von 40 zu 100, und dieses Verhältniss ist genau das der Rollenhalbmesser 4 und 10 Zoll.

66 **Gezahnte Räder.** — Die gezahnten Räder haben, wie Riemen und Rollen, den Zweck, die drehende Bewegung von einer Achse auf eine andere zu übertragen; man wendet sie insbesondere an, wo die Achsen nahe beisammen liegen, mögen sie nun parallel sein oder sich schneiden.

Wenn die Achsen einander parallel sind und sehr nahe zusammenliegen, so kann man sie einfach mit zwei Scheiben versehen, deren Umfänge sich berühren, wie in Fig. 115. Wenn

Fig. 115.



diese beiden Scheiben hinlänglich stark gegen einander gepresst werden, so dass an den Berührungsstellen eine gewisse Reibung stattfindet, so kann sich keine von ihnen drehen ohne die andere mitzunehmen, es sei denn, dass der letzteren ein zu grosser Widerstand entgegenwirkte. Die Richtungen der Bewegung sind hierbei, wie die beigesetzten Pfeile anzeigen, einander entgegengesetzt. Wenn jedoch die Scheibe, auf welche die Bewegung von der ersten Scheibe übertragen werden soll, einen zu grossen Widerstand zu überwinden hat, so ist die Reibung nicht mehr stark genug, um eine Drehung derselben hervorzubringen; die eine Scheibe dreht sich dann allein, indem sie auf dem Umfange der anderen bloss schleift.

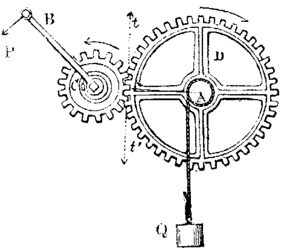
Um in solchen Fällen das Gleiten zu verhindern und ein stärkeres Aneinanderhaften der Scheibenumfänge zu bewirken, versieht man eine jede der Scheiben mit Erhöhungen und Vertiefungen, die in einander greifen. Die Erhöhungen nennt man Zähne, die Vertiefungen Zahnlücken und die mit Zähnen und Zahnlücken versehenen Scheiben Zahnräder. Die Uebertragung der Bewegung von dem einen Rade auf das andere geschieht in derselben Weise, wie im vorhergehenden Falle, es kann sich jedoch keines der Räder drehen, ohne das andere mitzunehmen, wenn nur die Zähne stark genug sind, um den Druck, der auf sie ausgeübt wird, auszuhalten.

Die Zähne eines Rades sind alle einander gleich und auf dem ganzen Radumfange in gleichen Abständen regelmässig vertheilt. Wenn zwei Räder in einander greifen, so muss der Raum, den ein Zahn mit der auf ihn folgenden Zahnlücke einnimmt, die sogenannte Theilung, auf beiden Rädern gleich gross sein. Aus diesem Grunde steht die Anzahl der Zähne auf zwei in einander greifenden Rädern in demselben Verhältnisse, wie die Umfänge oder die Halbmesser der Räder.

Ist ein Rad im Vergleiche zu dem anderen, in welches es eingreifen soll, sehr klein, so nennt man es Getriebe oder Trieb.

Die Kräfte, welche auf zwei in einander greifende Räder wirken, haben dieselben Beziehungen zu einander, wie bei den Riemen und Rollen. Nehmen wir an, dass die Kraft P, Fig. 116,

Fig. 116.



wieder an der Kurbel B wirke, um vermittelst der beiden Zahnräder C und D die Welle A zu drehen und dadurch die Last Q zu heben. Die Kraft P bewirkt, dass die Zähne des Rades C einen Druck t auf die Zähne des Rades D ausüben, welcher am Umfange dieses Rades wirkt und der Last Q das Gleichgewicht hält; umgekehrt aber ruft die Last Q auf die Zähne des Rades C einen Druck t' hervor, welcher sich mit der Kraft P im Gleichgewicht hält. Diese beiden Kräfte t und t' müssen aber genau gleich sein, und man hat daher, wie bei den Rollen und Riemen, wenn die Halbmesser der Zahnräder C und D wie früher beziehlich mit r_1 und R_1, der Halbmesser der Welle A mit r, die Länge der Kurbel mit R bezeichnet werden, einmal $t \cdot r_1 = P \cdot R$ oder $t = P \cdot \frac{R}{r_1}$, und zweitens $t' \cdot R_1 = Q \cdot r$ oder $t' = Q \cdot \frac{r}{R_1}$, folglich da $t = t'$ ist, ist auch:

$$P \cdot \frac{R}{r_1} = Q \cdot \frac{r}{R_1},$$

oder wie in §. 65:

$$P = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1};$$

da aber die Zähnezahlen der beiden Räder sich verhalten, wie die Halbmesser derselben, so verhält sich, wenn die Anzahl der Zähne des Rades C mit z, die des Rades D mit Z bezeichnet werden,

$$r_1 : R_1 = z : Z,$$

so dass man in vorstehende Formel für $\frac{r_1}{R_1}$ auch $\frac{z}{Z}$ setzen kann; geschieht dieses, so ist:

$$P = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{z}{Z},$$

so dass die Wirkung der Kraft P, wenn die gezahnten Räder als Mittel zur Fortpflanzung der Bewegung angewandt werden, in dem Verhältnisse zunimmt, in welchem die Anzahl der Zähne des Rades D grösser ist, als die des Rades C. Hätte z. B. das Rad D zwei-, drei-, viermal so viel Zähne, als das Rad C, so würde die Kraft P vermittelst der Räder auch eine resp. zwei-, drei-, viermal so grosse Last Q heben, als wenn dieselbe Kraft P mit ihrer Kurbel B direct auf die Welle A einwirkte.

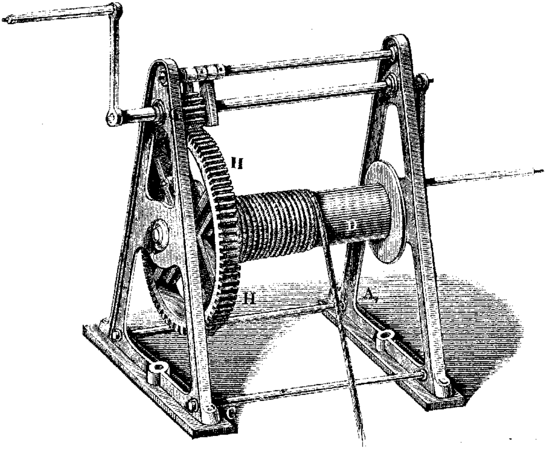
67 **Die Seilwinde oder der Haspel mit Vorgelege** bietet ein Beispiel zu den vorstehenden Erörterungen. Derselbe wird zum Aufziehen von Baumaterialien oder sonstiger schwerer Lasten gebraucht, zu deren Bewältigung der einfache Haspel nicht mehr ausreicht.

Anstatt die Kraft an dem Umfange des Rades wirken zu lassen, versieht man hier die hölzerne Welle D, Fig. 117, mit einem Zahnrade HH, in welches das durch die Kurbel in Bewegung gesetzte Getriebe eingreift. Nehmen wir an, die Länge der Kurbel sei 15 Zoll, der Halbmesser des Triebes sei $2\frac{1}{2}$ Zoll, der des Rades an der Welle sei $12\frac{1}{2}$ Zoll, der Halbmesser der Welle D sei 5 Zoll und die aufzuwindende Last sei 12 Centner oder 1200 Pfd.; es fragt sich, wie gross die an der Kurbel nothwendige Kraft P sein muss, damit sie, abgesehen von allen sonstigen Widerständen, mittelst des Seiles die Last heben könne? Nach dem vorigen Paragraph ist

$$P = 1200 \cdot \frac{2\frac{1}{2}}{15} \cdot \frac{5}{12\frac{1}{2}} = 80 \text{ Pfd.}$$

In den meisten Fällen stellt man die Seilwinde mit ihrem 68
Gestelle entweder fest auf den Baugerüsten in der Höhe auf,

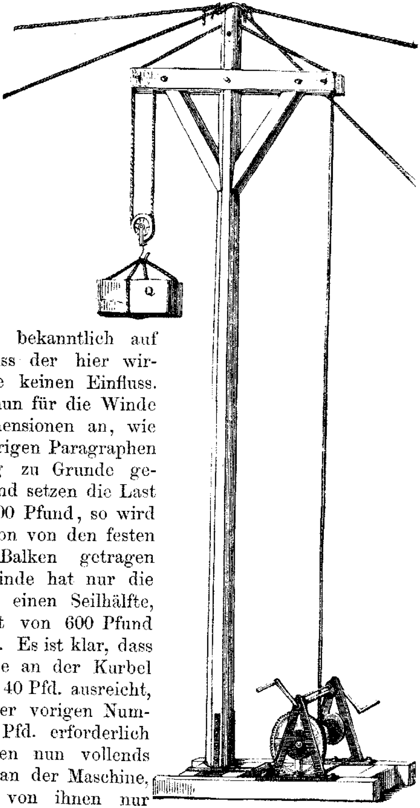
Fig. 117.



oder man stellt das Gestelle auf Räder, welche dann auf eisernen Schienen laufen und die Fortbewegung der ganzen Winde mit der daran hängenden Last leicht gestatten. In anderen Fällen aber stellt man die Winde auf die Erde, und zieht dann damit unter Beihülfe einer festen Rolle oder auch wohl vermittelst eines Systems von festen und losen Rollen die Lasten in die Höhe.

Eine derartige Einrichtung zeigt die Fig. 118 (a. f. S.). Ein starker verticaler Balken ist an seinem Fusse mit eisernen Schienen auf der Grundplatte befestigt und wird oben durch vier seitwärts befestigte Seile in der verticalen Richtung erhalten. Oben trägt er einen wohl verstrebten horizontalen Balken, in dessen beiden Enden feste Rollen leicht drehbar sind. Ein Ausschnitt im oberen Theile des verticalen Balkens enthält ebenfalls eine feste Rolle, während die Last in einer losen Rolle hängt. Das Seil, welches von der in dem vorigen Paragraphen beschriebenen Seilwinde kommt, geht vertical in die Höhe über die drei festen Rollen, umschlingt dann die lose Rolle und ist mit seinem letzten Ende an dem horizontalen Balken befestigt.

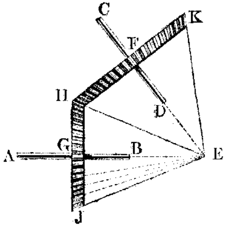
Fig. 118.



Die festen Rollen haben bekanntlich auf das Verhältniss der hier wirkenden Kräfte keinen Einfluss. Nehmen wir nun für die Winde dieselben Dimensionen an, wie sie in dem vorigen Paragraphen der Rechnung zu Grunde gelegt wurden und setzen die Last wieder auf 1200 Pfund, so wird die Hälfte davon von den festen horizontalen Balken getragen und die Seilwinde hat nur die Spannung der einen Seilhälfte, d. i. die Last von 600 Pfund zu überwinden. Es ist klar, dass in diesem Falle an der Kurbel eine Kraft von 40 Pfd. ausreicht, wogegen in der vorigen Nummer dazu 80 Pfd. erforderlich waren. Wirken nun vollends zwei Arbeiter an der Maschine, so hat jeder von ihnen nur einen Druck von 20 Pfd. auf die Kurbeln auszuüben, um damit die Last von 12 Centner im Gleichgewicht zu halten.

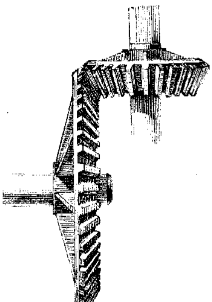
Winkelräder. Die Uebertragung einer drehenden Bewegung von einer Achse auf eine andere, welche mit jener in einer Ebene liegt, aber einen Winkel mit ihr bildet, lässt sich auf ähnliche Art durch gezahnte Räder ausführen. Die Zähne der beiden Räder stehen dann nicht auf ihren Umfängen, sondern auf den Abschnitten zweier Kegelmäntel. Wie man diese Kegel und daraus die Winkelräder erhält, wenn die Richtung der beiden Achsen gegeben ist, zeigt die Fig. 119. Die Achsen der beiden Räder, die in einander greifen sollen, seien AB, CD, so verlängere man beide Linien bis zu ihrem Durchschnitte in E, ziehe durch die Mitte der Achsen die Senkrechten FH und GH, welche die Ebenen der Räder angeben, mache $FK = FH$, $GJ = GH$ und ziehe die Linien EJ, EH, EK, so sind EK, EH, EJ die Seiten der beiden Kegel, auf deren Mantelabschnitten die Zähne in gleichen Abständen so anzubringen sind, dass die Verlängerungen derselben sich in E treffen. 69

Fig. 119.



Die Fig. 120 zeigt zwei derartige Winkelräder, deren Achsen einen rechten Winkel einschliessen. Die Uebertragung der Kraft von einer Achse auf die andere findet hier ganz in derselben Weise statt, wie bei den früher angegebenen Zahnrädern.

Fig. 120.



Statt der Winkel- oder Kegelräder wendet man auch häufig die in Fig. 121 (a. f. S.) abgebildete Anordnung an. Bei dem einen, auf der horizontalen Welle sitzenden Rade stehen die Zähne senkrecht zu der Ebene des Rades; ein solches Rad heisst Kamm- oder Kronrad. Die Zähne des anderen Rades mit verticaler Achse sind Stäbe, die durch zwei Platten in paralleler Lage erhalten werden; letzteres Rad wird Drehling, Trilling, die Stäbe werden Triebstöcke genannt. Oft greift auch, wie in Fig. 122, ein gezahntes Rad in eine mit Zähnen versehene gerade Stange, Zahnstange genannt, wodurch, wenn das feste Rad mittelst einer Kurbel rund gedreht wird, die Stange eine geradlinige Bewegung nach der

Fig. 121.

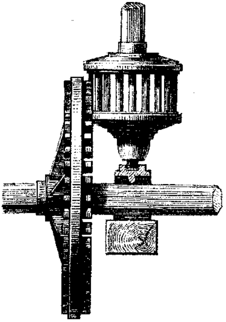
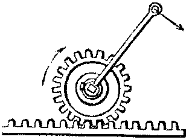


Fig. 122.



Richtung ihrer Länge annimmt. Der Widerstand, welcher sich der Bewegung der Stange entgegensetzt, wirkt unverändert am Umfange des Rades, so dass ganz wie bei der Radwelle, der Gleichgewichtszustand eintritt, wenn sich die an der Kurbel wirkende Kraft P zu dem Widerstande Q der Stange verhält, wie der Halbmesser des Rades zu der Länge der Kurbel. Ist z. B. der Halbmesser des Rades r, die Länge der Kurbel R, so ist beim Gleichgewichte $P \cdot R = Q \cdot r$ oder $P : Q = r : R$.

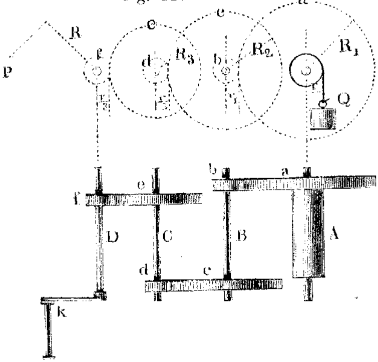
70 **Die zusammengesetzten Räderwerke.** Wenn man eine sehr bedeutende Last durch eine kleine Kraft im Gleichgewicht halten will, so reichen zwei in einander greifende Zahnräder nicht mehr aus, es sei denn, was jedoch aus Gründen der Bequemlichkeit und der Festigkeit des Materials nicht angeht, dass man das eine der Räder sehr gross und das andere sehr klein machen wollte. In einem solchen Falle gelangt man dadurch zum Ziele, dass man eine Verbindung von mehreren Räderpaaren anwendet, die alle in gegenseitiger Einwirkung stehen.

In Fig. 123 ist ein solches zusammengesetztes Räderwerk dargestellt. Die Kurbel k, von der Länge R, dreht die Welle D mit dem Trieb f, dieser greift in das Rad e und dreht ihre Welle C mit dem darauf sitzenden Trieb d; letzterer steht wieder im Eingriff mit dem Rade c, so dass auch die Welle B und deren Trieb b sich dreht; endlich wird auch durch den Eingriff des Triebes b in das Rad a die Trommel A, auf welche die Last Q wirkt, rundgedreht.

Bezeichnet man nach der Reihe die Halbmesser der grösseren

Räder mit R_1, R_2, R_3, die Kurbellänge mit R, die Halbmesser der kleineren Triebe mit r, r_1, r_2, r_3, so wird man nach dem, was

Fig. 123.



über die Radwelle und die einfachen Räderpaare gesagt ist, leicht die Bedingungen für das Gleichgewicht zwischen der Kraft P und der Last Q aufstellen können.

Die Kraft P an der Kurbel R übt vermittelst des Triebes f auf die Zähne des Rades e einen Druck aus von der Grösse $P \cdot \frac{R}{r_3}$; soll diesem Druck, der am Umfange von e wirkt, durch einen an dem Trieb d wirkenden Widerstand das Gleichgewicht gehalten werden, so muss letzterer, da er an einem kleineren Hebelarm r_2 wirkt, in dem Verhältnisse $\frac{R_3}{r_2}$ grösser sein, er muss also die Grösse $P \cdot \frac{R}{r_3} \cdot \frac{R_3}{r_2}$ haben. Soll dieser von dem Trieb d auf die Zähne des Rades c fortgepflanzter Druck durch einen am Umfange des Triebes b wirkenden Widerstand das Gleichgewicht gehalten werden, so muss letzterer abermals wegen des kleineren Hebelarmes r_1 in dem Verhältnisse $\frac{R_2}{r_1}$ grösser sein, so dass der von der Welle B und dem Trieb b auf das Rad a ausgeübte Druck die Grösse hat $P \cdot \frac{R}{r_3} \cdot \frac{R_3}{r_2} \cdot \frac{R_2}{r_1}$. Soll nun endlich mit diesem am Umfange des Rades a wirkenden Druck, der von der Kraft P an der Kurbel ausgegangen ist, die Last Q, welche am Umfange der Welle A wirkt, sich ins Gleichgewicht setzen, so muss diese Last, da sie an dem kleineren Hebelarm r wirkt, nochmals in dem Verhältnisse $\frac{R_1}{r}$ grösser sein, so dass schliesslich die Last Q an der Welle A mit der Kraft P an der Kurbel im Gleichgewicht steht, wenn:

$$Q = P \cdot \frac{R}{r_3} \cdot \frac{R_3}{r_2} \cdot \frac{R_2}{r_1} \cdot \frac{R_1}{r},$$

oder wenn

$$P = Q \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \frac{r_3}{R_3}.$$

Bei zwei in einander greifenden Rädern haben aber nach dem Früheren die Zähnezahlen dasselbe Verhältniss, wie die Halbmesser der entsprechenden Räder, so dass, wenn man die Zähnezahlen der Triebe b, d und f mit z, z_1 und z_2 und die der Räder a, c, e mit Z, Z_1 und Z_2 bezeichnet, man vorstehende Gleichung auch so schreiben kann:

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{R} \cdot \frac{z}{Z} \cdot \frac{z_1}{Z_1} \cdot \frac{z_2}{Z_2}.$$

Man nennt nun bei zwei in einander greifenden Rädern dasjenige Rad, welches die Drehung des anderen verursacht, das treibende, dieses das getriebene Rad. In der vorliegenden Figur, wo die Drehung von der Kurbel k ausgeht, sind also f, d, b die treibenden, dagegen e, c, a die getriebenen Räder. Da nun in vorstehender Gleichung, welche die Bedingung des Gleichgewichtes zwischen P und Q ausdrückt, die im Zähler stehenden Zähnezahlen den treibenden, die im Nenner stehenden Zähnezahlen aber den getriebenen Rädern angehören, so kann man allgemein für die zusammengesetzten Räderwerke die Bedingungen des Gleichgewichtes folgendermassen ausdrücken.

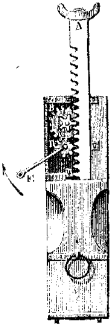
Wenn an dem einen Ende eines zusammengesetzten Räderwerkes eine Kraft P, an dem anderen eine Last Q wirkt, so ist zwischen diesen Kräften Gleichgewicht vorhanden, wenn sich die Kraft P zur Last Q verhält, wie das Product aus dem Hebelarm (r) der Last in das Product aus den Zähnezahlen aller treibenden Räder, zu dem Product aus dem Hebelarm (R) der Kraft P in das Product aus den Zähnezahlen aller getriebenen Räder.

Beispiele von zusammengesetzten Räderwerken werden die folgenden Paragraphen darbieten.

71 **Die Wagenwinde** findet ihre Anwendung, wenn man sehr grosse Lasten auf eine geringe Höhe heben will. Sie besteht, wie Fig. 124 zeigt, aus einer gezahnten Stange A, in welche das Getriebe C eingreift. Auf der Achse dieses Getriebes befindet sich ein Rad B, das in ein zweites Getriebe D eingreift; mit D ist die Kurbel E fest verbunden. Wird daher die Kurbel E in

der Richtung des Pfeiles gedreht, so dreht der Trieb D zunächst das Rad B in entgegengesetzter Richtung; der mit D fest verbundene und in die Zahnstange eingreifende Trieb C bewegt dann die Stange A aufwärts und hebt den Körper, unter den man die Winde gestemmt hat, in die Höhe.

Fig. 124.



Um die Grösse der Kraft P zu bestimmen, welche an der Kurbel E dieser Winde wirken muss, um dem Widerstande Q an der Zahnstange das Gleichgewicht zu halten, nehmen wir an, die Kurbel sei 5mal so lang, als der Halbmesser des letzten Getriebes C, D habe 6 Zähne und das Zahnrad B deren 18, so ist nach dem vorigen Paragraphen Gleichgewicht vorhanden, wenn

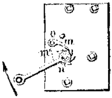
$$P : Q = 1 . 6 : 5 . 18,$$

oder

$$P = 15\, Q,$$

so dass an der Kurbel der fünfzehnte Theil der Last ausreicht, um diese zu heben. Wäre z. B. die zu hebende Last 450 Pfd., so brauchte an der Kurbel nur eine Kraft von $\frac{450}{15} = 30$ Pfd. zu wirken.

Fig. 125.



Die Stange, so wie die Räder der Winde sind in einem starken Gehäuse von Holz eingeschlossen; ein Theil der Seitenplatte ist in der Fig. 124 absichtlich weggelassen, um den inneren Mechanismus sehen zu können.

Um zu verhindern, dass die Zahnstange A, wenn die Kraft an der Kurbel zu wirken aufhört, durch das Gewicht des darauf lastenden Körpers herabgedrückt und dadurch die Kurbel in der entgegengesetzten Richtung gedreht werde, ist mit der Kurbel eine besondere Sperrvorrichtung verbunden, die auch bei anderen Winden, Haspeln und ähnlichen Aufzügen vorkommt und in Fig. 125 abgebildet ist.

Auf dem ausserhalb des Gehäuses der Winde liegenden Theile der Kurbel ist ein kleines Rad, das Sperrrad n angebracht, dessen Zähne sägezähnig gekrümmt sind. In die Zähne dieses Rades greift der um den Punkt O drehbare Haken m, Sperrkegel genannt, ein, der, wie dieses aus der Figur leicht zu ersehen ist, eine andere Drehung der Kurbel, als in der Richtung des Pfeiles, nicht gestattet. Dreht man dagegen die Kurbel in der Richtung des Pfeiles, so gleitet der Sperrkegel, indem er sich um O drehen kann, über den schiefen Rücken der Zähne des Sperrrades n und lässt die Drehung der Kurbel unbehindert, während er sich, wenn die Last die Zahnstange herab und damit auch die Kurbel in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen versucht, sofort durch den Eingriff in eine Zahnlücke dieses verhindert. Will man die Zahnstange wieder hinuntergehen lassen, so löst man den Sperrhaken m durch Zurückschlagen in die Lage m' aus.

72 **Der Krahn.** Wie die bereits beschriebenen Aufzugmaschinen, Haspel und Seilwinde, dient auch der Krahn dazu, um sehr schwere Lasten in die Höhe zu heben; er besteht ebenfalls aus einer Winde und aus einer oder mehreren Rollen, er hat aber ausserdem noch die Einrichtung, dass sich die ganze Maschine um eine verticale Achse drehen lässt, wodurch es möglich wird, die Last, nachdem sie auf eine gewisse Höhe gehoben worden ist, in horizontaler Richtung zu bewegen.

Die Fig. 126 zeigt einen solchen Krahn, wie er von Cavé in Paris für den Hafen zu Brest ausgeführt ist und wie er auch in Deutschland auf den Werften der Flüsse vielfach vorkommt.

Die Fig. 127 zeigt das Räderwerk des Krahnes in einer hinteren Ansicht und in einem etwas grösseren Maassstabe dargestellt; mit diesem wollen wir uns zunächst näher beschäftigen. A ist die Seiltrommel von 8 Zoll Halbmesser; auf ihrer Achse sitzt das Rad B von 66 Zähnen, in welches ein Getriebe C von 11 Zähnen eingreift; auf der Achse des letzteren sitzt ausserdem ein Rad D von 54 Zähnen, in welches das Getriebe E von 9 Zähnen eingreift; in der Figur ist das Rad D nur theilweise sichtbar; es liegt hinter dem Triebe E. Auf der Achse des Getriebes E sitzt ein Rad F von ebenfalls 54 Zähnen. Da die beiden Wellen der Räder D und F genau in gleicher Höhe liegen, so ist in der Fig. 127 nur eine derselben sichtbar, indem die Welle des Rades D durch die des Rades F verdeckt wird. Unter diesen beiden Rädern F und D befindet sich eine Achse HG, die vor dem unteren Theile des Rades D und hinter dem unteren Theile des Rades F vorbeigeht; dieselbe trägt die beiden Getriebe K und L, jedes von 9 Zähnen, und ist an beiden Enden mit Kurbeln von 16 Zoll versehen.

In der Stellung, in welcher die Fig. 127 diese letzteren Getriebe K und L zeigt, stehen diese weder mit dem Rade D noch mit F im Eingriff; verschiebt man aber die Achse HG in ihrer Längenrichtung, z. B. nach rechts, so werden die Zähne des Getriebes K in die des Rades D eingreifen, verschiebt man dagegen die Achse HG nach links, so kommt das Getriebe L

Fig. 126.

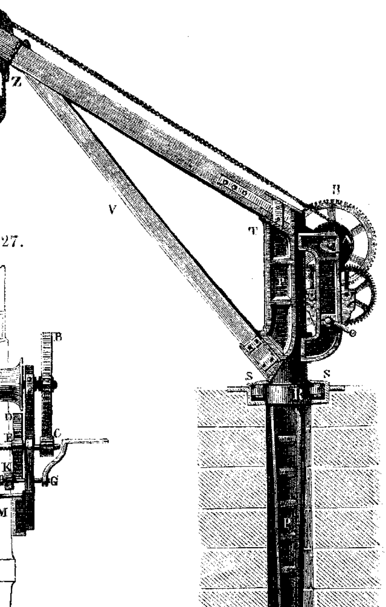
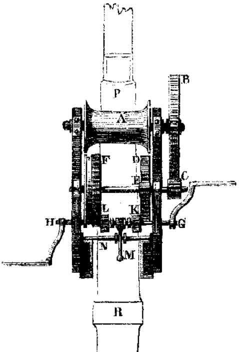


Fig. 127.



mit dem Rade F in Eingriff. Vermittelst eines mit einem Gegengewichte M versehenen Hebels, der sich um die Achse N drehen lässt, kann man die Achse HG nach Belieben in einer der drei bezeichneten Lagen erhalten, indem das eine Ende desselben hakenförmig gekrümmt ist, und sich zwischen Vorsprünge legen lässt, die zu diesem Zwecke auf der Achse HG angebracht sind.

Wenn die Achse HG die Stellung hat, wie in der Fig. 127, so kann man die Kurbel drehen, ohne eines der Räder zu bewegen; die Seiltrommel A steht dann ebenfalls still. Steht das Getriebe K mit dem Rade D im Eingriff, so hat eine Drehung der Kurbeln die Drehung des Getriebes K, damit auch des Rades D und des Getriebes C, und in Folge hiervon eine Drehung des Rades B und der Seiltrommel A zur Folge; es dreht sich zwar auch das Getriebe E und das Rad F, allein ohne auf die Bewegungsübertragung, also ohne auf das Verhältniss zwischen der Kraft und der Last einen Einfluss auszuüben; sie laufen leer und wirken nicht zur Bewegung der Trommel A mit. Greift dagegen das Getriebe L in das Rad F ein, so wird die Bewegung der Kurbeln durch die sämmtlichen Räder B, D, F und die Getriebe C, E, L auf die Trommel A übertragen; es wirkt nämlich L auf F und damit auf E, E auf D und damit auf C, C auf B und damit auf A.

Bevor wir auf die übrigen Theile, die zur Horizontalführung der Last dienen, näher eingehen, wollen wir untersuchen, in welchem Verhältnisse die Kraft P, die an den Kurbeln wirkt, zu der Last Q, die wir vorerst am Umfange der Seiltrommel A wirken lassen wollen, stehen muss, damit zwischen ihnen Gleichgewicht bestehe. Nehmen wir zunächst an, es stehe das Getriebe K mit dem Rade D im Eingriffe, so dass die beiden Räder K und C von 9 und 11 Zähnen treibende, die beiden anderen D und B von 54 und 66 Zähnen getriebene Räder sind. Nach obiger Angabe ist der Halbmesser der Trommel A 8 Zoll, die Länge der Kurbel 16 Zoll; man hat daher als Bedingung für das Gleichgewicht nach §. 70:

$$P : Q = 8 \,.\, 9 \,.\, 11 : 16 \,.\, 54 \,.\, 66,$$

oder

$$P : Q = 1 : 72,$$

d. h. die Kraft an den Kurbeln braucht nur $1/_{72}$ der an der Trommel A wirkenden Last zu sein.

Steht dagegen das Getriebe L mit dem Rade F im Eingriffe, so sind die treibenden Räder das Rad L von 9 Zähnen, E von 9, C von 11, die getriebenen das Rad F von 54, D von 54, B von 66 Zähnen, so dass nun Gleichgewicht zwischen P und Q eintritt, wenn

$$P : Q = 8 \,.\, 9 \,.\, 9 \,.\, 11 : 16 \,.\, 54 \,.\, 54 \,.\, 66,$$

oder

$$P : Q = 1 : 432,$$

d. h. die Kraft an den Kurbeln braucht nur $1/_{432}$ der an der Trommel A wirkenden Last zu sein.

Lässt man jedoch die Last Q nicht am Umfange der Trommel A angreifen, sondern hängt man sie, wie bei der Seilwinde des §. 68, an eine lose Rolle W, Fig. 126, so hat die Seiltrommel A nur die Hälfte derselben auszuhalten, da die andere Hälfte ihres Gewichtes durch den festen Punkt Z getragen wird. In diesem Falle wirkt, wenn die ganze an der Rolle W hängende Last Q ist, an dem Umfange der Trommel A nur die Last $\frac{Q}{2}$, zu deren Bewältigung offenbar nur die halbe Kraft P, also im vorigen Beispiele nur $\frac{1}{144}$, im letzteren Beispiele nur $\frac{1}{864}$ der ganzen Last Q erforderlich ist.

Wirkt daher an jeder Kurbel ein Arbeiter mit einer Kraft von 30 Pfund, also an beiden Kurbeln eine Kraft von 60 Pfund, so kann man damit unter Anwendung des beschriebenen Krahnes im ersten Falle, wenn K mit D im Eingriffe steht, eine Last von $144 \times 60 = 8640$ Pfund, im zweiten Falle aber, wo L in F eingreift, sogar eine Last von $864 \times 60 = 51840$ Pfund im Gleichgewicht halten.

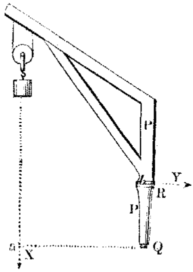
Das Gussstück PP der Maschine bildet die verticale Achse, um welche der ganze Krahn sich drehen lässt; dieselbe hat an ihrem unteren Theile einen Zapfen, mit welchem sie in einer Pfanne ruht, während sie am oberen Theile bei R, wo sie aus dem Mauerwerk hervortritt, von allen Seiten rings umfasst und auf diese Weise in einer unverrückbaren, verticalen Stellung gehalten wird.

Um die Reibung des oberen Theiles R des verticalen Ständers PP möglichst zu vermindern, versieht man den Zwischenraum, der sich zwischen dem cylindrisch abgedrehten Theile R und dem umgebenden Mauerwerk befindet, mit einigen sogenannten Frictionsrollen, deren Achsen vertical stehen und die den Zweck haben, das Schleifen des Theiles R auf dem Mauerwerk zu verhindern. Mit der Achse PP ist am oberen Ende der Auslader UT stark verbunden, der gegen das Abbrechen durch eine starke Seitenstütze V gegen den Ständer verstrebt ist. Auf der Achse PP ist das vorhin beschriebene Räderwerk befestigt; von der Trommel A geht das Seil oder eine starke eiserne Kette zunächst über die feste Richtungsrolle U, dann über die lose Rolle W und ist endlich an dem Auslader im Punkte Z gehörig befestigt. An den Haken der losen Rolle wird die Last angehängt.

Es ist leicht einzusehen, dass die bei W aufgehängte Last das Bestreben hat, den ganzen Krahn auf die Seite zu ziehen und ihn umzustürzen; es würde dieses auch unfehlbar geschehen, wenn das die Achse PP umgebende Mauerwerk nicht genügenden Widerstand leistete. Um einen Begriff von der Grösse dieses Widerstandes zu bekommen, wollen wir die Grösse des Druckes zu bestimmen suchen, den die Achse PP auf das umgebende Mauerwerk bei R ausübt, und dem also ein gleicher Widerstand der Quadern entgegenwirken muss.

Ist, Fig. 128, X die angehängte Last, deren Richtung eine Verticallinie ist, und Y die in R nöthige Kraft, welche das Umfallen der Achse PP verhütet, so erscheint das Ganze als ein Winkelhebel aQb, dessen Drehpunkt in Q liegt und dessen Hebelarme Qa und Qb sind. Wenn daher der Druck oder der Widerstand Y dem Zuge X das Gleichgewicht halten soll, so muss $Y \,.\, Qb = X \,.\, Qa$ oder $Y = X \,.\, \frac{Qa}{Qb}$ sein. Ist z. B. Qa $1\frac{1}{2}$mal so gross als Qb, so ist auch der Druck Y gegen das Mauerwerk $1\frac{1}{2}$mal so gross als die Last X.

Fig. 128.

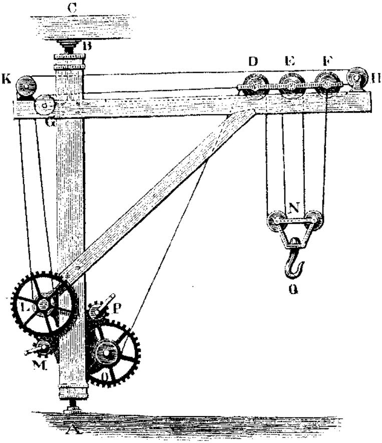


Der Krahn findet, wie schon gesagt, sehr häufige Anwendung beim Ausladen der Schiffe. Man giebt demselben durch Drehung seiner Achse eine solche Stellung, dass die lose Rolle unmittelbar über dem Schiffe sich befindet, lässt dann die Rolle herab, wodurch das Seil sich von der Trommel abwickelt. Nachdem die Last mittelst Ketten an den Haken der Rolle befestigt ist, setzt man die Kurbeln in Bewegung, wodurch sich das Seil auf die Trommel aufwickelt und die Last gehoben wird. Ist dieselbe auf die erforderliche Höhe gebracht, so wird der Krahn um seine verticale Achse gedreht, bis die Last sich über der Stelle befindet, wo sie niedergelegt werden soll. Indem man nun die Kurbeln frei lässt, senkt sich die Last durch ihr eigenes Gewicht, wobei sie das Räderwerk in der entgegengesetzten Richtung bewegt. Um zu verhüten, dass die Last zu schnell sinke, wodurch nicht bloss eine gefährliche Geschwindigkeit in der Bewegung des Räderwerkes, sondern auch ein heftiges Aufstossen der Last auf die Unterlage erfolgen würde, ist mit dem Räderwerke eine Bremsvorrichtung verbunden, die es durch Erzeugung einer grösseren oder kleineren Reibung gestattet, die Last ohne Beihülfe der Kurbeln in der Schwebe zu erhalten und die Geschwindigkeit ihres Sinkens nach Belieben zu reguliren.

In gleicher Weise findet man den Krahn in Werkstätten zum Heben schwerer Maschinentheile, insbesondere in Maschinenwerkstätten und in Giessereien, wo er den Zweck hat die schweren Stücke von einem Orte der Werkstätte an einen anderen zu bringen; beim Schmieden schwerer Eisentheile wird der Krahn angewandt, um dieselben aus dem Feuer auf den Amboss zu bringen und daselbst während der Bearbeitung leichter zu handhaben.

In vielen Fällen ist es erforderlich, die Last nicht bloss in horizontaler Richtung drehen, sondern auch dieselbe in gewissen Gränzen der Achse nähern, oder von derselben entfernen zu können. Die Fig. 129 zeigt eine solche Einrichtung. Die Achse AB des ganzen Krahnes ist auch hier zwischen zwei festen Punkten drehbar; der Auslader aber horizontal. Die Last wird auf zwei lose Rollen N, also auf vier Seilstücke vertheilt, welche über die drei durch eine Scheere verbundenen festen Rollen D, E, F geleitet sind. Das eine Ende des Seiles ist an der Scheere der Rolle F befestigt; das von der Rolle D kommende Ende ist um die Trommel des Räderwerkes gewickelt und darauf befestigt. Da die Spannung des letzteren Seiles nur $\frac{1}{4}$ der Last beträgt, so hat die an der Kurbel P wirkende Kraft auch nur den vierten Theil der bei Q angehängten Last zu heben.

Fig. 129.



Um nun die auf eine gewisse Höhe gebrachte Last der Achse AB nähern oder sie davon entfernen zu können, ist das

System der drei festen Rollen, an denen die Last hängt, in ein Seil ohne Ende eingeschaltet, dessen Enden an den Rollen *D* und *F* befestigt sind und welches über die festen Leitrollen *H*, *K*, *L* und *G* gespannt ist. Wird mittelst der Kurbel *M* die Rolle *L* nach der Richtung gedreht, in welcher das zwischen *G* und *L* befindliche Seilstück abwärts geht, so wird der Punkt *D* und damit auch die Last *Q* der Achse *AB* genähert; wird dagegen die Kurbel *M* in der entgegengesetzten Richtung gedreht, so wird das zwischen *K* und *L* befindliche Seilstück abwärts und die Rolle *F* nach *H* hingezogen, mithin die Last *Q* von der Achse *AB* entfernt.

73 **Der transportabele Krahn.** Die Fortbewegung der vermittelst eines Krahnes bereits gehobenen Last in einer horizontalen Richtung wird am vollständigsten erreicht, wenn der ganze Krahn in dieser Richtung bewegt werden kann, oder wenn derselbe transportabel ist.

In diesem Falle wird, wie Fig. 130 zeigt, die verticale Achse *AA* des Krahnes nicht in die Tiefe eines Mauerwerkes eingelassen, sondern auf einem Wagen *WW*, der auf Schienen läuft, befestigt und durch Seitenstreben gegen eine Verschiebung aus der verticalen Richtung wohl gesichert. Im Uebrigen ist die Einrichtung fast ganz so, wie bei den vorhin beschriebenen Krahnen. Damit derselbe nicht umfalle, ist es erforderlich, dass die durch den Schwerpunkt des ganzen mit der Last beladenen Krahnes gezogene Verticale durch einen Punkt innerhalb des Vielecks gehe, welches durch die Stützpunkte der Räder auf dem Boden gebildet wird (§. 43). Der Träger *A* ist cylindrisch ausgehöhlt und in dieser Höhlung der Pfosten *B* drehbar. Das Gestell des Krahns wird durch die horizontalen Balken *C* und *D* und die damit fest verbundenen schrägen Auslader *E* und *E* gebildet. Die beiden Stücke *C* und *D* sind mit einander verbunden und lassen die Achse *A* frei hindurchgehen, so dass sie sich um das Stück *A* ungehindert drehen können. Die Auslader *E*, *E* sind durch die Zugstangen *G*, *H* gegen das Abbrechen geschützt. Der Krahn ist ein doppelter, und da seine beiden Hälften genau einander gleich sind, so halten sich dieselben, wenn der Krahn unbelastet ist, das Gleichgewicht. Das rechts befindliche Räderwerk gehört zu der auf der entgegengesetzten Seite befindlichen Lastrolle. In der Fig. 130 ist daher das mit *F* bezeichnete Seil in Spannung, während das zu der anderen Krahnhälfte und der rechts hängenden unbeladenen

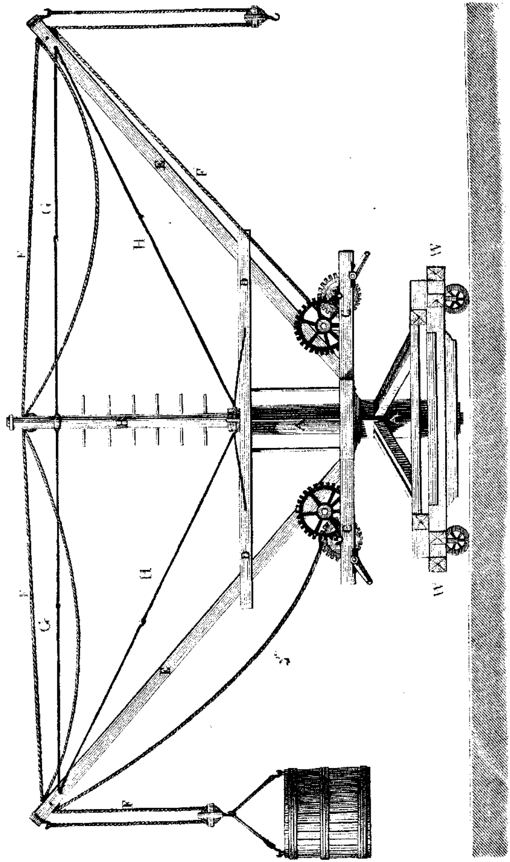
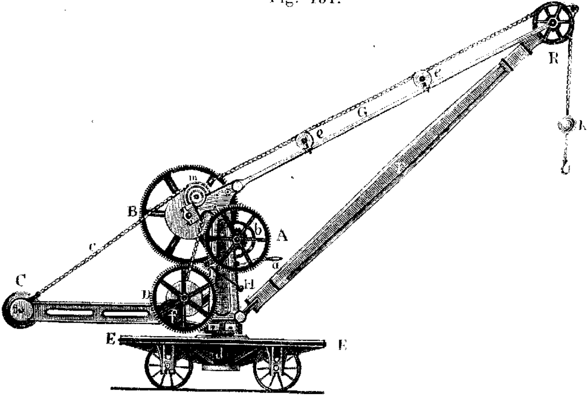


Fig. 130.

Rolle gehörige Seil schlaff ist. Ein jedes dieser beiden Seile ist unabhängig vom anderen, und jedes von ihnen hat am Ende der Auslader E, E eine besondere feste Leitrolle, von denen in der Zeichnung nur die eine sichtbar ist, da die hintere von dieser verdeckt wird.

Von geringerem Umfange und grösserer Festigkeit ist der ganz von Eisen construirte und häufig angewandte transportabele Krahn, der in Fig. 131 abgebildet ist. Auch hier ist die

Fig. 131.



verticale Achse des Krahns mit dem Wagen E, E derartig verbunden, dass er sich um einen bei d befestigten verticalen Pfosten drehen kann. F ist wieder der Auslader, der durch die obere Stange G gegen die Achse gehörig verstrebt ist. Die Kette, welche die zu hebende Last tragen soll, geht über die feste Rolle am Ende des Ausladers und ist unmittelbar über dem Haken mit einer eisernen Kugel K versehen, damit sie nicht ganz über die Rolle weggezogen werden kann. Die Kette läuft über zwei Leitrollen e, die von der Strebe G getragen werden. Das Räderwerk ist, wenn auch anders disponirt, ganz wie bei den übrigen Krahnen. Um den Krahn, wenn er belastet ist, gegen das Umstürzen zu sichern, muss dafür gesorgt werden, dass die Verticale, welche durch den gemeinsamen Schwerpunkt geht, die von den Berührungspunkten der Räder auf dem Erdboden gebildete Unterstützungsfläche schneidet, oder, was offenbar am besten ist, dass diese Verticale stets durch die Achse *d* geht. Zu diesem Zwecke ist ein schweres Gegengewicht *C* an dem Ende eines um *f* drehbaren Hebels *DC* angebracht, welches vermittelst der Kette *c* höher und tiefer gestellt werden kann; im ersten Falle rückt der Schwerpunkt der ganzen Maschine der Achse *d* näher, im anderen Falle entfernt er sich von der Achse. Je nach der Grösse der bei *K* anzuhängenden Last wird man daher das Uebergewicht *C* tiefer oder höher stellen. Die Bewegung des Uebergewichtes *C* geschieht durch die Kurbel *H* und deren Getriebe, wenn dieses vorher durch Verschieben seiner Achse mit dem Rade *D* in Eingriff gebracht worden ist; die Kette *c* schlingt sich zuerst über eine feste Leitrolle *m* und ist dann auf der Welle des Rades *D* befestigt. Wenn die Last auf die erforderliche Höhe gebracht ist, lässt sich der ganze Krahn vermittelst des Wagens *EE* an die Stelle bringen, wo die Last niedergelegt werden soll.

In der neueren Zeit wendet man beim Ausladen und Einladen der Schiffe anstatt des Krahns eigenthümliche Vorrichtungen an, welche man auch zuweilen mit dem Namen Krahn bezeichnet, obgleich sie wesentlich davon verschieden sind. Die Fig. 132 (a. f. S.) zeigt eine derartige Einrichtung, wie sie am Ufer der Flüsse jetzt sehr häufig zu sehen ist. Sie besteht aus einem Baugerüste, dessen horizontaler Boden bis über den Rand des Flusses hervorragt und mit einem oder zwei Schienengeleisen versehen ist. Auf den Schienen befindet sich ein Wagen, der eine Seilwinde trägt von der Art, wie sie in §. 67 und 68 beschrieben ist. Um hiermit eine Last aus dem Schiffe zu heben, schiebt man den Wagen so weit vor, dass die lose zum Aufnehmen der Last bestimmte Rolle ins Schiff hinunterragt, befestigt daran die Last und windet nun dieselbe mittelst der Winde in die Höhe. Wenn sie die erforderliche Höhe erreicht hat, schiebt man den Wagen mit der daran hängenden Last auf dem Schienengeleise so weit vor, bis diese sich gerade über dem unterhalb der Brücke aufgestellten Frachtwagen befindet. Alsdann lässt man die Bremse des Räderwerkes frei und gestattet auf diese Weise der Last, dass sie sich in gemessener Bewegung sanft auf das Fuhrwerk niederlegt. Es braucht nicht erst beschrieben zu werden, wie man in umgekehrter Weise verfährt, um die Lasten von den Fuhrwerken in die Schiffe zu bringen. Die Zeichnung giebt eine derartige Verladestelle mit doppeltem Schienengeleise. 74

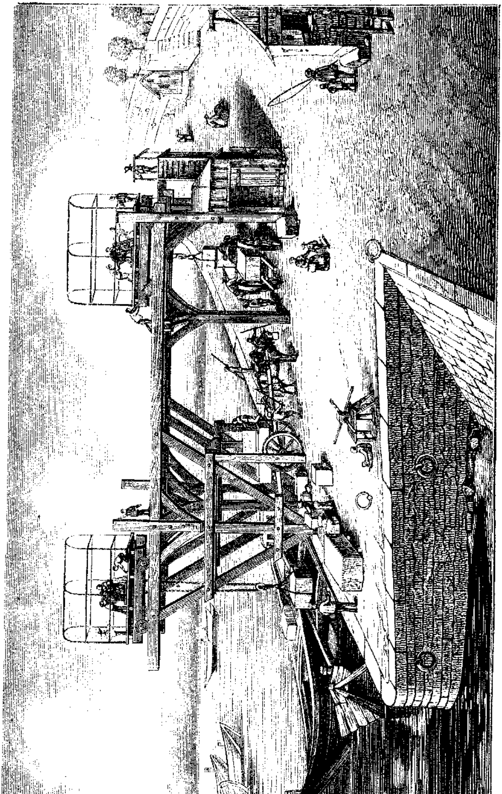


Fig. 132.

Aehnlicher Art sind auch die Vorrichtungen, welchen man gegenwärtig bei bedeutenden Bauten überall begegnet und die dazu dienen, die schweren Werkstücke in die Höhe zu schaffen und dort sogleich an die richtige Stelle zu bringen. Auch hier wird zuerst ein sehr starkes Gerüste aufgezimmert, welches in der Höhe zwei mit einem Schienengeleise versehene horizontale Balken trägt. Auf den Schienen lässt sich ein Wagen mit einer starken Seilwinde fortbewegen, und es ist nach dem Vorigen klar, dass man mit Hülfe dieser beweglichen Winde die Baumaterialien nicht bloss in die Höhe ziehen, sondern auch in horizontaler Richtung fortbewegen kann. Es versteht sich übrigens von selbst, dass sowohl hier, wie bei den eben beschriebenen Verladestellen, das Gerüst derartig construirt sein muss, dass das Seil, an welchem die Last hängt, der ganzen Länge der Bahn nach sich zwischen den beiden Schienen frei bewegen kann.

Schritt- und Hubzähler. Die zusammengesetzten Räder- 75
werke, von welchen in den §§. 71 bis 74 die Rede war, hatten den Zweck, mit einer kleinen Kraft eine verhältnissmässig grosse Last zu heben, im Allgemeinen also einen Gewinn an Kraft zu erzielen. In vielen Fällen beabsichtigt man dagegen, durch eine Verbindung von mehreren Rädern gewisse Arbeiten hinsichtlich der Anzahl einzelner Bewegungen, z. B. der in einer bestimmten Zeit von einer Maschine gemachten Hübe oder der Umdrehungen eines Rades u. s. w. zu controliren. Ein einfaches Beispiel hierzu bietet der Schritt- oder Hubzähler, der in Fig. 133 und Fig. 134 (a. f. S.), Fig. 135 (a. S. 139) in seinen einzelnen Theilen abgebildet ist.

Die Bewegung geht von dem einarmigen Hebel bcd aus, der seinen Drehpunkt in b hat und durch einen Zug an der Schnur y abwärts bewegt wird. Auf dem Hebel sitzt ein um c drehbarer Zughaken f, auf den eine Feder h derartig einwirkt, dass er stets das Bestreben hat, in die Zahnlücken des ersten Rades g einzugreifen. Zieht man daher mittelst der Schnur y den Hebel db abwärts, so nimmt der Zughaken f den gefassten Zahn des Rades g mit und dreht somit dieses Rad um einen Zahn. Lässt darauf der Zug an der Schnur nach, so treibt eine kräftige Feder e den Hebel wieder aufwärts, wobei der Zughaken über den schief geformten Rücken des nächstfolgenden Zahnes gleitet und gleich darauf in die nächste Zahnlücke einfällt. Damit bei dieser Bewegung das Rad g nicht zurückgehe, ist ein Sperrkegel i angebracht, der unter Mitwirkung der Feder k die Drehung des Rades g bloss in der einen Richtung zulässt.

An der Achse des Rades g, welches 10 Zähne hat, sitzt ein Getriebe r_1 mit 5 Zähnen, welches in das Zahnrad s_1 von 50

Fig. 133.

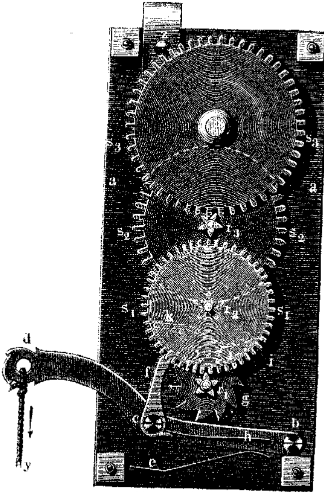
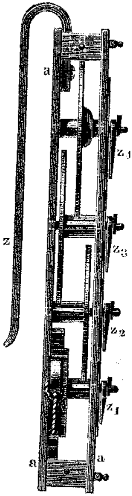


Fig. 134.

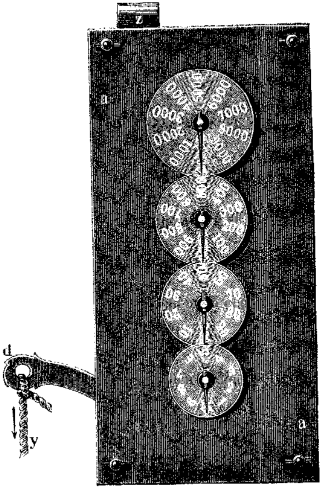


Zähnen eingreift, so dass 10 Hübe erfolgt sind, wenn das Rad g und dessen Getriebe r_1 einmal rund gegangen sind, dagegen 100 Hübe nöthig werden, um das Rad s_1 und den auf derselben Achse sitzenden Zeiger z_2 (Fig. 134) einmal rund zu treiben. Setzt man in gleicher Weise das Getriebe r_2 des Rades s_1 mit einem dritten Rade s_2 in Verbindung und greift das Getriebe r_3 dieses Rades wieder in ein viertes Rad s_3 ein, so ist leicht einzusehen, dass, wenn die Getriebe immer 5, die Räder dagegen 50 Zähne haben, der Zeiger z_3 einmal rund geht, wenn der Hebel db 1000 Hübe gemacht hat, und dass eine einmalige Umdrehung des letzten Zeigers z_4 10,000 Hübe des Hebels db

abzählt. Die Eintheilung der vier Zifferblätter (Fig. 135) ergiebt sich hieraus von selbst.

Um das Instrument als Schrittzähler zu benutzen, wird es mit dem Haken z (Fig. 134) in einem Knopfloche an dem menschlichen Körper befestigt und die Schnur etwas unter dem Knie so festgebunden, dass sie bei jedem Schritte gespannt und dadurch veranlasst wird, den Hebel $d\,b$ abwärts zu ziehen. Bei jedem Schritte geht dann das Zahnrad y um einen Zahn weiter und theilt seine Bewegung auf die vorhin beschriebene Weise den übrigen Zahnrädern und Zeigern mit.

Fig. 135



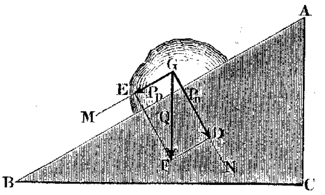
In ähnlicher Art wird auch bei den Wassermessern und den Gasuhren, die wir später kennen lernen werden, sowie bei vielen Maschinen zum Zählen der Umläufe irgend einer Welle die erste Bewegung eines Rades auf ein System in einander greifender Zahnräder mit Sperrklinken übertragen, und die Anzahl der in einer bestimmten Zeit von der ersten Welle gemachten Umläufe durch den Stand der einzelnen Zeiger angegeben.

Die schiefe Ebene. Wenn ein Körper auf einer gegen 76
den Horizont geneigten Ebene liegt und man versucht ihn auf derselben fortzuschieben, so gewahrt man einen gewissen Widerstand, der von der Reibung der beiden Körper herrührt. Je nach der Beschaffenheit der Oberflächen, welche sich an einander reiben, ist dieser Widerstand sehr verschieden; während man nur mit vieler Mühe einen schweren Stein auf dem Boden fortzuziehen im Stande ist, gelingt dieses leicht, wenn man den

Stein vermittelst eines mit eisernen Schienen beschlagenen Schlittens auf dem Eise fortzieht. Wir können uns vorstellen, dass die Unebenheiten der Berührungsflächen des Körpers und der Ebene, auf welcher er liegt, immer mehr und mehr und bis zu dem Grade beseitigt werden, dass bei der Bewegung eine Reibung gar nicht mehr vorhanden ist. Obgleich dieser Zustand in der Wirklichkeit nicht erreicht werden kann, so werden wir doch der Einfachheit wegen in dem Folgenden annehmen, dass die Bewegung des Körpers auf der Ebene ohne Reibung erfolge. Ganz ähnlich verfahren wir bei den Untersuchungen über die Hebel, die Radwellen, Räderwerke, Krahne u. s. w.; denn wir haben dafür die Bedingungen des Gleichgewichtes aufgestellt, ohne auf die Reibung ihrer einzelnen Theile, z. B. der Zapfen in ihren Lagern, Rücksicht zu nehmen. Wir werden später in einem besonderen Abschnitte die durch die Reibung erzeugten Widerstände näher untersuchen und dabei auch auf die genannten Maschinen zurückkommen, um den Einfluss, den die Reibung auf die Bedingungen des Gleichgewichts hat, festzustellen.

Liegt irgend ein schwerer Körper, Fig. 136, auf einer schiefen Ebene AB, so können wir das Gewicht Q desselben durch eine Verticallinie GF darstellen, welche durch den Schwerpunkt G gezogen ist. Wäre die Ebene AB horizontal, so würde der Körper nicht fallen, sondern bloss einen Druck von der Grösse Q gegen dieselbe ausüben. Ist dagegen die Ebene geneigt, so übt der Körper nicht bloss einen gewissen Druck gegen die Ebene aus, sondern er fällt auch längs derselben herab, wenn die Reibung ihn nicht daran hindert. Die Schwere GF bewirkt also jetzt ein Doppeltes, einen normalen Druck gegen die Ebene und eine Bewegung des Körpers längs derselben. Um die Grösse der beiden Kräfte zu finden, die dieses bewirken, zerlegen wir die Kraft Q oder GF in die beiden Seitenkräfte GD und GE, von denen die erste senkrecht steht zu der schiefen Ebene, die andere GE aber parallel zu der

Fig. 136.



Ebene ist. Die Kraft GD stellt den Druck dar, welchen das Gewicht Q gegen die Ebene ausübt, die Kraft GE dagegen giebt die Kraft an, welche den Körper auf der Ebene herabbewegt; erstere bezeichnen wir für die Folge mit P_n (Normalkraft), letztere mit P_p (Parallelkraft).

Wollte man den Körper am Herunterfallen verhindern, so müsste man in G eine Kraft anbringen, welche der Parallelkraft GE gleich und entgegengesetzt wäre. Die Normalkraft übt einen Druck gegen die schiefe Ebene aus und bewirkt dadurch, dass sie den Körper gegen die Ebene anpresst, Reibung; so lange man daher von der Reibung absieht, kann die Kraft P_n auf das Herabgleiten des Körpers keinen Einfluss haben.

Fällt man von irgend einem Punkte A der schiefen Ebene auf die Horizontale BC eine Senkrechte AC, so nennt man BC die Basis, AC die Höhe, AB die Länge der schiefen Ebene, und es ergiebt sich leicht, dass das Dreieck ABC ähnlich ist mit dem Dreieck GFE oder GFD, weil die Winkel in ihnen paarweise gleich sind. In ähnlichen Dreiecken aber verhalten sich stets zwei Seiten aus dem einen gerade so, wie die entsprechend liegenden aus dem anderen. Wir haben daher folgende Proportion:

$$GE : GF = AC : AB,$$

oder

$$P_p : Q = \text{Höhe} : \text{Länge},$$

oder wenn wir die Basis der schiefen Ebene mit B, die Höhe mit H, die Länge mit L bezeichnen:

$$P_p : Q = H : L;$$

da diejenige Kraft, welche die Last Q in einer zu der schiefen Ebene parallelen Richtung im Gleichgewicht zu halten vermag, nach dem Vorigen gleich GE oder P_p ist, so erhalten wir folgenden Satz:

Wirkt auf einen Körper, der auf einer schiefen Ebene liegt, aufwärts eine Kraft parallel zu der schiefen Ebene, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn sich die Kraft zu der Last verhält, wie die Höhe der Ebene zu ihrer Länge.

Es liege z. B. auf einer schiefen Ebene ein Körper von 1200 Pfund, die Höhe der Ebene verhalte sich zu ihrer Länge wie 2 : 5, so braucht die Kraft, welche in paralleler Richtung zu der Ebene den Körper am Fallen hindern soll, nur $\frac{2}{5}$ von 1200 Pfund, also 480 Pfund zu sein.

Ebenso leicht lässt sich die Grösse des normalen Druckes P_n bestimmen, den das Gewicht Q gegen die Ebene ausübt.

Aus denselben Dreiecken ergiebt sich nämlich, da $EF = GD$ ist,

$$GD : GF = BC : BA,$$

oder

$$P_n : Q = B : L;$$

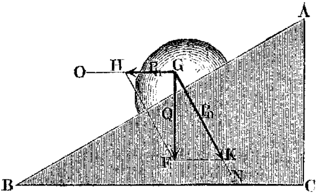
es verhält sich also der Normaldruck des Körpers zu seinem Gewichte, wie die Basis der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Je mehr eine und dieselbe Ebene gegen den Horizont geneigt ist, oder je grösser der Winkel ist, den sie mit der horizontalen Basis bildet, um so grösser ist die Höhe AC und um so kleiner die Basis AC. Daher muss auch die Kraft, die den Körper am Herunterfallen hindern oder die ihn heraufziehen soll, um so grösser sein, je mehr die Ebene geneigt ist; dagegen ist dann der Druck, den der Körper gegen die Ebene ausübt, um so kleiner.

Da in vielen Fällen der praktischen Anwendung die Kraft, welche den Körper am Herabfallen hindern soll, nicht parallel zu der Länge, sondern parallel zu der Basis wirkt, so wollen wir auch noch untersuchen, wann unter dieser Annahme zwischen der Kraft und der Last das Gleichgewicht besteht.

Es stelle in Fig. 137 die Verticale GF wieder das Gewicht Q des Körpers vor. Wir zerlegen diese Kraft in die beiden Seitenkräfte GK und GH, von denen die erstere $GK = P_n$ wieder den Normaldruck, die andere $GH = P_h$ aber die Horizontalkraft darstellt, welcher eine gleiche Kraft entgegenwirken muss, wenn sie aufgehoben werden und der Körper in Ruhe bleiben soll.

Fig. 137.



Auch in diesem Falle sind die Dreiecke GFH oder GFK und BCA einander ähnlich, daher ist

$$GH : GF = AC : CB,$$

oder

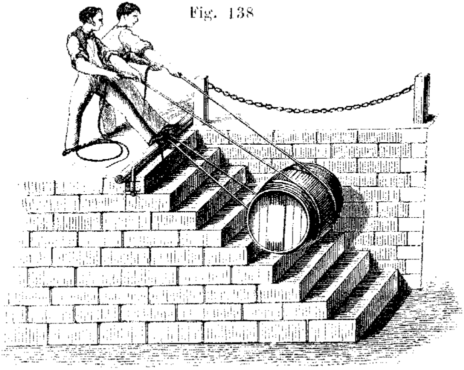
$$P_h : Q = H : B.$$

Wenn also auf einen Körper, der auf einer schiefen Ebene liegt, eine Kraft in horizontaler Richtung wirkt, um ihn am Herabfallen zu hindern, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn sich die Kraft zu der

Last oder dem Gewicht des Körpers verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Basis.

Um schwere Fässer auf einer Treppe hinabzulassen, verfährt 77
man häufig, wie Fig. 138 zeigt. Zwei am oberen Ende der

Fig. 138



Treppe an einem Balken wohl befestigte Seile sind auf die in der Figur angegebene Weise um das Fass geschlungen und gehen dann wieder aufwärts, wo sie von zwei Arbeitern gehalten werden. Lassen dieselben das Seil langsam durch ihre Hände gleiten, so wird dadurch das Fass allmälig die Treppe hinabrollen.

Wir finden die Grösse der Kraft, mit welcher jeder Arbeiter das Seil anziehen muss, um das Fass zu halten, leicht durch folgende Betrachtung. Nehmen wir zunächst an, die Treppenstufen seien nicht vorhanden, statt dessen sei eine einzige, ununterbrochene schiefe Ebene von der Höhe H und der Länge L da. Bezeichnen wir das Gewicht des Fasses mit Q, so ist die Kraft, welche das Fass parallel zur Ebene hinabtreibt, nach dem Vorigen:

$$P_p = Q \cdot \frac{H}{L} \cdot$$

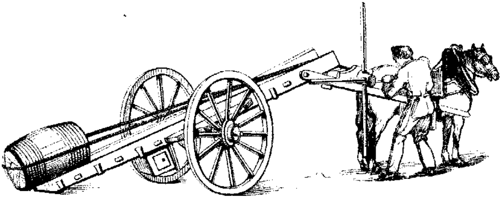
Sind die vier Seilstücke einander und zu der schiefen Ebene parallel und liegen sie in gleichen Abständen von dem Schwerpunkte oder der Mitte des Fasses, so vertheilt sich die Last gleichmässig auf dieselben und jedes Seilstück hat nur $^1/_4$ der

Kraft zu tragen, welche das Fass parallel zur Ebene hinabtreibt. Jedes Seilstück hat daher die Spannung $\frac{1}{4} \cdot Q \cdot \frac{H}{L}$. Da die beiden unteren Seilstücke fest sind, so haben die Arbeiter nur dem Zuge entgegenzuwirken, welcher in den oberen Seilstücken vorhanden ist, und dieser beträgt für jedes Seil $\frac{Q}{4} \cdot \frac{H}{L}$. Ist die Höhe der schiefen Ebene halb so hoch, als lang, und das Gewicht des Fasses 320 Pfund, so kommt auf jeden Arbeiter eine Kraft von $\frac{320}{4} \cdot \frac{1}{2} = 40$ Pfund, die er in der Richtung des Seiles ausüben muss, um das Fass am Hinabgleiten zu verhindern.

In der Wirklichkeit stellt sich das Resultat wegen der vorhandenen Stufen etwas anders; da nämlich diese Absätze eine gewisse Veränderlichkeit in der Neigung der schiefen Ebene hervorbringen, so werden auch während der Bewegung des Fasses die Spannungen der Seile sich etwas verändern. Man kann jedoch als mittleren Werth dieser Spannungen denjenigen gelten lassen, den sie annehmen würden, wenn statt der Treppe eine ununterbrochene schiefe Ebene von gleicher Neigung vorhanden wäre.

78 **Der Sturzkarren**, Fig. 139, bietet ein anderes Beispiel, wie man eine schiefe Ebene beim Aufladen von Fässern oder

Fig. 139.



Ballen mit Vortheil benutzen kann. Die gabelförmige Deichsel ist mit dem eigentlichen Karren nicht fest, sondern vermittelst eines eisernen Bolzens derart verbunden, dass sie sich um letztere drehen kann. Diese Art der Verbindung gestattet, dass man den Karren mit seinem hinteren Ende auf die Erde niederlassen kann, während die vordere Deichsel fast horizontal bleibt und ihre erste Lage beibehält, das Pferd also während des Aufladens der Lasten gar nicht belästigt wird. In dieser Lage bildet der

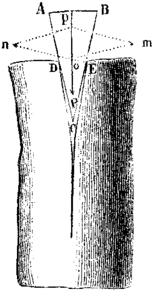
Karren eine schiefe Ebene, bei welcher das Auf- und Abladen viel leichter erfolgt, als bei den gewöhnlichen Karren. Ausserdem aber ist auf der Deichsel nahe an dem Punkte, wo sie mit dem Karren zusammenstösst, eine Winde angebracht, mit deren Hülfe ein einziger Arbeiter eine sehr bedeutende Last auf- oder abladen kann. Nachdem der Karren beladen ist, hebt man das hintere Ende in die Höhe, bis er seine horizontale Lage wieder angenommen hat. Das Seil, welches sich auf die Welle der Winde aufwickelt und das dazu dient, um die Last die schiefe Ebene hinauf zu ziehen, kann dann auch dazu benutzt werden, um die Last während des Transportes auf dem Karren fest zu halten. Zu dem Ende schlingt man es um die Last, befestigt es an dem hinteren Theile des Karrens und giebt ihm vermittelst der Winde eine hinlängliche Spannung; um diese Spannung dauernd zu erhalten, bindet man schliesslich einen der Hebel der Winde an der Deichsel fest.

Nach dem Vorigen ist es nun leicht, die Kraft zu berechnen, welche ein Arbeiter an dem Hebel der Winde ausüben muss, um mit Hülfe des Seiles eine bestimmte Last auf den geneigten Karren hinauf zu ziehen. Angenommen, es sei der Abstand des vorderen Endes des Karren vom Boden der vierte Theil von der Länge desselben, so kann man nach §. 76 eine Last mit einer viermal kleineren Kraft im Gleichgewicht halten, oder die Spannung des Seiles, welches auf die Winde aufgewunden werden soll, ist nur der vierte Theil der im Seile hängenden Last. Wäre die Last 1200 Pfund, so kann diese mit einer Kraft von $^{1200}/_4 = 300$ Pfund auf der schiefen Ebene im Gleichgewicht gehalten werden. Wenn nun die Länge eines Hebels zehnmal so gross ist, als der Halbmesser der Welle, so braucht die am Hebel wirkende Kraft auch nur $^1/_{10}$ der Seilspannung zu sein, um das Gleichgewicht herbeizuführen. Im vorliegenden Beispiele würde also ein Arbeiter, der mit $^1/_{10}$ von 300 Pfund, d. h. mit 30 Pfund an dem Hebel arbeitet, im Stande sein, die bedeutende Last von 1200 Pfund in die Höhe zu bringen.

Der Keil. Man bedient sich bekanntlich des Keiles, um 79
zwei Körper, oder die Theile eines und desselben Körpers, welche mit bedeutender Kraft an einander haften, zu trennen; insbesondere gebraucht man ihn beim Spalten von Brennholz. Der Keil ist nichts Anderes, als ein normales dreiseitiges Prisma *ABC*, Fig. 140 (a. f. S.), von Eisen, dessen eine Seite *AB* klein ist im Verhältniss zu den beiden anderen Seiten *AC*, *BC*.

In den meisten Fällen sind diese beiden letzteren Seiten einander gleich, so dass der Querschnitt des Prismas ein gleichschenkliges Dreieck ist.

Fig. 140.



Uebt man normal auf die Seite AB, welche der **Kopf** des Keiles genannt wird, eine Kraft aus, so dringt der Keil in die Spalte DE, wo man ihn anfänglich lose hineingestellt hatte, bis zu einer gewissen Tiefe ein, und treibt die beiden Theile des Holzes, die mit den Seiten AC, BC in Berührung stehen, aus einander. In Folge hiervon übt das Holz normal gegen diese Seiten bei D und E Pressungen aus, welche von der gegen AB auszuführenden Kraft überwunden werden müssen, wenn der Keil tiefer hineingetrieben werden soll. Wir wollen diese Kraft P zu bestimmen suchen, die auf den Kopf AB wirken muss, um dem Seitendruck des Holzes in D und E das Gleichgewicht zu halten.

Die letzteren Druckkräfte sind gegen die Seiten AC, BC des Keiles senkrecht gerichtet, wir wollen sie beziehlich durch die Linien on und om darstellen; indem wir aus on und om das Parallelogramm $onpm$ bilden, erhalten wir in der Diagonale op die Mittelkraft aus den beiden Seitenkräften on und om. Wenn die gegen den Kopf AB zu richtende Kraft P den beiden letzteren Druckkräften oder, was dasselbe ist, ihrer Resultirenden op das Gleichgewicht halten soll, so muss P dieser Resultirenden gleich und entgegengesetzt sein. Es muss daher auch op senkrecht sein zu AB; da aber zugleich om und pm beziehlich senkrecht stehen zu AC und BC, so sind die beiden Dreiecke omp und ABC einander ähnlich, da ihre Seiten paarweise auf einander senkrecht stehen und daher ihre Winkel einander gleich sind. Es folgt hieraus zunächst, dass, da AC und BC einander gleich sind, auch $om = pm = on$ ist, d. h. dass die beiden Seiten des Keiles in D und E gleichen Druck erhalten. Ausserdem folgt aus der Aehnlichkeit der genannten Dreiecke die Proportion

$$op : om = AB : AC;$$

oder, wenn man op mit P, om mit Q bezeichnet,

$$P : Q = AB : AC,$$

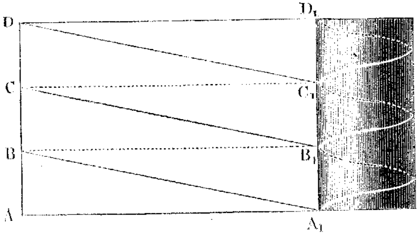
d. h. es ist beim Keile zwischen der Kraft, die auf den Kopf desselben ausgeübt wird, und dem Seitendruck

Gleichgewicht vorhanden, wenn sich diese Kräfte verhalten, wie die Längen des Kopfes und der Seiten. Je kleiner daher AB im Verhältniss zu AC oder je kleiner der Winkel ACB, überhaupt je spitzer der Keil ist, desto kleiner ist die Kraft P, welche erforderlich ist, um den Widerstand des zu spaltenden Körpers zu überwinden.

Die Messer, Meissel, Beile, Aexte, Nadeln, Nägel u. s. w. bieten zahllose Beispiele zu der praktischen Anwendung des Keiles.

Die Schraube. Wenn man eine schiefe Ebene AA_1B, Fig. 141, 80
so um einen geraden Cylinder aufwickelt, dass die Basis AA_1 derselben sich genau an die Umfangslinie des Cylinders anschliesst, so bildet die Länge A_1B auf dem Cylinder eine schräg ansteigende krumme Linie, welche Schraubenlinie genannt wird. Es ist also nicht jede auf einem Cylinder verzeichnete ansteigende Linie eine Schraubenlinie, sondern nur diejenigen von ihnen erhalten diesen Namen, welche, wenn man den Cylinder in eine Ebene abwickelt, eine gerade Linie A_1B als Länge einer solchen schiefen Ebene AA_1B bildet, bei welcher der Umfang des Cylinders die Basis A_1A ausmacht.

Fig. 141.



Hiernach ist klar, dass man auf demselben Cylinder unzählig viele Schraubenlinien bilden kann, je nachdem man in dem erzeugenden Dreieck AA_1B die Höhe AB klein oder gross nimmt. Stellt man mehrere schiefe Ebenen AA_1B, BB_1C, CC_1D u. s. w. auf einander, und zwar so, dass die Basis BB_1 da anfängt, wo die erste schiefe Ebene A_1B endigt, so entstehen natürlich durch die Aufwickelung dieses Systems um den Cylinder ebenso viele völlig gleiche Schraubenlinien A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1 u. s. w., als schiefe Ebenen vorhanden waren, welche einzeln genau an einander schliessen und in ihrer Gesammtheit eine einzige continuirliche Schraubenlinie $A_1B_1C_1D_1$ von mehreren Gängen bilden.

Jeder Theil einer Schraubenlinie, z. B. $B_1 C_1$, welcher gleich der Länge $B_1 C$ der schiefen Ebene ist, die ihn gebildet hat, heisst **Schraubengang**, der Abstand $A_1 B_1$, $B_1 C_1$, $C_1 D_1$ zweier auf einander folgender Schraubengänge heisst die **Höhe** der Schraubengänge. Es ist klar, dass die Länge eines Schraubenganges gleich ist der Länge der schiefen Ebene, dass die Höhe der Schraubengänge gleich der Höhe der schiefen Ebene und der Umfang des Schrauben-Cylinders gleich der **Basis** der schiefen Ebene ist.

Verzeichnet man auf einem geraden Cylinder auf die vorstehende Weise eine Schraubenlinie, und führt man eine ebene begränzte Figur so der Schraubenlinie entlang, dass sie stets zu der Achse des Cylinders dieselbe Lage behält, so heisst der durch die Bewegung der Fläche gebildete Körper ein **Schraubengewinde**. Je nachdem die über die Schraubenlinie bewegte Figur ein Dreieck oder ein Rechteck ist, erhält man ein dreieckiges oder ein viereckiges Schraubengewinde. Die Fig. 142 stellt eine Schraube mit dreieckigem oder scharfkantigem Gewinde, Fig. 143 eine mit viereckigem oder flachgängigem Gewinde vor. Die Abstände $BD = DF = CE$ sind die **Ganghöhen** der Schrauben. Die Verbindung eines Schraubengewindes mit dem zugehörigen Cylinder heisst eine **Schraubenspindel**, der Cylinder selbst wird der **Kern** der Schraube genannt. Wenn auf dem inneren Mantel eines hohlen Cylinders ein vertieftes Schraubengewinde eingearbeitet ist, so heisst dasselbe eine **Schraubenmutter**, Fig. 144

Fig. 142.

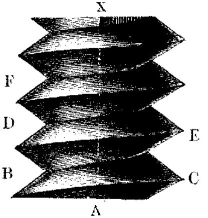


Fig. 143.

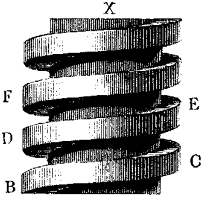
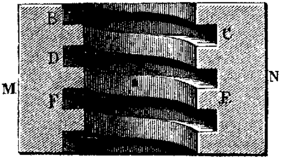


Fig. 144.



zu einer Schraubenspindel gehört allemal eine Mutter, welche entweder fest ist, so dass die Schraubenspindel durch Drehung um ihre Achse sich in die Mutter hineinschraubt, oder die um die feste Spindel beweglich ist.

Lässt man um einen und denselben cylindrischen Kern zwei oder mehrere von einander unabhängige, aber unter einander völlig gleiche und parallele Schraubenlinien herumlaufen, so erhält man zwei- oder mehrgängige Schrauben. Fig. 145

Fig. 145.

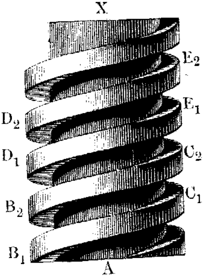
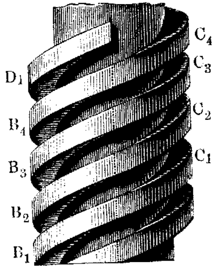
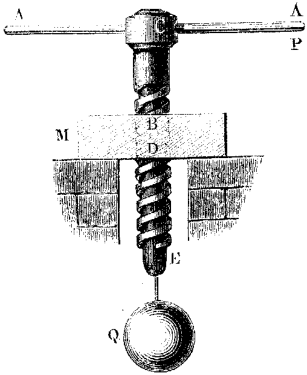


Fig. 146.



zeigt eine zweigängige Schraube mit den Gewinden $B_1 C_1 D_1 E_1$ und $A B_2 C_2 D_2 E_2$, und Fig. 146 eine viergängige Schraube mit den Gewinden $B_1 C_1 D_1$, $B_2 C_2$, $B_3 C_3$, $B_4 C_4$; die letzteren Schrauben finden nur dann Anwendung, wenn sie eine bedeutende Ganghöhe haben, niemals aber bei den Befestigungsschrauben.

Fig. 147.



Die Fig. 147 zeigt, wie man mittelst einer Schraubenspindel CE durch Drehen derselben in der festen Mutter MBD eine an der Spindel E befestigte Last Q in die Höhe heben kann. Um das Verhältniss zu bestimmen, welches für den Gleichgewichtszustand zwischen der Kraft, die die Drehung der Spindel bewirken soll, und der zu hebenden Last Q stattfinden muss, beachte man zunächst, dass das Gewicht Q ein Herabgleiten der Gewinde der Spindel auf denen der festen Mutter bewirken will, und dass, wenn von der Reibung abgesehen wird, die Schraubenspindel sich wirklich rückwärts drehen, die Last Q also heruntersinken muss, wenn die Spindel nicht durch eine Kraft festgehalten wird. Der Einfachheit wegen nehmen wir zuerst an, dass diese letztere Kraft P_1, welche immer senkrecht zu der Achse der Spindel ist, nicht an dem Hebel AA, sondern tangential am Umfange des Cylinderkernes wirkt, indem wir z. B. den Kopf C oder den darunter gelegenen Theil zwischen Daumen und Zeigefinger nehmen und diesen Theil in einer Richtung zu drehen suchen, dass dadurch die Last Q gehoben wird. In diesem Falle wirkt die Last Q vertical abwärts, also senkrecht zu der Basis der schiefen Ebene, aus welcher das Schraubengewinde entstanden ist; die Kraft P_1 dagegen, welche am Umfange des Cylinderkernes wirkt, ist horizontal, also parallel zu der Basis derselben schiefen Ebene. Wir haben also hier genau denselben Fall, wie in §. 76, Fig. 137; es wird daher auch hier wie dort zwischen der horizontalen Kraft P_1 und der Last Q Gleichgewicht bestehen, wenn sich P_1 zu Q verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu der Basis. Die Höhe der schiefen Ebene ist aber gleichbedeutend mit der Ganghöhe der Schraube, die Basis der schiefen Ebene ist nichts Anderes, als der Umfang der Schraubenspindel; es besteht daher bei der Schraube Gleichgewicht zwischen P_1 und Q, wenn P_1 sich zu Q verhält, wie die Höhe der Schraubengänge zu dem Umfange der Schraubenspindel. Bezeichnen wir die Ganghöhe der Schraube mit h, den Umfang derselben mit u, so ist Gleichgewicht zwischen P_1 und Q, wenn

$$P_1 : Q = h : u.$$

Es folgt hieraus sofort, dass, je kleiner die Ganghöhe der Schraube im Verhältniss zu ihrem Umfange ist, auch die am Umfange der Spindel wirkende Kraft P_1 kleiner ist, als die an der Spindel hängende Last. Wäre z. B. die Ganghöhe $\frac{1}{2}$ Zoll, der Umfang der Spindel 5 Zoll, das an der Spindel hängende Gewicht $Q = 500$ Pfund, so braucht am Umfange der Schraube nur $\frac{1}{10}$ der Last Q oder eine Kraft von 50 Pfund drehend zu wirken, um dieser Last das Gleichgewicht zu halten; durch eine kleine Vermehrung dieser Kraft wird sogar die Last in die Höhe gehoben. Wenn man indessen auch durch fortwährende

Verkleinerung der Ganghöhe immer mehr an Kraft gewinnen kann, so erreicht man in der Wirklichkeit doch bald eine gewisse Gränze, welche man nicht überschreiten darf, wenn man nicht die Festigkeit des Materials in Gefahr bringen will.

In den meisten Fällen wird mit der Spindel ein Hebelarm AA, Fig. 147, verbunden, an dessen Endpunkt dann die Kraft P zur Umdrehung derselben wirkt. In diesem Falle ist die Kraft, welche die Last Q im Gleichgewicht halten soll, noch kleiner als vorhin, und zwar in demselben Verhältnisse, als der Hebelarm AC den Halbmesser der Spindel an Grösse übertrifft. Wenn z. B. AC achtmal so gross ist, als dieser Halbmesser, so reicht unter der vorigen Voraussetzung, dass der Umfang der Spindel zehnmal so gross ist, als die Ganghöhe, am Ende A des Hebels AC eine Kraft von $^{50}/_{8} = 6^{1}/_{4}$ Pfund aus, um die Last von 500 Pfund im Gleichgewicht zu halten.

Die Geometrie lehrt, dass man den Umfang eines Kreises findet, wenn man den Durchmesser desselben mit der Zahl $3^{1}/_{7}$, oder noch genauer mit 3,1416 multiplicirt. Bezeichnet man diese Zahl, wie es gewöhnlich geschieht, mit π, und den Halbmesser der Schraubenspindel an der Stelle des Umfangs, wo die Kraft P_1 wirkt, mit r, so kann man die obige Proportion auch so schreiben:

$$P_1 : Q = h : 2r \,.\, \pi;$$

ist nun die Länge des Hebels $AC = R$, und die Kraft am Ende A desselben P, so ist Gleichgewicht zwischen P_1 und P, wenn $P_1 \,.\, r = P \,.\, R$, wobei es dann einerlei ist, ob die Kraft P_1 mit dem Hebelarm r am Umfange der Spindel, oder die Kraft P mit dem Hebelarm R am Ende des Hebels AC arbeitet. Es ist dann $P_1 = P \cdot \frac{R}{r}$, und, wenn man diesen Werth für P_1 in die letzte Proportion einsetzt für den Gleichgewichtszustand

$$P \,.\, \frac{R}{r} : Q = h : 2r \,.\, \pi,$$

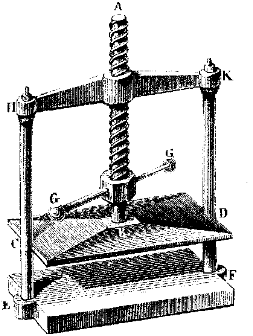
oder

$$P : Q = h : 2R \,.\, \pi,$$

d. h. es ist bei der Schraube zwischen der Kraft, welche an einem Hebelarme (R) wirkt, und der an der Spindelachse wirkenden Last Gleichgewicht vorhanden, wenn sich die Kraft zu der Last verhält, wie die Höhe eines Schraubenganges zu dem Umfange des Kreises, dessen Halbmesser gleich dem Hebelarme der Kraft ist.

81 **Die Schraubenpresse.** In der Weise, wie wir die Schraube vorhin behandelt haben, dient sie dazu, um schwere Lasten, die entweder unten an der Spindel aufgehängt sind oder die oben auf dem Kopfe derselben liegen, in die Höhe zu bringen. Weit häufiger wird jedoch die Schraube angewendet, um gewisse Widerstände zu überwinden oder einen kräftigen Druck auszuüben, wozu die Schraubenpresse, Fig. 148, ein Beispiel giebt.

Fig. 148.



Die Schraubenmutter ist auch hier in dem Querriegel HK fest und lässt die Spindel AB frei hindurchgehen; der Hebel GG sitzt auf der Spindel fest, an deren unterem Ende ausserdem die Pressplatte CD so angehängt ist, dass sich die Schraube bei B in der Platte CD drehen kann. Die untere Platte EF bildet das feste Widerlager. Die zu pressenden Gegenstände werden zwischen die beiden Platten gelegt und der Widerstand, welchen sie gegen die lose Platte CD und damit gegen die Schraubenspindel BA ausüben, ist als die zu überwindende Last Q anzusehen.

Ist bei einer solchen Presse der eine Hebelarm G, an welchem die Kraft wirkt, gleich 6 Zoll, die Ganghöhe der Schraube $^1/_2$ Zoll und der Widerstand Q der zu pressenden Körper 2000 Pfund, so reicht zu deren Ueberwindung eine Kraft P am Hebel G aus, welche man aus der letzten Proportion des vorigen Paragraphen findet; es ist nämlich

$$P : 2000 = {}^1/_2 : 2 \,.\, 6 \,.\, 3^1/_7,$$

oder

$$P = \frac{1000 \,.\, 7}{2 \,.\, 6 \,.\, 22} = 26^{17}/_{33} \text{ Pfund.}$$

Umgekehrt kann man auch den Druck Q berechnen, den eine solche Presse ausüben kann, wenn am Hebel eine bestimmte Kraft P, z. B. von 40 Pfund, wirkt. Es ist dann wieder

$$40 : Q = {}^1/_2 : 2 \,.\, 6 \,.\, 3^1/_7,$$

also

$$Q = 40 \,.\, \frac{2 \,.\, 6 \,.\, 3^1/_7}{^1/_2} = 3017^1/_7 \text{ Pfund.}$$

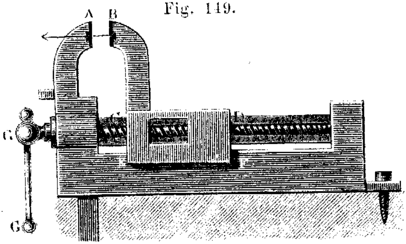
Verschiedene Wirkungsweisen der Schraube. Die Bewegung einer Schraube ist eine doppelte, nämlich eine drehende und eine fortschreitende, wobei je nach der Anordnung der Spindel und der Schraubenmutter vier verschiedene Fälle vorkommen können: 82

1. Die Schraubenspindel hat sowohl eine drehende als fortschreitende Bewegung, während die Mutter fest ist;
2. die Schraubenspindel kann sich bloss drehen, dagegen hat die Mutter eine fortschreitende Bewegung;
3. die Mutter hat sowohl eine drehende als fortschreitende Bewegung, oder
4. die Mutter bewegt sich bloss drehend und die Spindel schreitet fort.

Beispiele der ersten Art bieten die bereits besprochenen Fälle in Fig. 147 und Fig. 148; ebenso gehören die Befestigungsschrauben oder die Holzschrauben hierhin, bei denen sich die Schraubenspindel in das feste Holz als Mutter hineinbohrt.

Ein Beispiel der zweiten Art liefert der Schraubstock, Fig. 149, wo das Backenstück B auf der Schraubenmutter $CDEF$

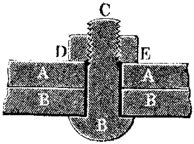
Fig. 149.



festsitzt und durch Umdrehung der Spindel, die selbst nicht fortschreiten kann, je nach der Richtung der Drehung auf der Spindel hin- und hergeht und dadurch dem festen Backenstück A genähert oder davon entfernt wird.

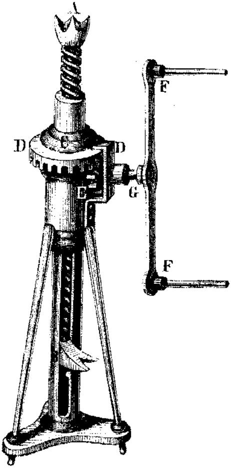
Bei den Buchbinderpressen bewegt sich die mit Handhaben oder Flügeln versehene Schraubenmutter drehend und fortschreitend über die feste Spindel. In gleicher Weise kommt diese dritte Art der Schraubenbewegung besonders da vor, wo die Schraube zur Verbindung zweier Körper dient. Die Fig. 150 (a. f. S.) zeigt eine derartige Anwendung der Schraube; durch die beiden zu verbindenden Körper A und B ist ein Bolzen BC gesteckt, dessen Ende mit einem Schraubengewinde versehen ist; indem man die Schraubenmutter DE dreht, rückt dieselbe zugleich vor und presst die beiden Körper fest an einander.

Fig. 150.



Der vierte Fall, wo die Mutter sich bloss dreht, die Spindel dagegen bloss fortschreitet, kommt vorzüglich bei den sogenannten **Wagenwinden** vor, die in Fig. 151 abgebildet ist. Die Kraft P wirkt an den Kurbeln FF und bewirkt dadurch eine Drehung des Getriebes E; dieses greift in das Zahnrad DD ein, mit welchem die Schraubenmutter C fest verbunden ist; mit der Drehung der Kurbeln FF dreht sich also auch die Mutter C. Letztere umschliesst mit ihrem Gewinde das Gewinde der Spindel AB, welche sich in einer Hülse auf- und abbewegen, aber wegen der mit ihr verbundenen und durch einen Schlitz aus der Hülse hervorragenden Klaue B sich nicht drehen kann.

Fig. 151.



Um die Last Q zu berechnen, welche man mit einer solchen Winde durch eine gegebene Kraft P heben kann, nehme man zuerst an, die Kurbeln FF seien direct in horizontaler Stellung mit der Mutter C verbunden; wenn dann, wie im Vorigen, die Länge der Hebelarme FG mit R, die Ganghöhe der Schraube mit h, die zum Heben der Last Q erforderliche Kraft am Ende F des Hebels mit P bezeichnet wird, so ist

$$P : Q = h : 2R . \pi,$$

folglich

$$P = Q \cdot \frac{h}{2R . \pi};$$

da jedoch in der Winde die Kurbeln nicht auf der Mutter, sondern auf einer Welle G sitzen, die durch ein Zahnräderpaar E, D mit der Mutter C verbunden sind, so wird nun die am Ende F des Hebels FG erforderliche Kraft in dem Verhältnisse der Zähnezahlen beider Räder kleiner. Wenn daher die Zähnezahlen bezichlich mit Z und z, die an den Kurbeln wirkende Kraft mit P_1 bezeichnet werden, so ist

$$P_1 = Q \cdot \frac{h}{2R \cdot \pi} \cdot \frac{z}{Z},$$

woraus umgekehrt folgt:

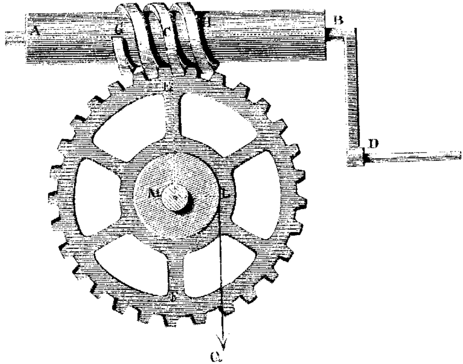
$$Q = P_1 \cdot \frac{2R \cdot \pi}{h} \cdot \frac{Z}{z}.$$

Es sei z. B. die an den Kurbeln arbeitende Kraft 40 Pfund, der Hebelarm $FG = R = 15$ Zoll, die Ganghöhe der Schraube $h = \frac{3}{4}$ Zoll, das Rad D habe 24, das Getriebe E 8 Zähne, so kann man mit Hülfe der Winde eine Last heben, die gleich ist

$$Q = 40 \cdot \frac{2 \cdot 15 \cdot 3\frac{1}{7}}{\frac{3}{4}} \cdot \frac{24}{8} = 15085\tfrac{5}{7} \text{ Pfund.}$$

Die Schraube ohne Ende. In vielen Fällen verbindet 83
man die Schraubenspindel statt mit einer Schraubenmutter mit einem Zahnrade. Die Fig. 152 zeigt eine derartige Anordnung,

Fig. 152.



wie sie häufig zum Aufziehen schwerer Lasten, zur Drehung des Steuers bei Dampfschiffen u. s. w. angewandt wird. Auf dem Cylinder AB, der sich bei A und B in Zapfenlagern drehen, aber keine fortschreitende Bewegung annehmen kann sind nur wenige Schraubengänge C vorhanden, welche genau in die Zahnlücken des Rades E eingreifen. Durch Umdrehung der Schraube werden die Zähne dieses Rades von den Schraubengewinden fortgeschoben und hierdurch das Rad E selbst rund gedreht. Da eine ununterbrochene Drehung der Schraube eine stetige Drehung des Rades zur Folge hat, so heisst die mit einem Zahnrade in Verbindung stehende Schraubenspindel eine Schraube ohne Ende; zuweilen wird sie auch Schnecke genannt. Die Kraft P wirkt an der Kurbel D, die Last Q dagegen wie bei den Winden an dem Umfange L der Welle ML.

Um die Kraft P zu finden, welche an der Kurbel D erforderlich ist, damit die Last Q im Gleichgewicht gehalten werde, nehmen wir zuerst an, es wirke im Punkte E am Umfange des Zahnrades eine Kraft P_1 von der Grösse und Richtung, dass dadurch die Last Q im Gleichgewicht gehalten werde. Wenn der Halbmesser des Zahnrades mit R_1, der Halbmesser der Welle ML mit r bezeichnet wird, so ist dann für den Gleichgewichtszustand bekanntlich $P_1 \,.\, R_1 = Q \,.\, r$, also $P_1 = Q \cdot \frac{r}{R_1}$. Ist eine solche Kraft P_1 nicht vorhanden, so übt die Last Q jedenfalls durch die Zähne des Rades einen dieser Kraft gleichen Druck auf das Schraubengewinde aus, und zwar in der Richtung von A nach B parallel zu der Achse der Spindel. Diese Kraft P_1 oder $Q \cdot \frac{r}{R_1}$ wirkt nun auf das Schraubengewinde genau so, wie die in den vorigen Paragraphen mit Q bezeichnete Last; wir haben daher hier den Fall, dass auf eine Schraube parallel zur Spindelachse die Last P_1, dagegen an einem Hebelarme BD, den wir, wie früher, mit R bezeichnen wollen, die Kraft P wirkt; es ist dann zwischen P und P_1 Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$P : P_1 = h : 2R \,.\, \pi,$$

wobei h wieder die Ganghöhe der Schraube bezeichnet. Setzen wir in dieser Proportion an die Stelle von P_1 den gleichen Werth $Q \cdot \frac{r}{R_1}$, so ist auch:

$$P : Q \cdot \frac{r}{R_1} = h : 2R \,.\, \pi, \text{ woraus folgt:}$$

$$P = Q \cdot \frac{r \,.\, h}{2 \,.\, \pi \,.\, R \,.\, R_1}.$$

Ein Zahlenbeispiel wird dieses näher erläutern. Es sei bei dem in Fig. 153 abgebildeten Schützenaufzuge die zum Aufziehen der Schütze Z erforderliche Kraft 2000 Pfund, so ist diese Kraft als die Last Q anzusehen, welche an der gezahnten Stange vertical abwärts wirkt und von dem Zahnrade Y überwunden werden muss. Nennen wir wieder die zur Umdrehung der Kurbel erforderliche Kraft P, und ist die Ganghöhe der Schraube $1\frac{1}{2}$ Zoll, der Hebelarm der Kurbel $R = 15$ Zoll, der Halbmesser R_1 des Rades X 12 Zoll, der Halbmesser des Getriebes Y 4 Zoll, so erhält man für die Kraft P nach der obigen Formel:

$$P = 2000 \cdot \frac{4 \cdot 1\frac{1}{2}}{2 \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 15 \cdot 12} = 10\,\frac{20}{33} \text{ Pfund,}$$

wobei wir wiederholt darauf aufmerksam machen, dass von der Reibung abgesehen ist.

Die Schraube ohne Ende wird nicht bloss angewandt, um an Kraft zu gewinnen oder um mit einer kleinen Kraft einen grossen Widerstand zu überwinden, sondern auch da, wo eine sanfte oder langsame Kreisbewegung erstrebt wird. Um ein möglichst vollkommenes Eingreifen der Schnecke in die Zähne des Rades zu erzielen, setzt man die Seitenflächen der Zähne nicht senkrecht auf die Stirnfläche des Rades, sondern schrägt dieselben so ab, dass sie die Schraubengänge wie die Gewinde einer Mutter umfassen. In dieser Weise sieht man die Schraube ohne Ende bei den grösseren Streichinstrumenten angewandt, um durch eine ganz geringe Bewegung selbst die kleinsten Veränderungen in der Spannung der Saiten erzeugen zu können. Wie die Fig. 154 zeigt, nimmt eine solche Schraube

Fig. 153.

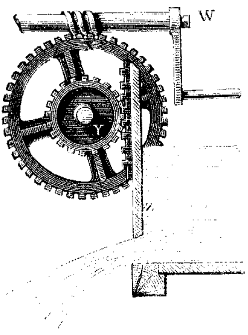
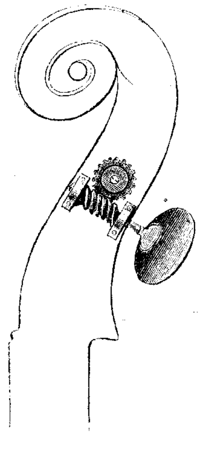


Fig. 154.



nur sehr wenig Raum ein; die Schnecke greift in ein Rädchen von 20 Zähnen ein und dieses Rad sitzt auf einer dünnen Welle, auf welche sich die Saite aufwickelt. Die Spannung der Saite ist hier als die am Umfange der kleinen Welle wirkende Last anzusehen, die von der Kraft der Finger, welche die Schnecke drehen, überwunden werden muss.

84 **Die einfachen Maschinen.** Wir haben in dem Bisherigen eine Reihe von einfachen Vorrichtungen kennen gelernt, welche dazu dienen, um mit einer kleinen Kraft grössere Lasten von der Stelle zu schaffen oder erheblichere Widerstände zu überwinden. Dieselben waren der Hebel, die Rollen, die Radwelle, die schiefe Ebene, der Keil und die Schraube. Bei einiger Aufmerksamkeit kann es uns nicht entgehen, dass die drei ersteren Maschinen sämmtlich Varietäten des Hebels, die drei letzteren dagegen nur verschiedene Arten der schiefen Ebene sind. Die Rollen, wie die Radwelle unterscheiden sich in der That nur dadurch von dem eigentlichen Hebel, dass bei ihnen stets neue Hebelarme (die einzelnen Halbmesser der Kreisscheiben) der Kraft und der Last zum Angriff dargeboten werden, während die Längen dieser Hebelarme sich nicht verändern. Andererseits erscheint uns der Keil nur als eine bewegliche, die Schraube als eine um einen Cylinder gewundene schiefe Ebene. Hiernach lassen sich alle vorkommenden Maschinen, sie mögen noch so sehr zusammengesetzt sein, in einfachere Theile zerlegen, die sämmtlich auf eine der beiden genannten Formen zurückgeführt werden können und entweder als Hebel, oder als schiefe Ebenen wirken. Aus diesem Grunde nennt man diese mechanischen Vorrichtungen die einfachen Maschinen oder auch wohl die mechanischen Potenzen; sie bilden folgende Reihe:

I. Die Gruppe des Hebels.

1. Der gewöhnliche Hebel.
2. Die Rolle, mit den Unterabtheilungen
   a. der festen Rolle,
   b. der losen Rolle.
3. Die Radwelle.

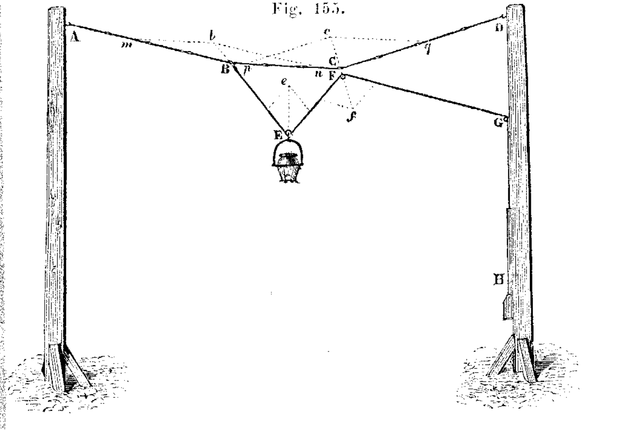
II. Die Gruppe der schiefen Ebene.

1. Die feste oder gewöhnliche schiefe Ebene.
2. Der Keil, als bewegliche schiefe Ebene.
3. Die Schraube, als bewegliche und gewundene schiefe Ebene.

Gleichgewicht der Seile und Ketten, welche schwere Körper tragen. Wenn ein Seil oder eine Kette mit dem einen Ende an einem festen Punkt aufgehängt und am andern Ende mit einem schweren Körper belastet ist, so nimmt dasselbe eine verticale Richtung an und seine Spannung ist gleich dem Gewichte des angehängten Körpers. Häufig sind jedoch schwere Körper auf eine nicht so einfache Art aufgehängt, so dass es dann einer besonderen Ueberlegung bedarf, um die Spannungen, die in den einzelnen Theilen des Seiles stattfinden, zu ermitteln. Wir wollen als ein besonderes Beispiel hierzu die bekannte Aufhängungsweise der Strassenlaternen wählen, die noch immer da vorkommen, wo die Gasbeleuchtung nicht eingeführt ist. 85

Eine Kette $ABCD$, Fig. 155, ist mit ihren beiden Enden A und D an zwei Pfählen befestigt. Im Punkte C derselben

Fig. 155.



ist eine Rolle aufgehängt. Ein bei B befestigtes Seil schlingt sich zunächst um eine lose Rolle E, an welcher die Laterne aufgehängt ist, läuft dann über die festen Rollen F und G, und wird in dem Kasten H an einem Haken befestigt.

Da die Laterne an einer losen Rolle E hängt, so sind die Spannungen der beiden Seilstücke EB und EF nach §. 58 einander gleich. Da die festen Rollen in den Seilspannungen keine Aenderung bewirken, so ist die Spannung in dem Seilstücke FG dieselbe wie in FE, und ebenso ist im Seile GH dieselbe Spannung vorhanden, wie in GF, so dass die Spannung des ganzen Seiles $BEFGH$ in seiner ganzen Ausdehnung dieselbe ist.

Da die Richtung derjenigen Kraft, welche als das Gewicht der Laterne bei E wirkt, vertical abwärts geht, so muss, wenn das Gleichgewicht eingetreten ist, eine Kraft vorhanden sein, welche in E vertical aufwärts wirkt und die ebenfalls gleich dem Gewichte der Laterne ist. Stellt man daher dieses Gewicht durch die verticale Linie Ee dar, so erscheint diese als die Mittelkraft der beiden Spannungen, die in den Seilstücken EB und EF vorhanden sind. Zerlegt man diese Mittelkraft Ee nach den Richtungen EB und EF in zwei Seitenkräfte, indem man durch e zu diesen Richtungen Parallellinien zieht, so werden die beiden gleichen Seilspannungen durch die auf EB und EF liegenden Parallelogrammseiten ausgedrückt.

Um die Spannungen der drei Seilstücke BA, BC und CD zu bestimmen, beachte man, dass auf das Seil in den Punkten B und C folgende Kräfte wirken. In B wirkt eine Kraft, welche in der Richtung BE wirkt und gleich der bereits gefundenen Seilspannung ist. Ist das Seil im Gleichgewicht, so ist diese in B wirkende Kraft aufgehoben, woraus wir schliessen, dass in B eine Kraft vorhanden sein muss, welche der im Seile BE wirkenden Spannung gleich und entgegengesetzt ist. Wenn wir daher BE über B hinaus verlängern und Bb gleich der Spannung des Seiles BE machen, so ist Bb die Mittelkraft aus den in BA und BC herrschenden Spannungen. Zerlegen wir also Bb in zwei Seitenkräfte Bm, Bn nach den Richtungen BA und BC, indem wir durch b hierzu die Parallelen bm und bn ziehen, so drücken die Linien Bm und Bn die Spannungen der Seilstücke BA und BC aus.

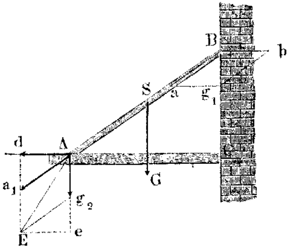
In jedem der Seilstücke FE und FG ist die Spannung gleich und bereits durch Zerlegung der Mittelkraft Ee gefunden; trägt man von F aus diese Spannung auf die Linien FE und FG ab, so setzen sie sich zu einer Mittelkraft Ff zusammen, welche im Punkte C auf das Seil AD wirkt. Im Gleichgewichtszustande ist auch diese Kraft aufgehoben, woraus wir wiederum schliessen, dass in C eine der Kraft Ff gleiche und entgegengesetzte Kraft vorhanden ist. Verlängern wir daher Ff über C hinaus und machen wir $Cc = Ff$, so ist Cc die

Mittelkraft der in CB und CD herrschenden Spannungen, deren Grösse man erhält, wenn man Cc nach diesen Richtungen zerlegt. Zieht man demgemäss durch c zu CB und CD die Parallelen cq und cp, so stellen diese oder auch die Linien Cp und Cq die Spannungen der Seilstücke CB und CD dar. Die von den drei Seilstücken AB, BC, CD gebildete Figur muss offenbar von der Art sein, dass die nach Vorstehendem bestimmten Linien Bn und Cp einander gleich sind, wie gross oder wie klein man auch Ee annehmen mag, da eine jede dieser Linien eine und dieselbe Spannung des Seiles BC ausdrückt.

Um diese Spannungen Bm, Bn oder Cp, Cq in Pfunden auszudrücken, braucht man nur zu messen, wie viel mal die Linie, welche bei der Annahme von Ee zur Darstellung eines Pfundes gewählt ist, in den genannten Linien enthalten ist. Wöge z. B. die Laterne 20 Pfund, so wäre die Linie Ee als 20 Einheiten anzusehen; ergäbe es sich durch Messung, dass Bm 2 mal, Bn dagegen nur $1^3/_4$ mal so gross wäre, als Ee, so wäre die Spannung des Seiles BA $2 \times 20 = 40$ Pfund, die des Seilstückes BC aber nur $1^3/_4 \times 20 = 35$ Pfund.

Der einfache Dachstuhl, Fig. 156, besteht aus Balken 86
AB, Sparren genannt, welche sich mit dem einen Endpunkte

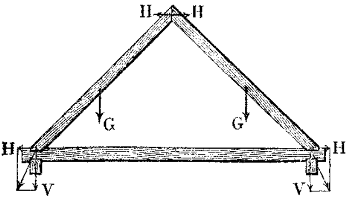
Fig. 156.



B gegen eine feste Mauer stützen und an dem andern Ende A mit dem horizontalen Balken AC fest verbunden sind. Der Schwerpunkt S desselben liegt, wenn er gleichförmig belastet ist, in der Mitte; in diesem Falle können wir das Gewicht G, welches durch die verticale Schwerlinie SG dargestellt wird, nach §. 28 in zwei mit SG parallele Seitenkräfte zerlegen, welche in den Endpunkten B und A wirken und von denen jede gleich der Hälfte des Gewichtes G ist. Diese Seitenkräfte seien Bg_1 und Ag_2. Die Kraft Bg_1 können wir wieder in zwei Seitenkräfte Ba, Bb zerlegen, indem wir durch g_1 zu BA und AC die Parallelen g_1b, g_1a ziehen. Die eine Seitenkraft Bb wirkt senkrecht gegen die feste Mauer und wird also aufgehoben; aus ihrer Grösse lässt sich ermessen, wie dick die Mauer gemacht werden muss, damit sie dem Druck des Daches widerstehen könne. Dagegen wirkt die andere Seitenkraft Ba ungeschwächt in der Richtung des Sparrens gegen den Punkt A, wo er mit dem horizontalen Balken AC verbunden ist. Wir verlängern daher BA über A hinaus und tragen auf die Verlängerung die Kraft Ba von A ab, so dass $Aa_1 = Ba$ ist. In A wirken nun die beiden Kräfte Aa_1 und Ag_2, letztere von der Grösse $\frac{G}{2}$. Bilden wir aus ihnen das Parallelogramm $Aa_1\ Eg_2$, so ist AE die Mittelkraft aus Aa_1 und Ag_2 und kann an die Stelle dieser beiden letzteren gesetzt werden. Endlich lässt sich diese Kraft AE, indem man durch E zu AC und Ag_2 Parallellinien zieht, wieder in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine Ae den Druck angiebt, den der Sparren in verticaler Richtung nach unten ausübt und der durch die darunter liegende Mauer aufgehoben werden muss, die andere Ad aber die Kraft darstellt, welche den Balken zum horizontalen Ausgleiten antreibt und daher Horizontalschub oder Sparrenschub genannt wird. Um die Grösse dieses Schubes, der von dem Winkel abhängt, welchen der Sparren mit der Horizontalen bildet, in Pfunden zu ermitteln, braucht man nur zu messen, wie viel mal grösser oder kleiner Ad ist, als die Linie SG, welche das Gewicht des Sparrens darstellt. Wenn z. B. die Messung ergiebt, dass $Ad = \frac{2}{3}\ SG$ ist und die Belastung des Sparrens 500 Pfund beträgt, so ist der Horizontalschub $\frac{2}{3} \cdot 500 = 333\frac{1}{3}$ Pfund.

Ist der Sparren AB nicht gleichmässig belastet, so liegt der Schwerpunkt S auch nicht in seiner Mitte und die beiden in A und B wirkenden verticalen Pressungen sind dann nicht gleich. In diesem Falle ermittelt man zuerst die Lage des Schwerpunktes S; die beiden in A und B wirkenden Seitenkräfte der Gesammtbelastung verhalten sich dann nach §. 25 umgekehrt wie die Abstände ihrer Angriffspunkte A und B

Fig. 157.

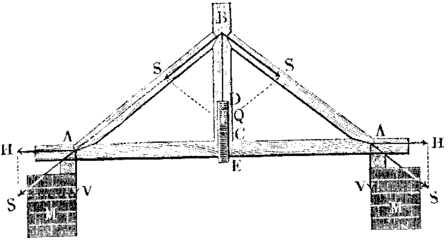


von dem Schwerpunkte und können also leicht dargestellt werden.

Wenn man den Sparren nicht gegen eine Mauer, sondern gegen einen zweiten gleichen und gegen den Horizont unter gleichem Winkel geneigten Sparren stützt, wie in Fig. 157, so lässt sich die vorige Construction für jeden Sparren wiederholen, wobei sich ergiebt, dass sowohl die horizontalen Pressungen, die im vorigen Falle bei B gegen die Mauer stattfanden, in dem oberen Theile der Sparren, als auch die beiden Horizontalschube H einander das Gleichgewicht halten.

Die Hängesäule, Fig. 158, hat den Zweck, die Belastung eines horizontalen Balkens AA, wenn derselbe nicht frei ge- 87

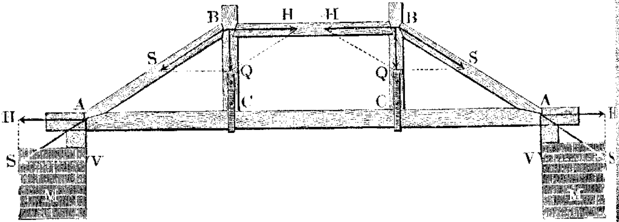
Fig. 158.



tragen werden kann, zum Theil aufzunehmen und vermittelst der Sparren BA auf die Seitenmauern MM zu übertragen. Die Hängesäule BC ist bei B an die Sparren befestigt und mit dem Balken AA durch das Hängeeisen DE verbunden. Bezeichnet man den Theil der Belastung, der auf die Säule BE kommt, mit Q und stellt diese Kraft durch die Linie BQ dar, so kann man sie nach den Richtungen BA der Sparren in die beiden Seitenkräfte BS zerlegen. Verlängert man BA über A hinaus, macht $AS = BS$ und zerlegt AS in die Seitenkräfte AH und AV, so dass AV vertical, AH horizontal ist, so stellt letztere Kraft den Horizontalschub dar, der aus der Aufhängung des Balkens AA an die Hängesäule hervorgeht. Ist die Last auf den Balken AA gleichmässig vertheilt, so lässt sich annehmen, dass drei Achtel derselben von der Umfangsmauer MM unmittelbar, die übrigen fünf Achtel aber von der Hängesäule aufgenommen werden; ist die Belastung des Balkens aber in der Mitte concentrirt, so hat man auch anzunehmen, dass sie vollständig von der Hängesäule aufgenommen werde.

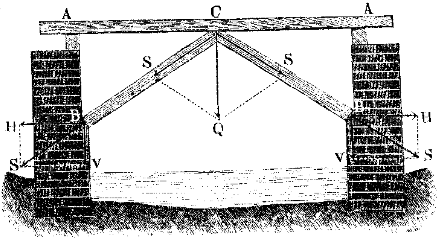
88 **Das Hängewerk und Sprengewerk.** Bei Brücken und tiefen Gebäuden wendet man zur Tragung der stark belasteten Balken zwei oder mehrere Hängesäulen an. Die Fig. 159 zeigt ein solches zusammengesetztes Hängewerk mit zwei Hängesäu-

Fig. 159.



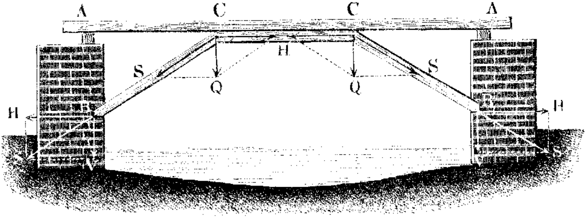
len BC, welche an ihren oberen Enden durch einen Spannriegel BB verbunden sind. Ist der Theil der Belastung des Balkens AA, welcher von einer Hängesäule aufgenommen wird, gleich Q, so hat man nur die Construction des vorigen Paragraphen zu wiederholen, um die Horizontalschübe AH zu bekommen. Dass zur Aufhebung dieses Horizontalschubes an den Fusspunkten bei A ein hinreichender Widerstand entgegengesetzt werden muss, versteht sich von selbst; ebenso kann man aus den Grössen der Kräfte BH und aus den bekannten Festigkeiten der Baumaterialien leicht ermitteln, welche Dimensionen man den Hölzern, aus denen die Streben BA und die Spannriegel BB angefertigt werden, geben muss, damit diese weder brechen, noch sich biegen.

Fig. 160.



Den Gegensatz zu den Hängewerken, welche eine Last von oben her unterstützen, bilden die Sprengwerke, bei denen die Unterstützung von unten erfolgt. Die Fig. 160 zeigt ein einfaches Sprengwerk, in welchem die Streben CB einen Theil der Belastung des Balkens AA im Punkte C aufnehmen. Bezeichnet man die Grösse dieses verticalen Druckes mit Q und stellt sie durch die Linie CQ dar, so hat man auch hier nur in derselben Weise zu verfahren, wie vorhin, um die Grösse der Horizontalschübe BH zu bekommen.

Fig. 161.



Bei dem Sprengwerke mit Spannriegel H, Fig. 161, geschieht die Bestimmung der Kräfte in gleicher Weise.

---

6. Die Maschinen im Zustande der gleichförmigen Bewegung.

Bis jetzt haben wir die verschiedenen Maschinen, mit de- 89
nen wir uns beschäftigten, nur in Bezug auf das Gleichgewicht der Kräfte, welche darauf wirken, einer näheren Untersuchung unterzogen. Auf diese Weise haben wir gefunden, wie sich die Kräfte mit Hülfe der Maschinen übertragen lassen und wie sie dabei in vielen Fällen ihre Grösse bedeutend verändern, so dass mit Hülfe eines Hebels, einer Winde, einer Schraube u. s. w. ein sehr bedeutender Widerstand durch eine sehr kleine Kraft im Gleichgewicht gehalten werden kann. Von diesem Gesichtspunkte aus lässt sich auch in der That behaupten, dass die Maschinen die Kräfte vergrössern, oder einen Gewinn an Kraft liefern.

Man würde indessen nur eine sehr unvollkommene Vorstellung von dem Wesen der Maschinen erhalten, wenn man dieselben bloss in dem Zustande des Gleichgewichtes betrachten wollte; ja es würde dieses geradezu zu groben Irrthümern führen, indem man sich verleiten lassen würde, ihnen Wirkungen und Leistungen zuzuschreiben, die sie in der That nicht besitzen. Wenn man noch jetzt nicht selten Menschen findet, welche das *Perpetuum mobile* (worauf wir später zurückkommen) suchen, so hat das nur darin seinen Grund, dass dieselben zwar einige Begriffe über das Gleichgewicht der auf eine Maschine wirkenden Kräfte besitzen, dass sie es aber unterlassen haben, dieselben durch eine genaue Kenntniss dessen, was bei der Bewegung der einzelnen Maschinentheile vorgeht, zu vervollständigen.

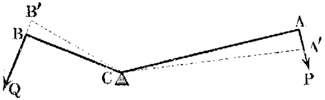
Wir werden uns in dem Folgenden mit diesem letzten Theile, also mit der Betrachtung der Maschinen im Zustande der Bewegung näher beschäftigen, und nehmen dabei zunächst an, dass sich die einzelnen Maschinentheile sämmtlich in einer gleichförmigen Bewegung befinden, wir werden dann später untersuchen, welchen Einfluss die Ungleichförmigkeit der Bewegung auf die gewonnenen Resultate hat.

Wenn eine Maschine sich im Zustande einer gleichförmigen Bewegung befindet, so müssen sich alle Kräfte, die darauf wirken, eben so vollständig das Gleichgewicht halten, als wenn die Maschine sich nicht bewegte; denn geschähe dieses nicht, so würde durch die fortdauernde Wirkung derjenigen Kräfte, welche nicht aufgehoben sind, die Bewegung immer zunehmen müssen und könnte daher nicht gleichförmig sein. Es gelten daher die bereits gewonnenen Resultate über die Grösse einer Kraft, welche mit Hülfe einer Maschine einem gegebenen Widerstande das Gleichgewicht zu halten vermag, auch für den Fall, dass die Maschine sich gleichförmig bewegt.

90 **Was man an Kraft gewinnt, verliert man an Geschwindigkeit.** Wenn wir die einzelnen Maschinen, welche wir bisher betrachtet haben, im Zustande einer gleichförmigen Bewegung einer näheren Untersuchung unterziehen, so gelangen wir ohne Schwierigkeit zu dem ungemein wichtigen Satze, den man die goldene Regel der Mechanik genannt hat, „was an Kraft gewonnen wird, geht an Geschwindigkeit verloren."

Nehmen wir zunächst den geraden oder den Winkelhebel, an welchem die Kräfte senkrecht zu den Hebelarmen wirken. Die beiden Kräfte P und Q, welche sich an dem Hebel ACB, Fig. 162, das Gleichgewicht halten, verhalten sich zu einander umgekehrt wie die Hebelarme CB und CA. Wenn sich der Hebel um den Unterstützungspunkt C gleichförmig dreht, so gelangt er nach Verlauf einiger Zeit in die Lage $A'CB'$, und während dieser Bewegung beschreiben die Punkte A und B zwei Kreisbögen AA' und BB', welche dasselbe Verhältniss haben, wie ihre Halbmesser CA und CB. Die ganzen Kreisumfänge verhalten sich nämlich wie die Halbmesser und die Bögen AA', BB', sind, weil sie gleichen Mittelpunktswinkeln ACA' und BCB' gegenüberstehen, auch die gleich vielten Theile ihrer Umfänge. Hieraus folgt nun, dass wenn AC zwei-, drei-, viermal so gross ist, als BC, man zwar mit der Kraft P eine zwei-, drei-, viermal so grosse Last Q im Gleichgewichte halten kann, dass aber der von dem Angriffspunkt B dieser Last durchlaufene Weg zwei-, drei-, viermal so klein ist, als der in derselben Zeit vom Angriffspunkte A der Kraft P durchlaufene Weg. Die Geschwindigkeit des ersteren Punktes B ist also so viel mal kleiner als die des zweiten Punktes A, so viel mal die auf den ersten Punkt wirkende Kraft Q grösser ist, als die auf den zweiten Punkt wirkende Kraft P. Für den Hebel kann man daher mit Recht sagen, dass man das an Geschwindigkeit verliert, was man an Kraft gewinnt.

Fig. 162.



Bei der losen Rolle auf parallelen Seilstücken (§. 58, Fig. 96) ist, wie wir gesehen haben, die Zugkraft an dem freien Seilende nur die Hälfte der Last, welche von ihr im Gleichgewicht gehalten wird. Aber es muss auch die Hand, welche das Seil zieht, einen doppelt so grossen Weg zurücklegen, als die Höhe beträgt, auf welche die Last gehoben wird. Die Kraft ist also hier zwar nur die Hälfte der Last, aber die Last bewegt sich auch nur mit der halben Geschwindigkeit, mit welcher die Kraft wirkt. Der obige Satz bestätigt sich also auch für diesen Fall.

Bei dem in Fig. 99 abgebildeten Flaschenzuge beträgt die am freien Seilende wirkende Zugkraft nur den sechsten Theil der zu hebenden Last. Soll sich aber diese Last um einen Fuss heben, so muss sich ein jeder der sechs Seilstränge, welche die unteren Rollen mit den oberen verbinden, um einen Fuss verkürzen; es muss also eine Gesammtlänge von sechs Fuss die letzte feste Rolle passiren, d. h. die am freien Seilende wirkende Kraft muss in derselben Zeit einen Weg von sechs Fuss zurücklegen, in welcher die Last nur einen Fuss durchläuft. Während also die Kraft sehsmal kleiner ist als der zu überwindende Widerstand, macht auch hier der Angriffspunkt der Last nur den sechsten Theil des von dem Angriffspunkte der Kraft durchlaufenen Weges.

Bei der in §. 60, Fig. 101, besprochenen Radwelle ist beim Gleichgewichte die im Umfange des Rades wirkende Kraft der so vielte Theil von der am Umfange der Welle wirkenden Last, als es der Halbmesser der Welle ist von dem Halbmesser des Rades. Nehmen wir also an, der Wellenhalbmesser sei nur der fünfte Theil vom Radhalbmesser, so ist die Kraft auch nur der fünfte Theil von der Last. Allein man beachte, dass, wenn das Rad einmal rundgedreht wird, die Last sich auf eine Höhe hebt, welche dem Umfange der Welle gleich ist. In derselben Zeit muss aber der Angriffspunkt der am Umfange des Rades wirkenden Kraft eine Strecke zurücklegen, welche diesem Umfange selbst gleich ist, wie man sofort einsieht, wenn man sich vorstellt, dass um das Rad ein Seil geschlungen sei und durch Abziehen dieses Seiles das Rad bewegt werde. Da nun die Kreisumfänge dasselbe Verhältniss haben, wie ihre Halbmesser, so ist auch unter der obigen Annahme der Umfang des Rades fünfmal so gross, als der der Welle. Daher haben wir auch hier wieder dieselbe Erscheinung, dass, während die Kraft nur ein Fünftel von der Last ist, erstere in derselben Zeit einen fünfmal so grossen Weg zurücklegen muss, als letztere. Dass dasselbe Verhältniss auch bei der Winde, dem Haspel, den Rädern stattfinden muss, versteht sich von selbst, da diese Maschinen ja nur praktische Anwendungen der Radwelle sind und sich im Principe von ihr nicht unterscheiden.

Um indessen zu zeigen, dass der obige Satz auch bei den zusammengesetzten Maschinen sich bestätigt, wollen wir die Wege näher untersuchen, welche die Angriffspunkte der Kraft und der Last bei dem in §. 72, Fig. 126 und 127 beschriebenen Krahn durchlaufen. Nehmen wir wieder wie früher an, dass das Getriebe K mit dem Rade D im Eingriff stehe, dass K 9 Zähne, D 54 Zähne, der Trieb C 11 Zähne, das Rad B 66 Zähne, die Kurbel eine Länge von 16 Zoll und die Trommel einen Halbmesser von 8 Zoll haben: so ist zunächst klar, dass wenn sich die Kurbel und damit der Trieb K einmal ganz rund dreht, das Rad D, welches sechs mal so viel Zähne hat, nur $\frac{1}{6}$ einer Umdrehung macht. Da auf der Achse des Rades D der Trieb C fest sitzt, so macht auch dieser nur $\frac{1}{6}$ einer vollen Umdrehung.

Fig. 163.

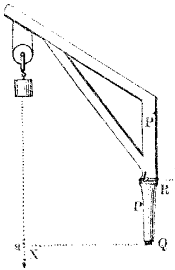
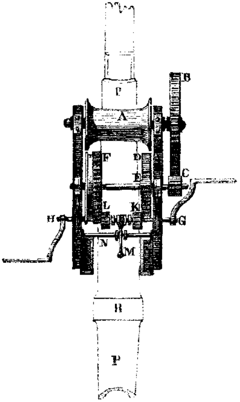


Fig. 164.



Der Trieb C mit 11 Zähnen treibt das Rad B mit 66 Zähnen; drehte sich also C einmal ganz rund, so machte B nur $\frac{1}{6}$ einer Umdrehung. Im vorliegenden Falle macht aber C nur $\frac{1}{6}$ Umdrehung, also macht auch B nur $\frac{1}{6}$ von $\frac{1}{6}$, d. h. $\frac{1}{36}$ einer ganzen Umdrehung; damit macht auch die Trommel A nur $\frac{1}{36}$ einer Umdrehung in derselben Zeit, wo die Kurbel G eine ganze Umdrehung vollendet. Da der Halbmesser der Trommel 8 Zoll ist, so ist ihr Umfang $2 . 8 . \pi = 16\pi$ Zoll; während des 36sten Theiles einer ganzen Umdrehung wickeln sich also nur $\frac{16 . \pi}{36}$ Zoll des von der losen Lastrolle kommenden Seiles auf die Trommel auf, die Last selbst hat sich in dieser Zeit also nur um die Hälfte hiervon, d. h. um $\frac{16 . \pi}{72}$ Zoll gehoben, weil für jeden Zoll, um den die Last sich hebt, zwei Zoll Seil von der Trommel aufgewickelt werden müssen. Kehren wir nun zu der Kraft, die an der Kurbel wirkt, zurück, so finden wir, dass ihr Angriffspunkt während einer Umdrehung der Kurbel den Umfang eines Kreises von 16 Zoll Halbmesser, d. i. einen Weg von $32 . \pi$ Zoll zurücklegt.

Die in derselben Zeit von den Angriffspunkten der Kraft und der Last durchlaufenen Wege sind also beziehlich

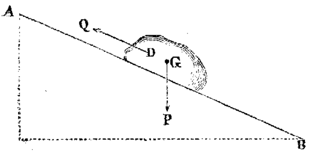
$$32 . \pi \text{ Zoll und } \frac{32 . \pi}{144} \text{ Zoll.}$$

Die Last macht also nur $\frac{1}{144}$ des Weges, den die Kraft durchläuft. Oben (§. 72, S. 129) war aber berechnet worden, dass beim Gleichgewichte die Last 144 mal so gross war, als die Kraft; also erweist sich auch hier wieder der Satz als richtig, dass soviel an Geschwindigkeit verloren geht, als an Kraft gewonnen wird.

91 In den vorstehenden Beispielen bewegte sich der Angriffspunkt der Kraft entweder in derselben Richtung, in welcher die Kraft selbst wirkte, oder in der gerade entgegengesetzten Richtung. Die Hand z. B., welche an einem Seile zieht, bewegt sich in der Richtung des Seiles selbst; die an einer Kurbel wirkende Kraft ist fortwährend nach der Tangente desjenigen Kreises gerichtet, welchen die Kurbel beschreibt; der mittelst eines Flaschenzuges oder einer Winde gehobene Körper steigt vertical, d. h. in einer Richtung in die Höhe, welche der auf ihn wirkenden Schwerkraft entgegengesetzt ist. Aber es verhält sich nicht immer so, wie wir sogleich sehen werden.

Wenn man einen schweren Körper eine geneigte Ebene hinaufzieht, indem man die Zugkraft Q, Fig. 165, parallel zur Ebene wirken lässt, so bewegt sich zwar der Angriffspunkt D dieser Kraft Q in der Richtung derselben, aber der Schwerpunkt G, in welchem die dem Gewichte des Körpers P gleiche Schwerkraft angreift, bewegt sich nicht in verticaler Richtung, also nicht in der Richtung der Schwerkraft. Die von den beiden Angriffspunkten D und G der Kräfte Q und P durchlaufenen Wege sind einander gleich, und doch sind die Kräfte selbst nicht gleich, denn sie haben, wie wir in §. 76 nachgewiesen haben, dasselbe Verhältniss zu einander, wie die Höhe AC zu der Länge AB der schiefen Ebene. Hiernach könnte es scheinen, als ob für diesen Fall das oben ausgesprochene Princip nicht gültig wäre. Wenn man jedoch statt des gesammten von dem Angriffspunkte einer jeden Kraft beschriebenen Weges bloss diejenige Strecke nimmt, um welche dieser Punkt in der

Fig. 165.

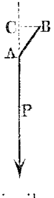


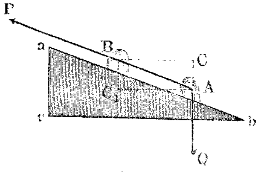
Richtung der Kraft selbst verschoben wird, so wird sich der genannte Satz für alle Fälle als zutreffend erweisen.

Wenn nämlich der Körper auf der geneigten Ebene von B bis A gelangt ist, so hat er sich in verticaler Richtung nur auf die Höhe CA gehoben. Wenn man diese Höhe als den vom Angriffspunkte der Last P durchlaufenen Weg annimmt und ihn mit der Länge AB vergleicht, welcher in derselben Zeit von dem Angriffspunkte der Kraft Q durchlaufen wird, so erhellet, dass, wenn einerseits die Kraft Q die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel des Gewichtes P ist, andererseits dieselbe das Doppelte, Dreifache, Vierfache von dem Wege des Gewichtes P, d. h. von derjenigen Strecke zurücklegt, um welche das Gewicht vertical gehoben wird.

In allen den Fällen, wo der Angriffspunkt A einer Kraft P, Fig. 166 und 167, eine Verschiebung AB erleidet, welche mit der Richtung der Kraft einen Winkel bildet, fällt man von dem Punkte B auf die Richtung AP der Kraft eine Senkrechte; die Strecke AC zwischen dem Angriffspunkte A und dem Fusspunkte C dieser Senkrechten ist dann die Verschiebung, welche der Angriffspunkt in der Richtung der Kraft erfahren hat und wird als der vom Angriffspunkte der Kraft durchlaufene Weg bezeichnet. Nimmt man statt des ausserhalb der Kraftrichtung liegenden Weges AB stets den in der Kraftrichtung gemessenen Weg AC, so wird man sich überzeugen, dass der in Rede stehende Satz über die Gleichheit des Kraftgewinns und des Geschwindigkeitverlustes in allen einzelnen Fällen richtig ist.

Fig. 166. Fig. 167. Fig. 168.





Wenden wir ihn in dieser Form zunächst auf die schiefe Ebene an. Wenn das Gewicht Q, Fig. 168, durch die Kraft P von A bis B auf der schiefen Ebene ba fortgezogen worden ist, so hat sich der Angriffspunkt A der Last Q durch die Linie AB bewegt, welche mit der verticalen Richtung AQ einen Winkel bildet. Wir fällen daher von B auf die Verlängerung von AQ die Senkrechte BC, so ist nach der vorigen Bezeichnung AC die Verschiebung, welche der Angriffspunkt A der Last in der Richtung der letzteren erfahren hat; es ist $AC = C_1B$ zugleich die Höhe, auf die das Gewicht gehoben worden ist. Nun verhält sich bekanntlich nach §. 76 P zu Q, wie die Höhe ac zu der Länge ab der schiefen Ebene. Das Dreieck ABC aber ist wegen Gleichheit der Winkel ähnlich mit dem Dreieck abc, und daher verhält sich der Kraftweg AB zu dem Lastweg AC ebenfalls wie die Länge ab zu der Höhe ac der schiefen Ebene. Wir haben also die beiden Proportionen:

$$P : Q = ac : ab$$

und

$$AC : AB = ac : ab;$$

woraus folgt:

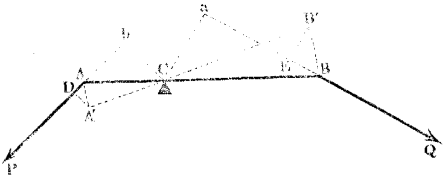
$$P : Q = AC : AB,$$

d. h. wenn die Kraft P etwa die Hälfte, ein Drittel u. s. w. der Last Q ist, so ist der Weg AC der Last auch die Hälfte, ein Drittel u. s. w. des Weges AB der Kraft, oder der Weg der Kraft ist das Doppelte, das Dreifache des Lastweges. Was man also bei der schiefen Ebene an Kraft gewinnt, das geht an Geschwindigkeit verloren.

Das bereits wiederholt ausgesprochene Princip ist so wichtig, dass wir es noch an einem anderen Beispiele näher erläutern und erproben wollen; wir wählen dazu einen Hebel, an welchem die Kräfte in schiefen Richtungen die Hebelarme angreifen.

Damit bei einem solchen Hebel Gleichgewicht vorhanden sei, ist erforderlich, dass die darauf wirkenden Kräfte P und Q, Fig. 169, sich umgekehrt verhalten, wie die vom Drehpunkte C auf die Richtungen der Kräfte gezogenen Senkrechten Cb und Ca. Wenn sich der Hebel ein wenig um den Stützpunkt C dreht, so gelangt der Punkt A nach A' und B nach B'. Um die Ver-

Fig. 169.



schiebung der Angriffspunkte A und B nach der Richtung der Kräfte zu erhalten, fällen wir von A' und B' auf die Kraftrichtungen AP und BQ die senkrechten Linien $A'D$ und $B'E$, so sind die Strecken AD und BE beziehlich die Verschiebungen der Kraft- und Last-Angriffspunkte A und B gemessen auf den Richtungen dieser Kräfte. Wir haben daher hier nachzuweisen, dass sich die Kraft P zu der Last Q verhält, wie der Weg BE der Last zu dem Wege AD der Kraft. Zu diesem Zwecke bemerken wir, dass die Kreisbogen AA', BB', weil sie sehr klein sind, als kleine gerade Linien angesehen werden können, welche auf den Halbmessern CA und CB senkrecht stehen. Demnach sind die beiden Dreiecke ADA' und ACb einander ähnlich: es ist nämlich $\mathfrak{W}.CAA' = 1R$, demnach auch $\mathfrak{W}.bAC + \mathfrak{W}.DAA' = 1R$; ferner ist auch $\mathfrak{W}.AA'D + \mathfrak{W}.DAA' = 1R$, und daher ist $\mathfrak{W}.bAC = \mathfrak{W}.AA'D$; ebenso sind die Winkel bei D und b als rechte Winkel einander gleich.

Aus der Aehnlichkeit dieser Dreiecke folgt aber:

$$AD : Cb = AA' : AC.$$

Aus ähnlichem Grunde sind auch die beiden Dreiecke BEB' und BCa ähnlich, woraus folgt:

$$BE : Ca = BB' : CB.$$

Weil ferner die Bogen AA', BB' gleichen Mittelpunktswinkeln bei C entsprechen, so verhalten sie sich, wie die ganzen Umfänge, denen sie angehören, also auch wie ihre Halbmesser CA, CB. Es ist daher

$$AA' : BB' = CA : CB,$$

oder

$$AA' : AC = BB' : CB,$$

woraus man sieht, dass die letzten Verhältnisse in den beiden ersten Proportionen einander gleich sind; es müssen daher auch die beiden ersten Verhältnisse dieser Proportionen einander gleich sein. Hiernach ist also

$$AD : Cb = BE : Ca,$$

oder durch Verwechselung der inneren Glieder der Proportion:

$$AD : BE = Cb : Ca.$$

Es wurde aber bereits oben angeführt, dass sich die Kräfte P und Q umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme; es ist also:

$$Q : P = Cb : Ca;$$

aus den beiden letzten Proportionen ergiebt sich dann schliesslich:

$$Q : P = AD : BE,$$

d. h. in demselben Maasse, als die Last Q grösser ist wie die Kraft P, ist auch der Weg AD der Kraft grösser, als der Weg BE der Last.

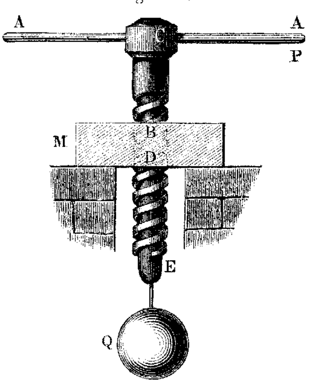
92 Wir könnten leicht die Zahl der Beispiele noch vermehren und die Richtigkeit des genannten allgemeinen Satzes an einer Reihe von anderen einfachen oder zusammengesetzten Maschinen nachweisen; wir würden in allen einzelnen Fällen finden, dass das, was an Kraft gewonnen wird, an Geschwindigkeit verloren geht, wobei man stets zu beachten hat, dass die durchlaufenen Wege in dem vorbezeichneten Sinne zu nehmen sind. Mit den Hülfsmitteln der mathematischen Analyse lässt sich dieses Princip, welches in etwas verändertem Wortlaute in der Mechanik unter dem Namen des Princips der virtuellen Geschwindigkeiten bekannt ist, in seiner ganzen Allgemeinheit nachweisen. Bereits Galiläi erkannte dasselbe an einzelnen Maschinen, dem Hebel und der schiefen Ebene, aber erst im Jahre 1717 wurde es von Bernoulli, einem der grössten deutschen Mathematiker, in seiner umfassenden Bedeutung und als der allgemeinste Ausdruck der Bedingung des Gleichgewichtes mehrerer beliebig geordneter Kräfte aufgestellt. Die vielen Beispiele, welche wir von demselben gegeben haben, werden genügen, um eine vollständige Ueberzeugung von der allgemeinen Gültigkeit desselben zu verschaffen. Wir werden daher für die Folge als bewiesen ansehen, dass in allen Fällen, wo sich zwei Kräfte an einer Maschine das Gleichgewicht halten, diese Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Wegen stehen, welche, bezogen auf die Richtung dieser Kräfte, in gleicher Zeit von den Angriffspunkten der Kräfte durchlaufen werden.

In sehr vielen Fällen kann man mit Hülfe dieses Princips auf eine sehr einfache Weise die Bedingungen für das Gleichgewicht zweier auf eine Maschine wirkender Kräfte auffinden, wie wir an ein paar Beispielen näher zeigen wollen.

93 Am Schlusse des §. 80 haben wir als Bedingung für das Gleichgewicht bei der Schraube den Satz aufgestellt, dass sich die an dem Hebelarme AC, Fig. 170, wirkende Kraft P zu der an der Spindelachse CE wirkenden Last Q verhalten müsse, wie die Höhe eines Schraubenganges zu dem Umfange des Kreises, dessen Halbmesser gleich dem Hebelarme der Kraft ist. Zu demselben Satze gelangen wir durch Anwendung des im vorigen Paragraphen aufgestellten Grundgesetzes einfach auch durch folgende Betrachtung. Wenn der Hebelarm AC einmal ganz rundgedreht wird, so dreht sich damit die ganze Schraubenspindel in ihrer Mutter einmal rund. Dabei rückt bekanntlich

die Spindel und die daran hängende Last Q um die Höhe eines Schraubenganges in die Höhe; die Last Q durchläuft also in derselben Zeit einen Weg gleich der Ganghöhe der Schraube, in welcher die Kraft einen Weg gleich dem Umfange eines Kreises durchläuft, der den Hebelarm der Kraft zum Halbmesser hat. Nach dem obigen Principe ist daher Gleichgewicht, wenn sich die Kraft zu der Last verhält, wie der Lastweg zu dem Kraftweg, d. h. wie die Ganghöhe der Schraube zu dem Kreisumfange, der den Hebelarm der Kraft zum Halbmesser hat.

Fig. 170.

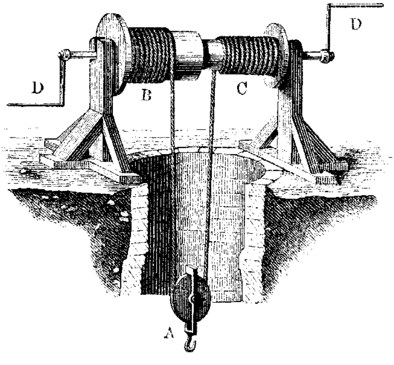


In §. 63 ist der Differential-Haspel beschrieben und die Bedingung aufgestellt worden, unter welcher die an der Kurbel D wirkende Kraft P mit der an der losen Rolle A hängenden Last Q im Gleichgewicht ist, Fig. 171. Wir hatten die Länge des Hebelarmes der Kurbel mit R, den Halbmesser der dickeren Wellenhälfte mit r_1, den Halbmesser der dünneren Welle mit r_2 bezeichnet und gefunden, dass beim Gleichgewichte ist:

$$P = \frac{Q}{2} \cdot \frac{(r_1 - r_2)}{R}.$$

Zu demselben Resultate gelangen wir durch

Fig. 171.



Anwendung des im vorigen Paragraphen aufgestellten Gesetzes auf folgende Weise:

Wenn die Kurbel einmal rundgedreht wird, so ist der von der Kraft P beschriebene Weg offenbar der Kreisumfang, dessen Halbmesser R ist; dieser Weg ist also $2R \,.\, 3^1/_7$. — Bei der Umdrehung der Kurbel dreht sich auch die Welle einmal rund; das eine Seilstück der losen Rolle wird dabei auf den dickeren Theil der Welle auf-, das andere Seil von der dünneren Wellenhälfte abgewickelt, und zwar sind die auf- und abgewickelten Seilstücke den Umfängen der Wellenhälften gleich. Es wird daher eine Länge von $2r_1 \,.\, \pi$ auf- und eine Länge von $2r_2 \,.\, \pi$ abgewickelt, folglich, da erstere Länge grösser ist, als letztere, das zwischen den beiden Wellenhälften hängende Seil im Ganzen um $2r_1 \,.\, \pi - 2r_2 \,.\, \pi$ verkürzt. — Verkürzt sich aber bei einer losen Rolle (s. §. 58) das Seil, in welcher sie hängt, um irgend einen Betrag, so wird dadurch die Rolle selbst, also auch die daran hängende Last, nur um die Hälfte dieses Betrages vertical gehoben. Während also bei einem Umgange der Kurbel der Kraftweg $2R \,.\, \pi$ ist, macht die Last in derselben Zeit nur einen Weg von $\frac{2r_1 \,.\, \pi - 2r_2 \,.\, \pi}{2}$. Es verhält sich also der Kraftweg zu dem Lastweg, wie $2R \,.\, \pi$ zu $\frac{2r_1 \,.\, \pi - 2r_2 \,.\, \pi}{2}$, oder, wenn man jeden Weg durch $2 \,.\, \pi$ dividirt, wie R zu $\frac{r_1 - r_2}{2}$. Nach §. 92 ist also bei dem Differential-Haspel Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$P : Q = \frac{r_1 - r_2}{2} : R,$$

oder wenn

$$P = \frac{Q}{2} \,.\, \frac{(r_1 - r_2)}{R},$$

was mit dem in §. 63 erhaltenen Resultate genau übereinstimmt.

94 **Die Schaukelwage von Roberval**, welche in Fig. 172 abgebildet ist und in der neueren Zeit sehr häufig angewandt wird, lässt sich ebenfalls aus dem in §. 92 ausgesprochenen Principe leicht erklären. Sie unterscheidet sich von der gewöhnlichen Wage dadurch, dass ihre Schalen nicht durch Ketten mit dem Wagebalken verbunden sind (was bekanntlich bei dem Aufbringen der Körper und beim Abwägen oft hinderlich wird), sondern stets wagerecht und frei stehen, und dadurch ein unbe-

hindertes Auflegen und Wegnehmen der abzuwägenden Körper gestatten.

Um ihre innere Einrichtung zu erklären, wollen wir annehmen, dass das vertical stehende Parallelogramm $ABCD$,

Fig. 172.

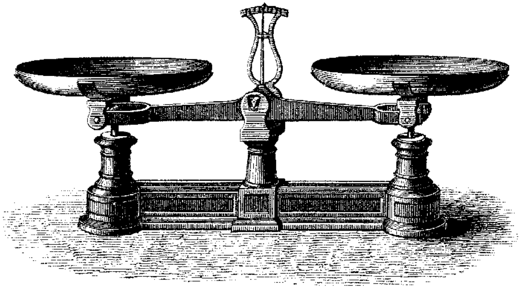


Fig. 173.

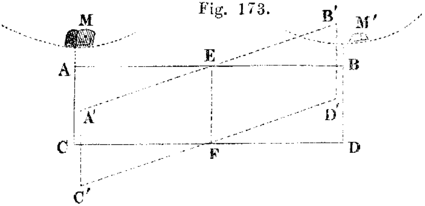
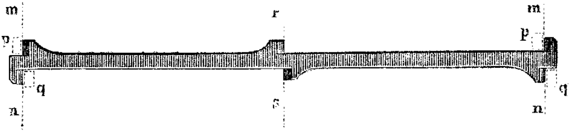


Fig. 173, aus vier festen Stäben AB, AC, BD, CD zusammengesetzt sei, doch so, dass je zwei zusammenstossende Stäbe um den gemeinschaftlichen Punkt sich drehen können. Stellen wir uns ferner vor, dass die beiden Mitten E, F der beiden Stäbe AB, CD selbst sich ungehindert um diese Punkte E, F drehen können. Wenn man dieses Parallelogramm ein wenig verschiebt, indem man die Seite AB um den Punkt E so weit dreht, bis sie in die Lage $A'B'$ gekommen ist, so wird sich die untere Seite CD um den Punkt F drehen und in die Lage $C'D'$ übergehen; die beiden anderen verticalen Seiten, die nach $A'C'$ und $B'D'$ verschoben worden sind, haben dabei, weil die Figur $A'B'C'D'$ ebenfalls noch ein Parallelogramm ist, ihren Parallelismus nicht verloren; sie sind immer noch sowohl unter einander, als auch zu EF parallel und werden immer vertical bleiben, wie sehr man auch das Parallelogramm verschieben mag, wenn nur EF es anfänglich war und unveränderlich vertical bleibt. Ausserdem ist leicht einzusehen, dass irgend ein Punkt der Linie AC, wenn diese nach $A'C'$ verschoben worden ist, sich in verticaler Richtung genau so viel nach unten, als ein anderer Punkt der Linie BD in derselben Zeit sich aufwärts bewegt hat. Befestigt man daher auf die beiden vertical stehenden Stäbe AC, BD die beiden Wagschalen und legt darin die Gewichte M, M', so durchlaufen beide bei der Bewegung des Parallelogramms $ABCD$, wobei, wie Fig. 173 zeigt, das eine Gewicht M nach A' sinkt, während das andere M' nach B' steigt, durchaus gleiche Wege; es kann daher auch nach dem Principe nur dann Gleichgewicht bestehen, wenn die beiden Gewichte M und M' einander gleich sind, da sich für diesen Fall die beiden Kräfte umgekehrt verhalten, wie die in derselben Zeit von ihren Angriffspunkten nach der Richtung der Kräfte durchlaufenen Wege. Umgekehrt wird man daran, dass das Parallelogramm $ABCD$ sich nicht verschiebt, sondern auch nach geschehener Belastung der Wagschalen seine erste Lage beibehält, erkennen, dass die beiden in den Schalen befindlichen Körper M, M' dasselbe Gewicht haben.

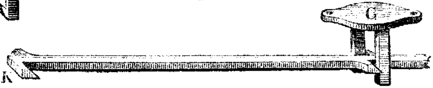
Damit man auf einer solchen Wage das Gewicht der Körper mit hinlänglicher Genauigkeit bestimmen könne, ist vor Allem erforderlich, dass die einzelnen mit einander verbundenen Theile in den vier Eckpunkten des Parallelogramms möglichst leicht beweglich sind. Wollte man z. B. in A, B, C, D einfache Charniere anbringen, so würde die Reibung der einzelnen Theile die Wage ganz unempfindlich machen; man hat daher folgende Anordnung vorgezogen. Der obere Stab AB hat die Form eines gewöhnlichen Wagebalkens, der in E seinen Drehpunkt hat. Zu diesem Zwecke ruht er mit einer scharfen Schneide auf einer harten und festen Unterlage, wie die Fig. 172 zeigt; die beiden verticalen Stäbe AC, BD stützen sich ebenfalls mit Schneiden, die auf ihre Enden aufgesetzt sind, gegen die Endpunkte A und B des Wagebalkens. Die untere Seite CD des Parallelogramms hat die in Fig. 174 abgebildete Form, wie sie sich in der oberen Ansicht darstellt. Die Fig. 175 zeigt bloss die eine Hälfte desselben Theiles in perspectivischer Ansicht, nebst dem Bügel H, der das untere Ende eines jeden der Stäbe AC, BD bildet und zur Aufnahme der Endpunkte K, Fig. 175, es unteren Stabes, Fig. 174, dient. Aus der Fig. 174 erkennt man, dass jedes Ende des unteren Stabes zwei Schneiden hat, deren scharfe Kanten nach entgegengesetzten Richtungen ge-

Fig. 174.



kehrt sind und daher eine einzige gerade Linie mn bilden; diese beiden Schneiden stützen sich gegen die Vorsprünge p, q des Bügels H. Letzterer hat übrigens ebenfalls eine Schneide, gegen dessen nach oben gerichtete scharfe Kante sich das Ende K stützt; auf diese Weise berühren sich die beiden Theile AC und CD, sowie BD und DC nur in den Punkten einer geraden Linie mn, Fig. 174, welche die beiden Schneiden der unteren Seite begränzt. Eine solche Verbindung der vier Seiten

Fig. 175.



des Parallelogramms $ABCD$, wie wir sie eben beschrieben haben, gestattet die leiseste Verschiebung desselben, weil die einzelnen Theile der unteren Hälfte sowohl bei C, wie bei D sich nur in den wenigen Punkten einer geraden Linie mn berühren und daher die Reibung auf ein Minimum reducirt ist. Es ist nun noch erforderlich, dass sich die Mitte F der unteren Seite CD bei der Verschiebung des Parallelogramms um die Seite EF nicht auch in horizontaler Richtung verschiebe und doch die Drehung der unteren Seite CD zulasse. Man erreicht dieses ebenfalls durch zwei Schneiden, deren Schärfen wieder auf beiden Seiten des Stabes CD einander zugekehrt sind und in eine einzige Linie rs, Fig. 174, fallen. Die beiden Schneiden stützen sich gegen entsprechend angebrachte Vorsprünge eines festen Bügels G, Fig. 175, wodurch eine seitliche Verschiebung des unteren Stabes verhindert wird. Der ganze untere Theil des Mechanismus ist in dem Fusse eingeschlossen und ein jeder

der verticalen Stäbe AC, BD durch zwei Säulen geschützt, aus denen sie oben frei herausragen.

Die oberschaligen Schaukel-Wagen dürfen in Preussen im Handelsverkehr nicht gebraucht werden, weil der Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes liegt; sie haben auch sonst das Vertrauen des Publikums nicht, weil der ganze Hebelapparat darin verborgen ist.

95 **Die Arbeit.** Die Art und Weise, wie in unseren bisherigen Untersuchungen die Kräfte wirkten, war zweierlei; entweder übten sie bloss einen Druck oder einen Zug gegen einen Gegenstand oder einen Widerstand aus, ohne jedoch diesen von der Stelle zu bringen, oder sie wirkten drückend und bewegend zugleich.

Beispiele der ersteren Art fanden wir in dem blossen Druck, den ruhende Körper vermöge der Anziehungskraft der Erde auf ihre Unterlage ausüben; in dem Drucke, den eine gespannte Feder vermöge ihrer Elasticität gegen einen festen Widerstand ausübt; wir finden weitere Beispiele hiervon in dem Drucke, den die Expansionskraft des Dampfes gegen die widerstehenden Wände des Dampfkessels oder auch gegen den Kolben im Cylinder ausübt, wenn die Maschine mit Gewalt festgehalten wird, sowie in dem Drucke des Windes, des Wassers, unserer Muskelkraft gegen unbewegliche, feste Massen. Ein solcher Druck oder Zug, mag er aus noch so verschiedenartiger Ursache herrühren, kann, wie wir oben gesehen haben, immer ersetzt werden durch ein passend angebrachtes Gewicht und er wird daher auch ausgedrückt in Pfunden oder in Kilogrammen.

Ganz verschieden hiervon ist die Erscheinung, wenn die Kraft drückend und bewegend zugleich wirkt, wie in dem Falle, wo ein Stein, eine Wassermasse herabfällt, d. h. wo die Anziehungskraft der Erde, welche, wenn der Stein eine Unterlage hat, bloss drückend wirkt, hier diesen Druck durch eine gewisse Wegstrecke hindurch ausübt; oder wenn der Dampf im Cylinder nicht bloss gegen diesen drückt, sondern ihn auch noch fortbewegt; wenn die menschliche Hand nicht bloss an einem schweren Körper zieht, sondern auch den Widerstand desselben überwindet und ihn eine gewisse Strecke in die Höhe hebt. Wenn man die verschiedenen Arbeiten ins Auge fasst, welche von Maschinen, z. B. von Wasserrädern oder von Dampfmaschinen, oder von Menschen und Thieren durch Anwendung ihrer Muskelkraft verrichtet werden, so wird man bald erkennen, dass es sich dabei stets um ein Doppeltes handelt: entgegenstehende Widerstände zu überwinden und zugleich die Angriffspunkte dieser Widerstände mehr oder weniger zu verrücken. Bald besteht die Arbeit in der Hebung schwerer Lasten, bald in der Veränderung der gegenseitigen Lage der Theilchen eines festen Körpers, wie beim Schmieden von Eisen, beim Hämmern von Kupfer, bald auch in der Trennung dieser Theilchen von einander, wie bei den Holz- und Steinarbeiten, beim Sägen, Drechseln, Feilen der Metalle und beim Mahlen des Korns.

In diesen wie in allen übrigen Fällen hat die Kraft nicht bloss einen Widerstand im Gleichgewicht zu halten, sondern zugleich noch den Angriffspunkt dieses Widerstandes zu verrücken. Man sagt dann im Gegensatze zu der ersten Wirkungsweise, wo ein blosser Druck vorhanden ist, dass die Kraft arbeite oder etwas leiste und nennt dem entsprechend den Erfolg ihrer Wirkung Arbeit oder Leistung, auch wohl Effect.

Es ist nun zunächst klar, dass die Arbeit einer Kraft sowohl durch die Grösse des Druckes, welchen sie ausübt, oder durch den Widerstand, den sie überwindet, als auch durch die Wegstrecke, auf welche dieser Druck ausgeübt oder dieser Widerstand überwunden wird, bedingt ist. Ein Pferd, welches 150 Pfund in der Secunde 2 Fuss weit zieht, leistet oder arbeitet mehr, als ein anderes, welches in derselben Zeit nur 100 Pfund 2 Fuss weit zieht, es arbeitet aber auch mehr, als ein anderes, welches in dieser Zeit zwar 150 Pfund, aber nur durch eine Strecke von 1 oder $1\frac{1}{2}$ Fuss fortbewegt. Aehnlich ist es in allen Fällen, in denen eine Kraft arbeitet. So hängt z. B. die Grösse der von einem Handarbeiter verrichteten Arbeit, nach welcher der Lohn bemessen wird, offenbar von den beiden genannten Elementen ab. Wenn zwei Arbeiter beschäftigt sind, um Erde mittelst der Schaufel auf ein anderes Niveau zu schaffen, und der Eine hebt zweimal so viel als der Andere, so ist klar, dass er eine doppelte Arbeit verrichtet und daher auf den doppelten Lohn Anspruch hat. Dasselbe ist der Fall, wenn der eine Arbeiter eine gewisse Menge Erde auf 2 Fuss Höhe hebt, während der andere dieselbe Menge nur auf 1 Fuss hebt; Ersterer hat eine doppelt so grosse Arbeit geliefert als Letzterer, und er hat daher auch den doppelten Lohn zu empfangen. Man ersieht hieraus, dass bei gleichen Widerständen die Arbeit von dem Wege abhängt, auf welchem die Widerstände überwunden worden sind, und dass sie in geradem Verhältnisse steht zu dem von dem Angriffspunkte des Widerstandes durchlaufenen Wege. Andererseits ist die Grösse der geleisteten Arbeit bei gleichen Wegen, durch welche die Widerstände bewegt worden sind, abhängig von der Grösse des überwundenen Widerstandes und ist diesem Widerstande selbst proportional.

96 **Die Einheit und das Messen der Arbeit.** Es fragt sich nun zunächst, wie die Arbeit oder die Leistung einer Kraft gemessen werden kann, und wie mehrere derartige Kraftleistungen unter einander verglichen werden müssen. Da die Arbeit in der Ueberwindung eines Widerstandes durch eine gewisse Wegstrecke hindurch, oder mit anderen Worten, in der Fortbewegung einer Last durch einen gewissen Weg besteht, so nimmt man diejenige Leistung als die Einheit der Arbeit an, bei welcher 1 Pfund durch 1 Fuss hindurchbewegt wird und nennt der Kürze halber diese Arbeit ein Fusspfund.

Nun liegt es nach den Erörterungen des vorigen Paragraphen auf der Hand, dass die Fortbewegung von 2 Pfund durch 1 Fuss eine doppelt so grosse Arbeit ist, als die Bewegung von 1 Pfund durch 1 Fuss, wesshalb man jene Arbeit als 2 Fusspfund bezeichnet; ebenso ist die Fortbewegung von 2 Pfund durch 3 Fuss eine dreimal so grosse Arbeit, als von 2 Pfund durch 1 Fuss. War also die Bewegung von 2 Pfund durch 1 Fuss schon 2 Fusspfund, so ist die Bewegung von 2 Pfund durch 3 Fuss eine Arbeit von 6 Fusspfund.

Man erhält hiernach ein klares Bild von der Leistung einer bewegenden oder arbeitenden Kraft, wenn man den in Pfunden ausgedrückten **Druck** der Kraft oder den von ihr überwundenen **Widerstand** multiplicirt mit dem in Fuss ausgedrückten **Wege**, den ihr Angriffspunkt durchläuft; das Product giebt die Anzahl der geleisteten Fusspfunde an. Treibt demnach der Dampf den Kolben einer Dampfmaschine in irgend einer Zeit 3 Fuss vorwärts und überwindet er dabei einen Widerstand von 1000 Pfund, so ist die von der Dampfkraft in dieser Zeit geleistete Arbeit $3 \times 1000 = 3000$ Fusspfund. Wenn ein 20 Pfund schwerer Körper 50 Fuss hoch steigt oder 50 Fuss tief fällt, so ist die von der Schwerkraft geleistete Arbeit $20 \times 50 = 1000$ Fusspfund.

In Frankreich, wie überhaupt häufig da, wo man sich des französischen Mass- und Gewichts-Systemes bedient, nimmt man als Arbeitseinheit diejenige Arbeit an, die in der Fortbewegung von 1 Kilogramm durch eine Strecke von 1 Meter besteht, und nennt eine solche Arbeit ein Kilogrammmeter. Da 1 preussischer Fuss = 0,3139 Meter und 1 preuss. Pfund = 0,5 Kilogramm ist, so ist ein preuss. Fusspfund = 1,5695 Kilogrammmeter. Das Fusspfund bezeichnet man kurz mit Fpfd., das Kilogrammmeter mit Km.

Die Sache an und für sich, so wie alle Erfahrungen lehren nun, dass die Quantität der geleisteten Arbeit dieselbe ist, ob 6 Pfund durch 4 Fuss, oder 4 Pfund durch 6 Fuss, oder auch, ob 12 Pfund durch 2 Fuss, oder 1 Pfund durch 24 Fuss bewegt worden sind; in allen Fällen ist die geleistete Arbeit 24 Fusspfund. So lange das Product aus dem überwundenen Druck (Pfund) in den zurückgelegten Weg (Fuss) dasselbe bleibt, ist auch die von der Kraft ausgeführte Arbeit dieselbe; die Arbeit einer Kraft ist eben das Product aus ihrem Drucke in den von ihrem Angriffspunkte zurückgelegten Weg.

Da die mechanische Arbeit als ein Product aus zwei Factoren erscheint, so kann eine und dieselbe Arbeitsgrösse unter sehr verschiedenen Formen auftreten; nimmt der eine Factor derselben, z. B. der Druck, zu, und gleichzeitig in demselben Verhältnisse der andere Factor, der durchlaufene Weg, ab, so hat sich in der Grösse der geleisteten Arbeit nichts geändert. Um dieses an einem sehr einfachen Beispiele anschaulich zu machen, nehmen wir an, dass ein und derselbe Arbeiter nach einander auf zwei genau gleiche Sprossenräder (§. 62) Fig. 176 und Fig. 177 wirke; der Halbmesser der Welle A sei ein Drittel vom Halbmesser der Welle B, aber der am

Fig. 176.

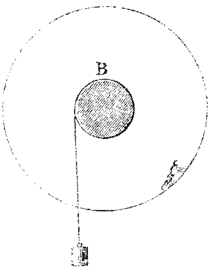
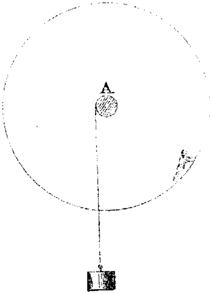


Fig. 177.



Seile der Welle A aufgehängte Körper wiege dreimal so viel, als der am andern Seile; dann ist zunächst klar, dass der Arbeiter dieselbe Kraft anwenden muss, um die beiden Gewichte in Bewegung zu setzen, denn die statischen Momente, mit welchen sie der Drehung des Rades entgegenwirken, sind dieselben. Um dieses noch einleuchtender zu machen, bezeichnen wir die Kraft des Arbeiters, mit welcher er die Welle A zu drehen sucht, mit P, und die Kraft, mit welcher er die Welle B zu drehen strebt, mit P_1; bezeichnen den Halbmesser der Welle A mit r, den der Welle B mit R, die an A wirkende Last mit Q, die dreimal leichtere, welche an B wirkt, mit q, so ist zunächst nach unserer Annahme:

$$Q : q = R : r,$$

also

$$Q \cdot r = q \cdot R.$$

Wenn wir noch den Halbmesser des Rades, an welchem der Arbeiter wirkt, mit l bezeichnen, so ist nach der Lehre über die Radwelle (§. 60) beim Gleichgewicht an A:

$$P \cdot l = Q \cdot r,$$

und beim Gleichgewicht an B:

$$P_1 \cdot l = q \cdot R;$$

nach dem Vorigen war aber $Q \cdot r = q \cdot R$, also muss auch $P \cdot l = P_1 \cdot l$ und demnach auch $P = P_1$ sein; d. h. der Arbeiter hat an jedem Rade dieselbe Kraft aufzuwenden, sei es, um bei A die Last Q oder bei R die dreimal kleinere Last q zu heben. Indessen ist andererseits auch klar, dass wenn er seine Kraft während einer ganzen Umdrehung eines jeden Rades ausübt, dadurch auch jede der Wellen A und B sich ganz runddreht, mithin die Lasten Q und q um so viel gehoben werden, als die Längen des Umfanges der zugehörigen Wellen A und B betragen, d. h. Q wird nur auf den dritten Theil derjenigen Höhe gehoben, um welche q aufsteigt. Nehmen wir an, die Last $Q = 900$ Pfund werde bei einem Rundgange des Rades um 1 Fuss gehoben, so steigt in derselben Zeit die Last $q = 300$ Pfund auf 3 Fuss Höhe; die Arbeit der Last Q war dabei 900×1 Fusspfund, die Arbeit der Last q dagegen 300×3 Fusspfund; jede Arbeit war aber offenbar gleich der von dem Arbeiter ausgeführten Leistung, und daher ist auch die Arbeit von 900×1 Fusspfund gleich der Arbeit von 300×3 Fusspfund. Dieselbe Arbeit würde man auch erhalten, wenn man 100 Pfund 9 Fuss oder 9 Pfund 100 Fuss hoch oder 1 Pfund 900 Fuss hoch gehoben hätte.

Bewegungsarbeit, Widerstandsarbeit. In §. 92 waren wir zu dem Schlussresultate gelangt, dass in allen Fällen, wo sich zwei Kräfte an einer Maschine das Gleichgewicht halten, diese Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Wegen stehen, welche in derselben Zeit von den Angriffspunkten der Kräfte (gerechnet auf den Richtungen dieser Kräfte) durchlaufen werden. Stellen wir dieses Resultat in Form einer Proportion auf, so erhalten wir für den Zustand des Gleichgewichtes in allen Fällen: 97

Kraft : Last = Lastweg : Kraftweg, und daher auch
Kraft × Kraftweg = Last × Lastweg.

Sind nun die Kraft und Last in Pfunden, der Kraft- und Lastweg in Fuss ausgedrückt, so bezeichnen die vorstehenden Producte nach dem vorigen Paragraphen die Arbeiten der Kraft und der Last; es kann daher das höchst wichtige Gesetz des §. 92 auch folgendermaassen ausgedrückt werden:

Wenn zwischen einer Kraft und einem Widerstande an einer Maschine Gleichgewicht besteht, so ist die während einer bestimmten Zeit von der Kraft geleistete Arbeit gleich der in derselben Zeit von dem Widerstande entwickelten Arbeit.

Die Kräfte, welche auf eine in Bewegung begriffene Maschine wirken, spielen nicht alle dieselbe Rolle. Die einen haben das Bestreben, die Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes zu vermehren; sie wirken in der directen Richtung der Bewegung dieses Punktes oder ihre directe Richtung bildet doch wenigstens einen spitzen Winkel mit der directen Richtung der Bewegung. Die anderen streben die Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes zu vermindern, sie wirken der Bewegung dieses Punktes gerade entgegen, oder ihre Richtung bildet doch wenigstens einen stumpfen Winkel mit der Richtung der Bewegung. Die ersteren heissen *bewegende Kräfte* oder *Triebkräfte*, die letzteren *widerstehende Kräfte* oder *Widerstände*.

Was wir bisher bei unseren Untersuchungen über das Gleichgewicht Kraft genannt haben, war nichts Anderes als eine bewegende Kraft; die mit Hülfe einer Maschine überwundenen Widerstände oder Lasten fallen in die Klasse der widerstehenden Kräfte. Bei der in §. 77 beschriebenen Operation, wobei ein Fass auf einer schiefen Ebene hinabgelassen wurde, ist das Gewicht des Fasses eine bewegende Kraft, dagegen sind die Kräfte, welche von den Arbeitern entwickelt werden, um die Seile zu halten, widerstehende Kräfte. Wenn dagegen der Arbeiter, wie in §. 78, das Seil anzieht, um das Fass in die Höhe zu bringen, so ist die Zugkraft eine bewegende Kraft und das Gewicht des Fasses wird eine widerstehende Kraft.

Hiernach unterscheidet man auch zwischen der Arbeit der bewegenden Kraft und der Arbeit der widerstehenden Kraft; jene nennt man auch die Bewegungsarbeit, diese die Widerstandsarbeit.

98 **Die Bewegungsarbeit ist gleich der Widerstandsarbeit.** Nach den bisherigen Entwickelungen können wir den vom vorigen Paragraphen ausgesprochenen Satz auch so ausdrücken: Wenn zwei an einer Maschine wirkende Kräfte im Gleichgewicht sind, so ist die Bewegungsarbeit während irgend einer bestimmten Zeit gleich der während derselben Zeit entwickelten Widerstandsarbeit.

Wenn sich eine Maschine in einer gleichförmigen Bewegung befindet und nur eine einzige bewegende Kraft, dagegen mehrere widerstehende Kräfte darauf wirken, so muss die eine bewegende Kraft allen Widerständen das Gleichgewicht halten. Man kann sich dabei vorstellen, dass jene einzige Kraft aus mehreren Partialkräften zusammengesetzt sei, welche dieselbe Richtung und denselben Angriffspunkt, wie die eine Hauptkraft haben und von denen eine jede für sich mit einer der widerstehenden Kräfte im Gleichgewicht steht. Da bei jedem einzelnen Paare dieser Kräfte, wo ein Theil der bewegenden Kraft mit einem Theile der Widerstände im Gleichgewicht ist, die Arbeit der bewegenden Partialkraft gleich der Arbeit des entsprechenden Widerstandes ist, so muss auch die aus der Summirung der Arbeiten der bewegenden Theilkräfte hervorgehende Gesammtarbeit der einen bewegenden Kraft gleich sein der Summe der Arbeiten aller einzelnen Widerstände.

Wirken auf eine in gleichförmiger Bewegung befindliche Maschine mehrere bewegende und mehrere widerstehende Kräfte ein, so müssen sich immer noch alle diese Kräfte gegenseitig aufheben. Man kann sich dann die Kräfte so zerlegt denken, dass ein jeder Theil der bewegenden Kräfte durch einen entsprechenden Theil des Widerstandes aufgehoben werde. Da also auch hier die Arbeit eines jeden Theiles der bewegenden Kräfte gleich ist der Arbeit des entsprechenden Widerstandes, so ist auch, wenn man die Arbeiten der beiden Arten von Kräften vereinigt, die Summe der Arbeiten der bewegenden

Kräfte gleich der Summe der Arbeiten der widerstehenden Kräfte.

Nun ist die Summe der Arbeiten aller bewegenden Kräfte, die bei einer Maschine thätig sind, die gesammte Bewegungsarbeit, und die Summe der Arbeiten aller widerstehenden Kräfte die gesammte Widerstandsarbeit; man kann also ganz allgemein sagen:

Wenn auf eine Maschine ein System von Kräften wirkt und die Maschine ist in gleichförmiger Bewegung, so ist die in irgend einer Zeit entwickelte gesammte Bewegungsarbeit gleich der in derselben Zeit geleisteten Widerstandsarbeit.

Dieses Gesetz, welches für die Maschinenlehre von der grössten Wichtigkeit ist, schliesst Alles in sich, was wir bisher über die in gleichförmiger Bewegung befindlichen Maschinen gesagt haben; man muss es bei allen die Bewegung der Maschinen betreffenden Fragen und Untersuchungen stets im Auge halten, wenn man sich nicht der Gefahr aussetzen will, in grosse Irrthümer zu verfallen.

7. Die Gesetze der ungleichförmigen Bewegung.

Wenn eine Maschine sich nicht gleichförmig bewegt, so 99
halten sich die Kräfte, die darauf wirken, nicht das Gleichgewicht. Dieselben können sich zwar theilweise aufheben, aber entweder müssen die bewegenden Kräfte die widerstehenden, oder umgekehrt die widerstehenden Kräfte die bewegenden überwiegen; wäre dieses nicht der Fall, so gäbe es keinen Grund, warum irgend ein vorhandener Zustand der Bewegung sich ändern sollte und die Bewegung nicht gleichförmig wäre. Um den Einfluss gehörig würdigen zu können, welchen der Mangel an Gleichgewicht zwischen den an einer Maschine wirkenden Kräften auf die Bewegung derselben ausübt, muss man die Gesetze kennen, nach welchen die Kräfte bei den ihnen unterworfenen Körpern Bewegung erzeugen oder eine vorhandene Bewegung abändern. Wir werden uns daher zunächst mit der Untersuchung dieser Gesetze zu beschäftigen haben, und beginnen mit der Bewegung der Körper, welche unter der Wirkung der Schwerkraft der Erde frei fallen; die so erhaltenen

Resultate können wir dann nach der Analogie auf die Wirkung aller anderen ähnlich wirkenden Kräfte leicht übertragen.

100 **Fall der Körper.** Ein Körper, den man in der Hand hält, fällt, sobald man ihn loslässt, augenblicklich und so lange, bis er auf ein Hinderniss trifft, welches sich der ferneren Bewegung entgegenstellt. Die Körper, die man auf diese Weise sich selbst überlässt, gebrauchen nicht alle dieselbe Zeit, um dieselbe Höhe zu durchlaufen, sie fallen vielmehr mit sehr ungleichen Geschwindigkeiten. Eine Bleikugel, z. B. ein Stein, fallen mit einer grossen Schnelligkeit, während eine leichte Feder, ein Schneeflocken, eine Seifenblase eine viel grössere Zeit gebrauchen, um dieselbe Höhe zu durchlaufen.

Alle diese Unterschiede in der Geschwindigkeit rühren jedoch ausschliesslich von der Verschiedenheit der Widerstände her, welche die Luft der Bewegung der Körper entgegensetzt. Dass der Luftwiderstand sich bei dem einen Körper weit fühlbarer macht, als bei dem andern, lässt sich leicht durch folgenden Versuch nachweisen.

Man nimmt ein nicht zu enges, an beiden Seiten mit Messingfassungen versehenes, gegen sechs Fuss langes Glasrohr, bei welchem die untere Fassung mit einem Hahne versehen ist, mittelst dessen man das Innere der Röhre mit der äusseren Luft in Verbindung bringen kann. Das Ende dieser Fassung läuft in eine Schraubenspindel aus, mit welcher man das ganze Rohr, nachdem man kleine Körper verschiedener Art, z. B. Bleistückchen, Papierschnitzeln, Flaumfedern u. dergl. in sein Inneres eingeschlossen hat, auf den Teller einer Luftpumpe aufschrauben kann, wie es die Fig. 178 anzeigt. Auf die Einrichtung und die Wirkung der Luftpumpen werden wir später näher eingehen, hier genügt es anzuführen, dass man mit Hülfe derselben im Stande ist, einen grossen Theil der in einem Gefässe eingeschlossenen Luft daraus zu entfernen. Nachdem man die Luft zum grössten Theile aus dem Glasrohr weggeschafft hat, schliesst man den Hahn der unteren Fassung und sperrt damit die Verbindung des Inneren des Rohres von der äussern Luft ab. Man schraubt hierauf das Rohr von der Pumpe ab und kehrt es schnell um, so dass es die in Fig. 179 bezeichnete Lage annimmt. Die kleinen Körper, welche vordem im unteren Theile des Rohres lagen, sind nun nicht mehr unterstützt und müssen durch den luftleeren oder doch luftverdünnten Raum des Rohres herabfallen. Bei diesem Falle ist jedoch eine Ungleichheit in der Geschwindigkeit der Körperchen nicht mehr zu bemerken; sie fallen vielmehr alle gleich schnell, indem sie zu gleicher Zeit das obere Ende des Rohrs verlassen und gleichzeitig unten ankommen. Oeffnet man darauf ein wenig den Hahn und verschliesst ihn rasch wieder, so dass ein wenig Luft in das Rohr kommt, kehrt darauf dasselbe abermals rasch um, so wird man bemerken, dass sich die Erscheinung schon etwas geändert hat. Die schwersten Körperchen, die Bleistücke, kommen zuerst unten im Rohre an und hierauf folgen die leichteren Körper einer nach dem andern, je nachdem sie von der eingelassenen Luft mehr oder weniger in ihrem Fall aufgehalten worden sind. Diese Verzögerung wird um so bemerkbarer, je mehr Luft man durch Oeffnen des Hahns in das Rohr hat eintreten lassen, und die Erscheinung wird wieder die anfängliche, wenn man den Hahn ganz offen hält.

Fig. 179.

Dieser Versuch lehrt, dass alle Körper im **luftleeren** Raume mit derselben Geschwindigkeit fallen und dass bei dem Falle durch die Luft der Widerstand der letzteren die alleinige Ur-

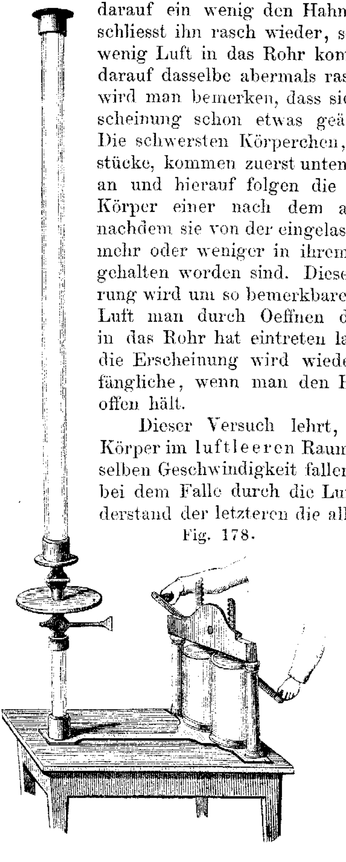


Fig. 178.

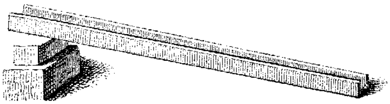
sache ist, dass sie mit sehr verschiedenen Geschwindigkeiten fallen. Wir werden später sehen, dass die Luft ebenfalls die alleinige Ursache ist, warum gewisse Körper, wie der Luftballon, die Wolken, der Rauch u. s. w. sich der Wirkung der Schwerkraft zu entziehen scheinen, da sie ja in die Höhe steigen, anstatt herunter zu fallen. Wenn die Luft nicht vorhanden wäre, so würden die genannten Körper, die Wolken, der Rauch, die Luftballons mit derselben Geschwindigkeit zu Boden fallen, wie ein Stein oder eine Bleikugel.

Um daher die Gesetze des Falls der Körper unter der ausschliesslichen Einwirkung der Schwerkraft zu untersuchen, würde es sich empfehlen, den Fall in einem luftleeren Raume zu beobachten; allein einerseits sind solche Versuche mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden, und andererseits ist der Widerstand der Luft doch nur äusserst gering, wenn die fallenden Körper bei einem grossen Gewicht eine kleine Oberfläche haben. Aus diesem Grunde beschränkt man sich gewöhnlich darauf, den Fall von Körpern der letzteren Art in der Luft zu beobachten.

101 **Die geneigte Ebene von Galiläi.** Wenn man sich die grosse Geschwindigkeit vorstellt, mit welcher eine Bleikugel fällt, so wird man einsehen, dass es fast unmöglich ist, die Wege zu beobachten und zu messen, welche sie in den einzelnen auf einander folgenden Secunden durchläuft. Was man indessen nicht auf einem directen Wege ermitteln kann, das sucht man auf einem Umwege zu erreichen; wir wollen daher zuvörderst diejenigen Mittel anführen, deren sich Galiläi um das Jahr 1600 bediente, um die damals noch nicht bekannten Gesetze des Falles der Körper zu erforschen.

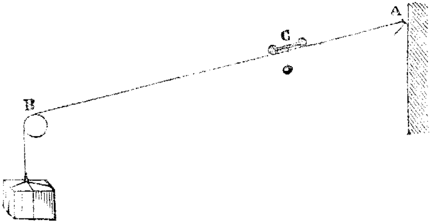
In §. 76 haben wir gesehen, dass, wenn ein schwerer Körper auf einer schiefen Ebene liegt, sein Gewicht in zwei Seitenkräfte zerlegt werden kann, von denen die eine senkrecht, die andere parallel zu der Ebene gerichtet ist. Die erstere Seitenkraft bewirkt nun einen Druck des Körpers gegen die schiefe Ebene und wird durch den Widerstand derselben aufgehoben; sie kann in keiner Weise zu der Bewegung des Körpers der schiefen Ebene entlang etwas beitragen. Die zweite Seitenkraft dagegen, die parallel zu der schiefen Ebene gerichtet ist, kommt zur vollen Wirkung und treibt den Körper auf der schiefen Ebene herab, wenn sie nicht durch eine ihr gleiche und entgegengesetzte Kraft aufgehoben wird. Diese Seitenkraft verhält sich zu dem Gewichte des Körpers, wie die Höhe der schiefen Ebene zu der Länge derselben (§. 76). Da der Körper der Wirkung dieser Seitenkraft ungehindert folgen kann, so wird er sich auf der schiefen Ebene genau so bewegen, wie er sich bei dem verticalen Falle bewegen würde, wenn die Kraft der Schwere in dem Verhältnisse der Länge zu der Höhe der schiefen Ebene kleiner wäre, als sie wirklich ist. Nimmt man daher, wie in Fig. 180, eine geneigte, eine Rinne bildende Ebene, deren Höhe zehnmal kleiner ist, als die Länge, und lässt einen Körper darin herabfallen, so erhält man eine Bewegung von derselben Art, als wenn ein Körper unter dem Einflusse einer zehnmal kleineren Schwerkraft vertical frei herabfiele.

Fig. 180.



Dieses sinnreiche Mittel, um die Wirkung der Schwerkraft so zu sagen nach Belieben zu verkleinern und dadurch auch die Geschwindigkeit der dadurch verursachten Bewegung zu vermindern, wurde von Galiläi in folgender Weise zur Ausführung gebracht. Ein gut gedrehtes Seil von 30 bis 40 Fuss Länge wurde zwischen zwei Punkten A und B, Fig. 181, von

Fig. 181.



denen der erstere höher lag, als der letztere, straff angespannt. Zwei durch eine gemeinschaftliche Scheere verbundene kleine metallische Rollen C wurden auf das Seil gelegt und durch ein kleines an der Scheere aufgehängtes Gewicht verhindert zur Seite herunterzufallen. Die Rollen, die Scheere und das Gewicht bildeten zusammen eine Art Wägelchen, welches auf dem

Seile herunterrollen konnte, ohne dabei einen bemerklichen Widerstand zu erleiden, und es war leicht, die Wege zu messen, welche dasselbe in der ersten, zweiten, dritten Secunde seiner Bewegung durchlief.

102 **Die Atwood'sche Fallmaschine.** Der englische Physiker Atwood hat zur Beobachtung des Falles der Körper eine Vorrichtung angewandt, die viel bequemer ist, als die Galiläi'sche schiefe Ebene. Dieselbe besteht im Folgenden: Ein sehr feiner Seidenfaden geht über eine äusserst leicht bewegliche Rolle, welche auf dem oberen Theile der Maschine angebracht ist, und trägt an seinen beiden Enden zwei gleich schwere Gewichte, Fig. 182. Die ungemein grosse Beweglichkeit der Rolle wird dadurch erreicht, dass ihre Achse auf den Umfängen von vier leicht drehbaren kleineren Rädern liegt, von denen zwei vor und zwei hinter der Rolle stehen; wie durch diese Anordnung die Reibung der Achse der Rolle auf ein Minimum reducirt wird, werden wir später sehen. Da die beiden an dem Faden aufgehängten Gewichte genau einander gleich sind, so bleibt die Rolle in Ruhe, weil die beiden darauf wirkenden Kräfte einander gleich sind; wenn man aber auf der einen Seite ein kleines Uebergewicht hinzufügt, so wird das Gleichgewicht aufgehoben und der Faden nebst der Rolle in Bewegung gesetzt. Nehmen wir, um gleich ein Beispiel zu haben, an, dass jeder der beiden ursprünglich an dem Faden aufgehängten Körper $4\frac{1}{2}$ Loth und dass das auf der einen Seite hinzugefügte Uebergewicht 1 Loth wiege. Mag Gleichgewicht oder Bewegung vorhanden sein, die beiden ersteren Gewichte heben sich in allen Fällen zu beiden Seiten der Rolle auf und die Kraft von 1 Loth ist es allein, welche die Bewegung der drei zusammen 10 Loth wiegenden Körper hervorrufen kann. Es wird also diese Bewegung dieselbe sein, als wenn die drei Körper unter dem Einflusse einer zehnmal kleineren Schwerkraft vertical frei fielen. Wenn jeder der beiden ersten Körper $49\frac{1}{2}$ Loth wöge, und das Uebergewicht wieder 1 Loth betrüge, so würde die Bewegung der drei nun 100 Loth wiegenden Körper wieder ausschliesslich durch das Gewicht von 1 Loth erzeugt werden; es würde daher die Bewegung genau dieselbe sein, wie beim freien Falle, wenn die Schwerkraft hundertmal so klein wäre, als sie wirklich ist. Man sieht hieraus, dass die Atwood'sche Fallmaschine ebenso, wie die geneigte Ebene, eine beliebige Verminderung der Bewegung der

fallenden Körper gestattet, ohne dass dadurch die Gesetze dieser Bewegung eine Aenderung erleiden.

Um die einzelnen Fallräume leichter beobachten zu können, ist in der Nähe der Falllinie ein in Zolle eingetheilter verticaler Maassstab angebracht, welcher mit zwei verstellbaren Schiebern versehen ist; mit Hülfe einer Druckschraube kann jeder Schieber an einem beliebigen Punkte der Scala festgestellt werden. Der eine dieser Schieber, Fig. 183, trägt eine ebene Scheibe zum Anhalten des fallenden Körpers, der andere in Fig. 184 abgebildete Schieber trägt einen Ring, welcher den fallenden schweren Körper zwar durchlässt, das hinzugefügte und zu diesem Zwecke etwas in die Breite gedehnte Uebergewicht dagegen auffängt. Das letztere Gewicht hat in der Mitte eine kleine kreisförmige Oeffnung und ist an einer Seite aufgeschlitzt, um beim Auflegen auf das

Fig. 182.

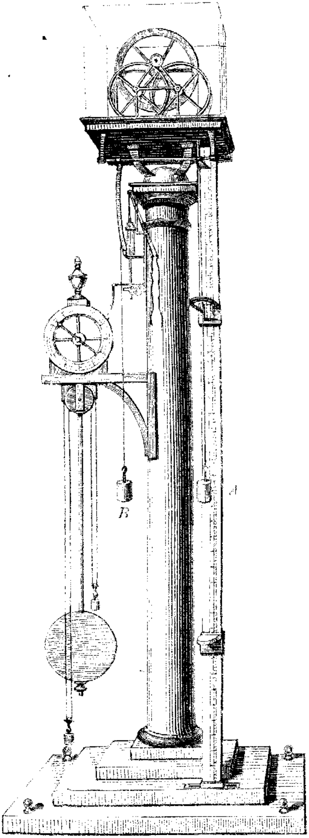


Fig. 183.

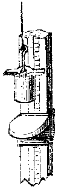
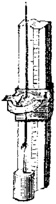


Fig. 184.



Gewicht den Faden hindurchgehen zu lassen. In Fig. 183 sieht man das Gewicht und das aufgelegte Uebergewicht in gemeinschaftlicher Bewegung; treffen sie, wie in Fig. 184, den Ring an, so geht der Hauptkörper hindurch und setzt seine Bewegung ungehindert fort, während das Uebergewicht aufgehalten wird und auf dem Ringe liegen bleibt.

Mit dem Ständer der Maschine ist ein Uhrwerk verbunden, um die während des Falles verflossene Zeit in Secunden anzugeben; letzteres geschieht, wie gewöhnlich, durch Zeiger und Zifferblatt, ausserdem aber kann man den Schlag des Pendels deutlich hören und damit die Secunden zählen, ohne auf den Zeiger selbst achten zu müssen. Damit der Fall genau mit dem Anfange einer Secunde beginne, ist die Vorkehrung getroffen, dass das Uhrwerk selbst den Theil, der die Gewichte in der Ruhe festhält und am Fallen verhindert, zur rechten Zeit auslöst. Im Zustande der Ruhe wird nämlich das eine Gewicht, auf welches das Uebergewicht gelegt wird, durch eine leicht bewegliche Unterlage unterstützt und am Fallen gehindert; diese Unterlage selbst wird aber vermittelst eines mit dem Uhrwerk in Verbindung stehenden Stiftes festgehalten. In dem Augenblicke jedoch, wo der Zeiger die verticale Stellung einnimmt und auf den Nullpunkt der Secundentheilung kommt, wird dieser Stift plötzlich ausgelöst und dem Gewichte die Unterlage entzogen; letzteres fängt daher sofort an zu fallen und zwar in dem Momente, von wo an das Uhrwerk die Secunden beginnt zu zählen. Es ist übrigens einleuchtend, dass der Nullpunkt der Theilung am oberen Theile des Maassstabes da angebracht ist, wo sich das Gewicht im Zustande der Ruhe befindet.

103 **Die Fallgesetze.** Der erste Versuch, den man mit der Atwood'schen Fallmaschine anstellt, geht dahin, die von dem fallenden Körper in einer, zwei, drei u. s. w. Secunden durchlaufenen Räume zu messen. Zu diesem Ende stellt man den Schieber mit dem Teller so, dass letzterer mit seiner Oberfläche sechs Zoll unter dem Nullpunkte des Maassstabes steht, Fig. 185; alsdann ermittelt man durch Probiren, wie gross das Uebergewicht genommen werden muss, damit das von der Unterlage getragene Gewicht jene sechs Zoll genau in einer Secunde durchlaufe; man erkennt dieses daran, dass dieses Gewicht, welches mit dem Anfange der ersten Secunde seine Bewegung beginnt, mit dem Anfange der von der Uhr angegebenen zweiten Secunde auf den Teller aufschlägt.

Man stellt nun den Schieber tiefer auf 24 Zoll unter dem Nullpunkte, Fig. 186, und findet dann, dass das Gewicht unter dem Einflusse desselben Uebergewichtes zwei Secunden gebraucht, um diesen Raum von 24 Zoll zu durchlaufen. Schiebt man den Teller noch weiter bis auf 54 Zoll herab, Fig. 187, und wiederholt den Versuch, so zeigt sich, dass der Körper drei Secunden gebraucht, um diese Strecke zu durchlaufen.

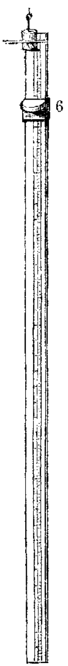


Fig. 185.

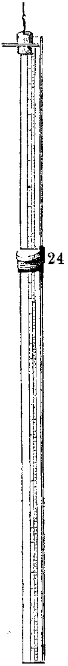


Fig. 186.

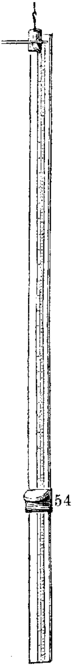


Fig. 187.

Nach diesen Versuchen durchläuft also der Körper:

in 1 Secunde 6 Zoll,
„ 2 „ 24 „ oder 4mal 6 Zoll,
„ 3 „ 54 „ „ 9mal 6 „

Hieraus folgt, dass die Wege, welche ein Körper unter der Wirkung der Schwere beim freien Falle durchläuft, wie die Quadrate der Fallzeiten wachsen.

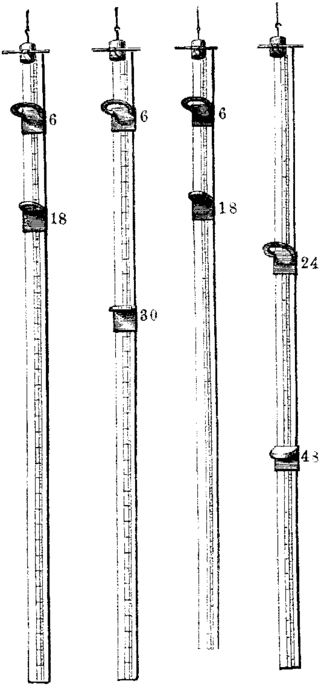
Es sind also die von dem fallenden Körper in einer, zwei, drei u. s. w. Secunden durchlaufenen Wege nicht der Zeit proportional, und daher ist der freie Fall der Körper ein Beispiel von einer veränderlichen Bewegung, von welcher bereits in §. 15 die Rede war.

In demselben Paragraphen haben wir auch erklärt, was bei 104
der ungleichförmigen Bewegung unter der Geschwindigkeit zu verstehen ist, nämlich derjenige Weg, den der Körper in der nächstfolgenden Zeiteinheit (Secunde) als beharrender Körper in gleichförmiger Bewegung zurücklegen würde, wenn die Veränderung der Geschwindigkeit aufhörte. Die Atwood'sche Maschine giebt ein Mittel an die Hand, in jedem beliebigen Zeitpunkte die Veränderung in der Geschwindigkeit des fallen-

den Körpers aufhören zu lassen. Wenn nämlich auf den einen der beiden an dem Faden befestigten Körper das Uebergewicht aufgelegt und der Körper seiner Unterstützung beraubt wird, so setzt er sich darauf in Bewegung, und zwar bewirkt die unaufhörliche und in jedem noch so kleinen Zeittheilchen wirksame Kraft der Schwere eine beschleunigte Bewegung und eine immer grösser werdende Geschwindigkeit. Das Uebergewicht allein ist die Ursache der Bewegung, und als solche auch die alleinige Ursache der Zunahme der Geschwindigkeit. Nimmt man daher in irgend einem Zeitmomente das Uebergewicht ab, so geht der fallende Körper als beharrender Körper weiter, indem er die Geschwindigkeit, die er eben hatte, beibehält, aber einen ferneren Zuwachs an Geschwindigkeit nicht mehr erhalten kann. Die Wegnahme des Uebergewichtes geschieht nun bei der Fallmaschine mit Hülfe des Ringes, Fig. 184; so bald der fallende Körper den Ring passirt, bleibt das Uebergewicht auf dem Rande desselben liegen; von nun an ist die Bewegung der beiden Gewichte eine gleichförmige, da jede beschleunigende Wirkung aufgehoben ist.

Die Gleichförmigkeit der auf diese Weise erhaltenen Bewegung kann man auf folgende Weise zeigen. Man nimmt dieselben Gewichte und dasselbe Uebergewicht, wie vorhin, stellt den Schieber mit dem Ringe auf 6 Zoll, so dass hier das Uebergewicht abgehoben wird, dagegen den Schieber mit dem Teller auf 18 Zoll, wie es die Fig. 188 zeigt. Lässt man jetzt vermittelst der am Uhrwerke angebrachten Auslösevorrichtung den Fall des Körpers wieder beginnen, so wird derselbe wie früher, am Ende der ersten Secunde bei dem Ringe ankommen und daselbst sein Uebergewicht absetzen; es zeigt sich ferner dabei, dass er genau mit dem Ende der zweiten Secunde auf den Teller bei 18 Zoll aufschlägt, also in der zweiten Secunde, in welcher das Uebergewicht nicht mehr auf ihn wirkt, und er als beharrender Körper seinen Weg fortsetzt, die Strecke von 12 Zoll durchläuft. Lässt man Alles wie vorhin und sucht unterhalb 18 Zoll die Stelle auf, wo der Teller festgestellt werden muss, damit er genau mit dem Ende der dritten Secunde von dem seines Uebergewichtes beraubten Körper erreicht werde, so findet man den Theilstrich 30 Zoll. Da nach Abhebung des Uebergewichtes der Körper in der zweiten Secunde 12 Zoll und in der zweiten und dritten Secunde $30 - 6 = 24$ Zoll durchlaufen hat, so kommt auf die dritte Secunde allein ein Weg von 12 Zoll, also genau so viel, wie auf die zweite Secunde. Die Gleichförmigkeit der Bewegung des Körpers von dem Momente an, wo das Uebergewicht abgehoben wird, ist also hiermit nachgewiesen.

Fig. 188. Fig. 189. Fig. 190. Fig. 191.



Um die Geschwindigkeiten selbst zu finden, die der Körper unter der beschleunigenden Einwirkung des Uebergewichtes nach einer, nach zwei, drei u. s. w. Secunden erhalten hat, braucht man nur den Schieber mit dem Ringe nach einander so aufzustellen, dass das Uebergewicht am Ende der ersten, der zweiten, dritten u. s. w. Secunde von dem Ringe abgehoben wird, und dann zuzusehen, welchen Weg der Körper in der darauf folgenden Secunde in gleichförmiger Bewegung zurücklegt. Man ordnet also den Versuch folgendermaassen an: Zuerst stellt man den Ring wieder auf 6 Zoll und den Teller auf 18 Zoll, Fig. 190; am Ende der ersten Secunde kommt der Körper bei 6 Zoll an, wo das Uebergewicht abgehoben wird, und erreicht am Ende der folgenden zweiten Secunde den Teller bei 18 Zoll; hiernach ist die Geschwindigkeit, welche der Körper am Ende der ersten Secunde erreicht hat, 12 Zoll.

Man stellt jetzt den Ring auf 24 Zoll und den Teller auf 48 Zoll, Fig. 191; wie oben bereits gesagt wurde, durchläuft der Körper, der in der ersten Secunde 6 Zoll zurücklegt, in zwei Secunden $4 \times 6 = 24$ Zoll, so dass am Ende der zweiten Secunde der Körper bei dem Ringe ankommt und dort sein

Uebergewicht absetzt. Es zeigt sich dabei ferner, dass genau mit dem Ende der nächstfolgenden dritten Secunde der Körper den Teller erreicht, in dieser Secunde also einen Weg von 48 — 24 = 24 Zoll durchläuft.

Verfährt man so weiter, so zeigt sich, dass der Körper, welcher in der ersten Secunde 6 Zoll durchläuft, folgende Geschwindigkeiten bekommt:

in 1 Secunde . .	12 Zoll	= 1 × 12 Zoll,	
„ 2 „ . .	24 „	= 2 × 12 „	
„ 3 „ . .	36 „	= 3 × 12 „	u. s. w.

d. h. *die Geschwindigkeiten, welche der frei fallende Körper am Ende der einzelnen Secunden erreicht, sind diesen Zeiten proportional.*

Man erkennt aus diesen Beobachtungen ferner noch, dass der *Zuwachs an Geschwindigkeit* für jede einzelne Secunde genau derselbe, nämlich 12 Zoll ist; das ist der Grund, warum man die Bewegung eines frei fallenden Körpers und jede andere Bewegung derselben Art, bei welcher die Geschwindigkeit in den auf einander folgenden Secunden um gleich viel zunimmt, eine *gleichförmig beschleunigte* nennt.

Man bemerke noch, dass der fallende Körper, nachdem er in Folge der Schwerewirkung des Uebergewichtes in der ersten Secunde einen Weg von 6 Zoll durchlaufen hat, am Ende dieser Zeit eine Geschwindigkeit von 12 Zoll besitzt; ein gleiches Verhältniss würde sich ergeben haben, wenn man das Uebergewicht so gewählt hätte, dass der in der ersten Secunde durchlaufene Weg grösser oder kleiner als 6 Zoll gewesen wäre; würde z. B. der Weg der ersten Secunde zu 5 Zoll angenommen, so zeigt die Fallmaschine, dass die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde 10 Zoll ist; ist jener Weg 7 Zoll, so wird auch die Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde 14 Zoll. Allgemein hat man daher das folgende Gesetz: *die von einem frei fallenden Körper am Ende der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit ist das Doppelte des in der ersten Secunde zurückgelegten Weges.*

105 Die Fallgesetze, welche wir vorstehend mit Hülfe der *Atwood*'schen Fallmaschine gefunden haben, lassen sich in einfachen algebraischen Formeln ausdrücken, von denen man in der Mechanik häufige Anwendung macht.

Wir bezeichnen zu diesem Ende die Geschwindigkeit, die der frei fallende Körper am Ende der ersten Secunde erlangt, mit dem Buchstaben g, womit eine Anzahl Zoll, Fuss u. s. w. ausgedrückt wird. Nach dem vorigen Paragraphen ist dann die Endgeschwindigkeit nach zwei Secunden $2g$, nach drei Secunden $3g$ u. s. w. Bezeichnet man daher die Anzahl der während des Falles verflossenen Secunden mit t, und die am Ende dieser Zeit erreichte Geschwindigkeit mit v, so ist

$$v = g \, . \, t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

Da der in der ersten Secunde durchlaufene Weg die Hälfte der Geschwindigkeit ist, welche der Körper am Ende dieser Zeit erreicht hat, so werden wir diesen Weg mit $\frac{g}{2}$ bezeichnen. Nach dem Vorigen wachsen aber die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten, das heisst, in zwei Secunden legt der Körper einen Weg von $4 \times \frac{g}{2}$, in drei Secunden von $9 \times \frac{g}{2}$ etc. zurück. Bezeichnet man daher den Gesammtweg, den ein frei fallender Körper in t Secunden durchläuft, mit s, so ist ferner:

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

Aus der letzten Formel folgt $t^2 = \frac{2s}{g}$; setzt man diesen Werth in die Formel (I), welche man auch in der Form $v^2 = g^2 \, t^2$ schreiben kann, ein, so erhält man:

$$v^2 = g^2 \cdot \frac{2s}{g} = 2gs, \quad \text{also } v = \sqrt{2gs} \quad \ldots \quad \text{(III)}$$

Mit Hülfe dieser letzten Formel kann man sofort die Geschwindigkeit (v) finden, welche ein Körper erlangt, wenn er von einer bekannten Höhe (s) herabgefallen ist. Wir werden uns ihrer bedienen, wenn von der Bewegung der Flüssigkeiten und der Gase die Rede ist.

Es ist klar, dass die vorstehenden für den freien Fall der 106
Körper aufgestellten Gesetze (I) und (III) auch für jede andere gleichförmig beschleunigte Bewegung gültig sind. Der Werth von g, oder die Endgeschwindigkeit am Ende der ersten Secunde ist bei den verschiedenen Arten der gleichförmig beschleunigten Bewegung verschieden und muss für jede Art derselben besonders ermittelt werden. Um den Zahlwerth von g für den freien Fall, d. h. die Endgeschwindigkeit, die ein frei fallender Körper am Ende der ersten Secunde erlangt, oder auch um den Zahlwerth von $\frac{g}{2}$, d. h. den Weg, den er in

der ersten Secunde durchläuft, zu finden, verfährt man auf folgende Weise:

Von einem Thurme, dessen Höhe bekannt ist, lässt man einen Stein oder besser noch eine Bleikugel herabfallen, und zählt mit Hülfe einer Uhr die Anzahl der Secunden, welche während des Fallens verfliessen. Setzt man dann in die Formel $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ oder $g = \frac{2s}{t^2}$ für s die in Fuss ausgedrückte Höhe des Thurmes und für t die beobachtete Zahl der Secunden, so findet man den gesuchten Werth von g in Fuss. Wäre z. B. der Thurm 250 Fuss hoch und die beobachtete Zeit des Fallens genau vier Secunden, so wäre die in der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit $g = \frac{2 \,.\, 250}{16} = 31\frac{1}{4}$ Fuss, und der in der ersten Secunde durchlaufene Weg die Hälfte hiervon oder $15\frac{5}{8}$ Fuss.

Allein dieses Mittel gewährt keine Genauigkeit, weil der Fall des Körpers zu schnell ist; man wendet daher dasselbe auch nur an, um eine ungefähre Vorstellung von dem Werthe von g zu bekommen. Wie man übrigens diesen Werth mit grosser Genauigkeit aus den Beobachtungen des Pendels ableiten kann, werden wir weiter unten sehen; inzwischen werden wir diesen Werth von g, wie ihn diese Beobachtungen liefern, bei unseren Rechnungen zu Grunde legen; es ist nämlich:

$$g = 31\frac{1}{4} \text{ Fuss},$$

oder in französ. Maasse

$$g = 9{,}8088 \text{ Meter}.$$

Mit Hülfe dieses Werthes von g kann man nach der obigen Formel $v = \sqrt{2gs}$ die Geschwindigkeit berechnen, welche ein Körper durch den Fall von einer gegebenen Höhe s erlangt, und welche man einfach die Höhengeschwindigkeit nennt. Die folgende Tabelle enthält die aus dieser Rechnung für eine ziemlich grosse Anzahl von Fallhöhen sich ergebenden Geschwindigkeiten:

Fallhöhe. s	Endgeschwindigkeit. v	Fallhöhe. s	Endgeschwindigkeit. v
Fuss	Fuss	Fuss	Fuss
0,25	3,90	14	26,58
0,50	5,59	15	30,62
1	7,81	16	31,64
2	11,18	17	32,59
3	13,69	18	33,54
4	15,82	19	34,46
5	17,65	20	35,35
6	19,37	30	43,30
7	20,91	40	50,00
8	22,36	50	55,90
9	23,72	60	61,23
10	25,00	70	66,14
11	26,22	80	70,71
12	27,38	90	75,00
13	28,50	100	79,06

Anwendung der Fallgesetze. Wir lassen hier zur nähe- 107
ren Erläuterung der Fallgesetze, welche auch für jede andere gleichförmig beschleunigte Bewegung gelten, einige Beispiele folgen, in denen dieselben Anwendung finden.

1. Wenn bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung nach acht Secunden die Endgeschwindigkeit 72 Fuss ist, wie gross ist der in den ersten fünf Secunden zurückgelegte Weg?

Da die Endgeschwindigkeit der Zeit proportional ist, so hat der Körper am Ende der ersten Secunde eine Geschwindigkeit von $\frac{72}{8} = 9$ Fuss; mithin ist der in der ersten Secunde zurückgelegte Weg die Hälfte von 9 Fuss, also $4\frac{1}{2}$ Fuss, und daher der in fünf Secunden zurückgelegte Weg gleich

$$5^2 \,.\, 4\tfrac{1}{2} = 25 \times 4\tfrac{1}{2} = 112\tfrac{1}{2} \text{ Fuss.}$$

2. Wenn ein Körper mit gleichförmig beschleunigter Bewegung in $3\frac{1}{2}$ Secunden einen Weg von $6\frac{1}{8}$ Meter zurückgelegt hat, wie gross ist seine Endgeschwindigkeit nach Ablauf von 26 Secunden?

Nach §. 105, Formel (II) ist

$s = \frac{g}{2} \cdot t^2$, daher $6\frac{1}{8} = \frac{g}{2} \cdot (3\frac{1}{2})^2$, also $g = \frac{2 \cdot 6\frac{1}{8}}{(3\frac{1}{2})^2} = 1$ Meter; daher ist die Endgeschwindigkeit nach 26 Secunden gleich 26 Meter.

3. Ein frei fallender Stein gebraucht, um von der Oberfläche der Erde bis zum Wasserspiegel eines Brunnens zu fallen, $2\frac{1}{2}$ Secunden; wie tief ist der Brunnen?

In der ersten Secunde durchläuft der Körper $15\frac{5}{8}$ Fuss, daher in $2\frac{1}{2}$ Secunden einen Weg von $(2\frac{1}{2})^2 \cdot 15\frac{5}{8} = 97\frac{21}{32}$ Fuss.

4. Welche Geschwindigkeit erlangt ein frei fallender Körper in vier Secunden, und welchen Weg durchläuft er?

In einer Secunde erlangt er eine Geschwindigkeit von $2 \times 15\frac{5}{8} = 31\frac{1}{4}$ Fuss; also ist nach vier Secunden die Geschwindigkeit $4 \times 31\frac{1}{4} = 125$ Fuss. Der in vier Secunden durchlaufene Weg ist $16 \times 15\frac{5}{8} = 250$ Fuss.

5. Wenn ein fallender Stein eine Geschwindigkeit von 800 Fuss erlangt hat, welchen Weg hat er dann durchlaufen und wie viel Zeit hat er dazu gebraucht?

Da er in jeder Secunde einen Zuwachs an Geschwindigkeit von $31\frac{1}{4}$ Fuss erlangt, so hat er $\frac{800}{31\frac{1}{4}} = 25\frac{3}{5}$ Secunden gebraucht. In dieser Zeit durchläuft er einen Weg von

$$(25\tfrac{3}{5})^2 \cdot 15\tfrac{5}{8} = 10240 \text{ Fuss.}$$

108 Wenn ein Körper in dem Augenblicke, wo er seinen freien Fall, oder allgemein seine gleichförmig beschleunigte Bewegung beginnt, bereits eine Geschwindigkeit von c Fuss besitzt, so behält er diese in Folge seines Beharrungsvermögens bei und legt daher in t Secunden einen Weg von $t \cdot c$ Fuss zurück. Da aber zugleich eine beschleunigend wirkende Kraft auf ihn wirkt, welche ihm in jeder Secunde einen Zuwachs an Geschwindigkeit von g Fuss ertheilt, so vermehrt sich nach dem Vorigen seine anfängliche Geschwindigkeit in t Secunden um $g \cdot t$ Fuss, während der in dieser Zeit durchlaufene Weg dann $\frac{g}{2} \cdot t^2$ Fuss zunimmt. Bezeichnet man also die Anfangsgeschwin-

digkeit des Körpers, welche in den vorigen Beispielen Null war, mit c, und behalten die Buchstaben v, t, s ihre frühere Bedeutung bei, so gelten für diesen Fall der gleichförmig beschleunigten Bewegung die Formeln:

$$v = c + g t \dots\dots\dots\dots (I)$$

$$s = c t + \frac{g}{2} t^2 \dots\dots\dots\dots (II)$$

Beispiel: Ein Körper fällt auf einer schiefen Ebene herab und erreicht das Ende derselben mit einer verticalen Geschwindigkeit von 3,4 Fuss; von da fällt er noch $7\frac{1}{2}$ Secunden lang frei herunter; welchen Weg hat er vertical fallend zurückgelegt und wie gross war seine Endgeschwindigkeit am Ende der vierten Secunde?

Der Buchstabe c hat hier den Werth 3,4 Fuss; die Formel (I) giebt daher zur Beantwortung der zweiten Frage:

$$v = 3{,}4 + 31\tfrac{1}{4} \,.\, 4 = 128{,}4 \text{ Fuss.}$$

Nach der Formel (II) ist der verticale Weg des freien Falles

$$s = 3{,}4 \,.\, 7\tfrac{1}{2} + 15\tfrac{5}{8}\,(7\tfrac{1}{2})^2 = 904{,}4 \text{ Fuss.}$$

Die gleichförmig verzögerte Bewegung. Wenn eine ununterbrochen wirkende Kraft einer schon vorhandenen Bewegung entgegenwirkt und dadurch die Geschwindigkeit des bewegten Körpers immer kleiner macht, so entsteht die verzögerte Bewegung. Wenn dabei die der anfänglichen Geschwindigkeit des Körpers entgegenwirkende Kraft auch noch in ihrer Stärke unveränderlich, also constant ist, z. B. wenn ein sich gleich bleibender Reibungswiderstand der Bewegung entgegenwirkt, so muss auch die Anfangsgeschwindigkeit in den aufeinander folgenden gleichen Zeiten (Secunden) eine gleiche Abnahme erleiden. In diesem Falle nennt man die Bewegung eine gleichförmig verzögerte. 109

Ein Beispiel zu der gleichförmig verzögerten Bewegung bietet uns die Bewegung eines mit einer gewissen Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfenen Körpers. Je nachdem die anfangs ihm ertheilte Wurfgeschwindigkeit grösser oder kleiner ist, steigt er auf eine grössere oder geringere Höhe, wobei seine Geschwindigkeit durch die constant bleibende Wirkung der Schwere in gleichen Zeittheilen um gleich viel abnimmt, bis sie zuletzt Null wird und der Körper einen Augenblick stillsteht. Die gleichförmig verzögerte Bewegung ist dann zu Ende, und der Körper beginnt im nächsten Augenblicke den freien Fall in gleichförmig beschleunigter Bewegung.

Um zu den Gesetzen zu gelangen, nach welchen die gleichförmig verzögerte Bewegung vor sich geht, nehmen wir wieder, wie in §. 108 an, dass die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers c Fuss sei. Wirkte keine Kraft der Richtung der Bewegung entgegen, so würde der Körper in Folge des Beharrungsvermögens diese Geschwindigkeit beibehalten und in t Secunden einen Weg von $t \, . \, c$ Fuss zurücklegen. Bei der gleichförmig verzögerten Bewegung wirkt aber der ursprünglichen Geschwindigkeit eine constante Kraft ununterbrochen entgegen, welche an und für sich auf den ruhenden Körper eine gleichförmig beschleunigte Bewegung hervorgerufen haben würde. Nennen wir auch hier wieder diejenige Geschwindigkeit, welche diese Kraft dem ruhenden Körper in der ersten Secunde ertheilt haben würde, g Fuss, so ist klar, dass, wenn die Kraft in derselben Stärke der Anfangsgeschwindigkeit c Fuss des Körpers gerade entgegen wirkt, diese in jeder Secunde um g Fuss vermindert werden muss; die Anfangsgeschwindigkeit c Fuss ist daher nach einer Secunde noch $c - g$ Fuss, nach zwei Secunden $c - 2\,g$ Fuss und nach t Secunden nur noch $c - g \, . \, t$ Fuss. Bezeichnen wir daher allgemein die Endgeschwindigkeit des Körpers nach t Secunden mit v, so ist

$$v = c - g \, . \, t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{I})$$

Als beharrender Körper würde er mit der blossen Anfangsgeschwindigkeit c Fuss in t Secunden den Weg $t \, . \, c$ Fuss zurücklegen. Die seiner Geschwindigkeit gerade entgegengesetzt wirkende Kraft aber bewirkt, dass er in t Secunden nach der entgegengesetzten Richtung den Weg $\frac{g}{2} \, . \, t^2$ Fuss zurücklegt; daher ist der in t Secunden mit gleichförmig verzögerter Bewegung wirklich zurückgelegte Weg

$$s = c\,t - \frac{g}{2}\,t^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{II})$$

Aus der ersten Formel (I) geht sofort hervor, dass, da c eine unveränderliche, $g \, . \, t$ aber eine mit der Zeit t fortwährend wachsende Grösse ist, nothwendig einmal $c = g\,t$ werden muss. In diesem Falle ist aber $v = o$, d. h. der Körper hat gar keine Geschwindigkeit, er steht still und die verzögerte Bewegung ist zu Ende. Es tritt dieses ein, wenn $t = \frac{c}{g}$ ist.

Wenden wir dieses sogleich auf ein Beispiel an: ein Körper werde mit einer Geschwindigkeit von 250 Fuss vertical in die Höhe geworfen; wie viel Zeit gebraucht er, bis er seinen höchsten Punkt erreicht hat? — Die letzte Formel ergiebt für diese Zeit $t = \frac{250}{31^1/_4} = 8$ Secunden.

Die Formel (II) giebt den in der Zeit t durchlaufenen Weg an; will man hiernach wissen, wie gross der gesammte Weg ist, den der Körper in gleichförmig beschleunigter Bewegung zurücklegt, so hat man nur daran festzuhalten, dass die hierzu erforderliche gesammte Zeit $t = \frac{c}{g}$ ist. Setzt man daher diesen letzten Werth für t in die Formel (II) ein, so erhält man für den ganzen Weg s_1 der gleichförmig verzögerten Bewegung

$$s_1 = c \cdot \frac{c}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{c^2}{g^2} = \frac{c^2}{2g}; \qquad \text{(III)}$$

man nennt diesen Weg bei der unter dem Einflusse der Schwerkraft stehenden Bewegung eines vertical aufwärts geworfenen Körpers die Steighöhe.

Beispiele: 1. Welche Höhe erreicht ein mit 25 Fuss Anfangsgeschwindigkeit vertical aufwärts geworfener Körper, und wie viel Zeit gebraucht er zum Steigen?

Nach (III) ist $s_1 = \frac{25^2}{2 \cdot 31^1/_4} = 10$ Fuss.

Die Steigezeit ist $t = \frac{25}{31^1/_4} = 0{,}8$ Secunden.

2. Eine Kugel wurde mit einer Geschwindigkeit von 2000 Fuss vertical aufwärts abgeschossen; a) wie lange steigt sie? b) welche Höhe erreicht sie? c) mit welcher Geschwindigkeit kommt sie beim Herabfallen wieder in ihrem Ausgangspunkte an?

a. Steigezeit $t = \frac{2000}{31^1/_4} = 64$ Secunden;

b. Steigehöhe $s_1 = \frac{2000^2}{2 \cdot 31^1/_4} = 64000$ Fuss;

c. Da die Kugel, um zu ihrem Ausgangspunkte zurückzukommen, einen Weg von 64000 Fuss frei fallend durchläuft, so ist nach §. 105 die dazu erforderliche Zeit aus der Formel $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ zu ermitteln. Es ist $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 64000}{31^1/_4}}$

$= 64$ Secunden, und daher die Geschwindigkeit am Ende dieser Zeit $v = g \cdot t = 31^1/_4 \cdot 64 = 2000$ Fuss, also gerade so gross als die Anfangsgeschwindigkeit war, mit welcher der Körper in die Höhe stieg.

3. Die Geschwindigkeit einer Locomotive ist in dem Augenblicke, wo der Dampf abgeschlossen wird, 12 Meter. Durch Anbringen der Bremse und durch die übrigen Reibungswiderstände verliert sie in jeder Secunde 0,6 Meter an Geschwindigkeit. a) Welche Geschwindigkeit besitzt die Maschine noch nach 5 Secunden? b) Wie lange läuft sie nach erfolgter Dampfabsperrung noch fort, bis sie still steht? c) Welchen Weg durchläuft sie noch in dieser Zeit?

Es ist in diesem Falle die secundliche Geschwindigkeitsabnahme $g = 0{,}6$ Meter, daher ist

a) Die Geschwindigkeit nach 5 Secunden

$$v = 12 - 0{,}6 \cdot 5 = 9 \text{ Meter.}$$

b) Die Zeit der gleichförmig verzögerten Bewegung ist

$$t = \frac{c}{g} = \frac{12}{0{,}6} = 20 \text{ Secunden.}$$

c) Der Weg der gleichförmig verzögerten Bewegung ist

$$s_1 = \frac{c^2}{2g} = \frac{12^2}{2 \cdot 0{,}6} = 120 \text{ Meter.}$$

110 **Beziehungen zwischen dem freien Fall und der vertical aufwärts gerichteten Wurfbewegung der Körper.** — Nach dem vorigen Paragraphen verwendet ein mit der Anfangsgeschwindigkeit c Fuss vertical aufwärts geworfener Körper zum Steigen eine Zeit $t = \frac{c}{g}$ (wo $g = 31^1/_4$ Fuss ist), und er steigt auf eine Höhe $s_1 = \frac{c^2}{2g}$. Nachdem derselbe seinen höchsten Punkt erreicht hat, verwandelt sich die verzögerte Bewegung in eine gleichförmig beschleunigte und er beginnt seinen freien Fall abwärts. Untersuchen wir zunächst die Zeit t_1, die er gebraucht, um durch die Steighöhe wieder herabzufallen. Nach §. 105 ist beim freien Fall der in t_1 Secunden durchlaufene Weg

$$s = \frac{g}{2} \cdot t_1^2;$$

setzen wir für den Weg s die Steighöhe $\frac{c^2}{2g}$ ein, so ist

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{g}{2} \cdot t_1^2, \text{ also } t_1^2 = \frac{2c^2}{2g^2}, \text{ mithin } t_1 = \frac{c}{g};$$

genau dieselbe Zeit hatte aber auch der Körper zum Steigen gebraucht. Wir erhalten also das wichtige Resultat, dass ein Körper für eine und dieselbe Steighöhe eben so viel Zeit gebraucht zum Fallen, als zum Steigen. Wenn daher ein vertical aufwärts geworfener Körper 9 Secunden gebraucht, bis er frei fallend an seinem Ausgangspunkte wieder ankommt, so hat er $4\frac{1}{2}$ Secunden gebraucht zum Steigen und $4\frac{1}{2}$ Secunden zum Fallen.

Mit der Anfangsgeschwindigkeit c Fuss steigt der Körper in die Höhe und gebraucht zum Steigen $t = \frac{c}{g}$ Secunden. Eben so viel Zeit gebraucht er, wie wir eben gesehen haben, zum Fallen; beim freien Fall aber erreicht er nach $t = \frac{c}{g}$ Secunden eine Endgeschwindigkeit (§. 105, I.)

$$v = g \cdot \frac{c}{g} = c \text{ Fuss},$$

d. h. ein Körper kommt mit derselben Endgeschwindigkeit frei fallend an seinem Ausgangspunkte wieder an, mit welcher er vertical in die Höhe gestiegen war.

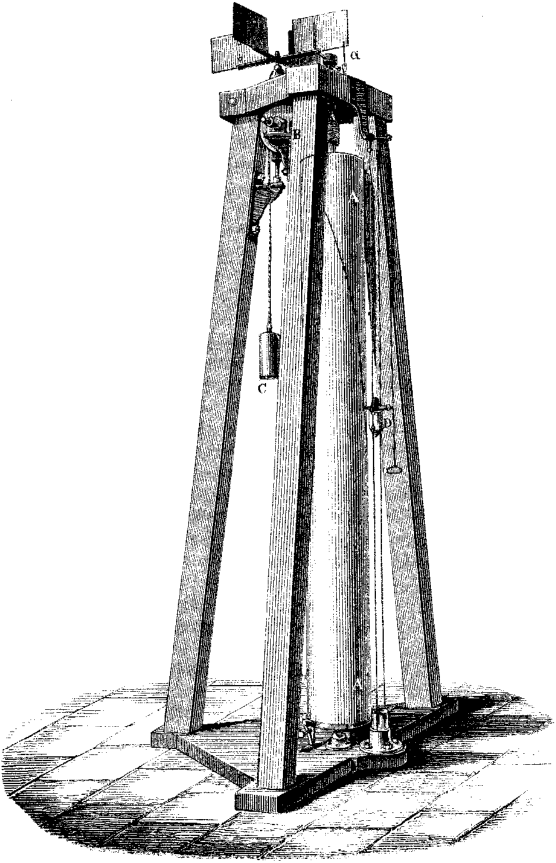
Die Aufgabe 2, c in §. 109 giebt ein Beispiel hierzu.

Eine Büchsenkugel, welche mit einer Geschwindigkeit von 600 Fuss vertical in die Höhe geschossen wird, kommt mit derselben Geschwindigkeit wieder in ihrem Ausgangspunkte an, und vermag daher auch, da ihre Wirkung nur durch ihre Masse und ihre Geschwindigkeit bedingt ist, bei ihrem Herunterfallen dieselben Zerstörungen, wie bei ihrem Aufsteigen aus der Büchse herbeizuführen.

Hiernach giebt die Tabelle des §. 106 auch die Höhen an, bis zu welchen die Körper vertical aufsteigen, wenn sie mit einer gegebenen Anfangsgeschwindigkeit in die Höhe geworfen werden. Die mit v bezeichnete Spalte enthält nämlich die Anfangsgeschwindigkeiten und die mit s überschriebene die entsprechenden Steighöhen.

Fallapparat von Morin. Da die Gesetze des freien Falles, wie wir sie in dem Vorhergehenden abgeleitet haben, sowohl an und für sich, als auch in ihrer Anwendung auf eine jede gleichförmig beschleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung von der grössten Wichtigkeit sind, so wol- 111 len wir dieselben nochmals an einem anderen von Morin erfundenen Fallapparate nachweisen.

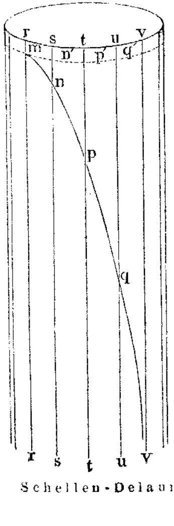
Fig. 192.



Ein vertical stehender Cylinder AA, Fig. 192, lässt sich vermittelst eines Laufwerkes BC in eine gleichförmige Drehung um seine Achse versetzen. Auf die Einzelheiten dieses Mechanismus kommt es hier nicht an, es mag hinreichend sein, darauf aufmerksam zu machen, dass die Bewegung des herabsinkenden Gewichtes und daher auch die Drehung des Cylinders eine beschleunigte ist, und dass, wie wir später sehen werden, zwei Paar Windflügel sehr bald eine gleichförmige Bewegung des Uhrwerkes und des Cylinders zu Stande bringen. Man erkennt die Gleichförmigkeit der Bewegung ohne Schwierigkeit an der gleich bleibenden Höhe des Tones, der durch das regelmässige Anschlagen der Windflügel gegen ein Fischbeinstäbchen a hervorgebracht wird.

Auf der Vorderseite des Apparates ist ein Gewicht D aufgehängt, welches mit einem die Oberfläche des Cylinders leicht berührenden Bleistifte versehen ist. Wenn man dieses Gewicht auslöst, so fällt es an dem Cylinder vorbei herunter; damit es nicht aus irgend einer Ursache von der verticalen Richtung abweiche, wird es durch zwei vertical gespannte Drähte, die durch vier entsprechend angebrachte Oesen des Gewichtes D hindurchgehen, in der richtigen Lage gehalten. Vermittelst einer Schnur kann man den Körper loslösen und das Fallen desselben eintreten lassen.

Fig. 193.



Wenn der Cylinder AA während des Falles des Gewichtes D sich nicht drehte, so würde der daran befestigte Stift eine gerade verticale Linie auf der Cylinderoberfläche aufzeichnen. Wenn umgekehrt der Cylinder sich dreht, während das Gewicht D in Ruhe bleibt, so beschreibt die Spitze des Bleistiftes auf der Cylinderoberfläche eine wagerechte Umfangslinie. Lässt man aber das Gewicht D herunterfallen, während der Cylinder sich gleichförmig rund dreht, so beschreibt der Stift des Gewichtes D eine Linie, die sowohl von der verticalen geraden, als auch von der horizontalen Kreislinie sehr verschieden ist. Offenbar hängt diese krumme Linie $mnpq$, Fig. 193, von dem Gesetze ab, nach welchem das Gewicht unter dem Einflusse der

Schwerkraft fällt; eine sorgfältige Untersuchung ihrer Gestalt muss daher zur Erkenntniss dieses Gesetzes selbst führen.

Um diese Untersuchung zu erleichtern, zieht man im Voraus auf der Oberfläche des Cylinders in gleichen Abständen die verticalen Linien rr, ss, tt, uu, vv, u. s. w. Die krumme Linie $mnpq$ schneidet dann diese Cylinderseiten in den Punkten m, n, p, q, welche auf verschiedenen Höhen liegen. Der Punkt m entspricht der Stellung des Bleistiftes für den Augenblick, wo das Gewicht D zu fallen beginnt. Nimmt man diesen Punkt als Anfangspunkt sowohl der Zeit, als der Bewegung, so hat sich der Cylinder in derselben Zeit so weit gedreht, dass die Linie ss an die Stelle der rr getreten ist, in welcher der Stift mit dem Gewichte D die Höhe $n'n$ durchlaufen hat. Während des gleichen nächstfolgenden Zeitraumes gelangt die Linie tt an die Stelle rr und empfängt daselbst von dem Bleistift die Marke p, ebenso wird nach Verlauf des dritten Zeittheiles der Punkt q aufgezeichnet. Hieraus folgt, dass das Gewicht D doppelt so viel Zeit gebraucht hat, um die Höhe $p'p$, als um $n'n$ zu durchlaufen, so wie dass die der Höhe $q'q$ entsprechende Fallzeit dreimal so gross ist, wie die der Höhe $n'n$. Misst man nun diese Höhen $n'n$, $p'p$, $q'q$, so findet man, dass sie sich verhalten wie die Zahlen 1, 4, 9; woraus man sieht, dass die gesammten Fallräume, vom Beginne der Bewegung an gerechnet, sich verhalten wie die Quadrate der Zeiten, die während der Bewegung verflossen sind.

Der vorstehende Apparat eignet sich nicht, wie die Atwood'sche Fallmaschine, zur unmittelbaren Beobachtung der Endgeschwindigkeiten; er zeigt zunächst nur das Gesetz über die durchlaufenen Wege, aber dieses Gesetz weist er auch mit einer Genauigkeit nach, wie es durch keine andere ähnliche Vorrichtung geschieht.

112 **Wirkungsweise der Kräfte bei der Erzeugung der Bewegung.** — Wir wollen jetzt aus den gefundenen Fallgesetzen einige Schlüsse ziehen über die Art und Weise, wie die Schwerkraft Bewegung erzeugt.

Der in der ersten Secunde durchlaufene Weg ist halb so gross, als die am Ende dieser Secunde erlangte Geschwindigkeit, nämlich $15\frac{5}{8}$ Fuss. Das Gesetz, wonach die Fallräume dem Quadrate der darauf verwandten Zeiten proportional sind, liefert daher folgende Resultate:

Der Körper durchläuft

in der ersten Secunde		$15^5/_8$	Fuss
in den zwei ersten Secunden . .	4mal	$15^5/_8$	„
in den drei ersten Secunden . .	9mal	$15^5/_8$	„
in den vier ersten Secunden . .	16mal	$15^5/_8$	„
in den fünf ersten Secunden . .	25mal	$15^5/_8$	„

Hieraus folgt, dass der Körper durchläuft

in der ersten Secunde		$15^5/_8$	Fuss
in der zweiten Secunde . . .	3mal	$15^5/_8$	„
in der dritten Secunde . . .	5mal	$15^5/_8$	„
in der vierten Secunde . . .	7mal	$15^5/_8$	„
in der fünften Secunde . . .	9mal	$15^5/_8$	„

u. s. w.

Ausserdem aber hat man, da die Endgeschwindigkeiten proportional zu den Zeiten wachsen,

als Geschwindigkeit

beim Anfange der zweiten Secunde . . .	2mal	$15^5/_8$	Fuss,
beim Anfange der dritten Secunde	4mal	$15^5/_8$	„
beim Anfange der vierten Secunde	6mal	$15^5/_8$	„
beim Anfange der fünften Secunde	8mal	$15^5/_8$	„

u. s. w.

Vergleichen wir diese einzelnen Resultate, so können wir daraus folgende bemerkenswerthe Schlüsse ziehen:

1. In der ersten Secunde treibt die Schwerkraft den Körper durch $15^5/_8$ Fuss.

2. In der zweiten Secunde würde der Körper vermöge der bereits erlangten Geschwindigkeit den Weg von 2mal $15^5/_8$ Fuss zurücklegen, wenn die Schwerkraft nicht mehr auf ihn wirkte; in Wirklichkeit durchläuft er aber 3mal $15^5/_8$ Fuss, demnach treibt ihn die Schwerkraft während der zweiten Secunde wieder durch $15^5/_8$ Fuss, welche er ohne Einwirkung der Schwere nicht durchlaufen hätte.

3. Wenn in der dritten Secunde die Schwerkraft nicht mehr wirkte, würde der Körper vermöge der am Ende der zweiten Secunde bereits erlangten Endgeschwindigkeit den Weg 4mal $15^5/_8$ Fuss zurücklegen: in Wirklichkeit durchläuft er aber in der dritten Secunde den Weg 5mal $15^5/_8$ Fuss, so dass also auch in der dritten Secunde die Schwerkraft allein ihn durch $15^5/_8$ Fuss weiter treibt, die er ohne Einwirkung dieser Kraft nicht durchlaufen haben würde.

Hiernach kann man also allgemein sagen, dass die auf den fallenden Körper wirkende Schwerkraft ihn in jeder Secunde um $15^5/_8$ Fuss weiter treibt, als wenn er sich während dieser Zeit nur vermöge der im Anfange derselben bereits erlangten Geschwindigkeit bewegt hätte.

Da am Ende einer jeden Secunde die erlangte Geschwindigkeit um 2mal $15^5/_8$ Fuss grösser ist, als zu Anfang dieser Secunde, so kann man allgemein auch sagen, dass die Schwerkraft dem fallenden Körper in jeder Secunde einen gleichen Zuwachs an Geschwindigkeit, nämlich 2mal $15^5/_8 = 31^1/_4$ Fuss, ertheilt, wie gross auch die Geschwindigkeit sein mag, welche er am Anfange dieser Secunde bereits gehabt hat.

Aus allem Diesem folgt, was wir bereits früher in §. 108 und 109 angenommen haben, dass die Schwerkraft auf einen frei fallenden Körper stets in derselben Weise und mit unveränderter Stärke wirkt, welches auch die bereits erlangte Geschwindigkeit sein mag.

Eine jede constante Kraft, von welcher Natur sie auch sei, wirkt offenbar nach denselben Gesetzen, denen die Schwerkraft unterliegt, so dass das vorstehende Gesetz auch auf jede andere ähnliche Kraft ohne alle Einschränkung anwendbar ist.

Es scheint jedoch, dass unter gewissen Umständen einige Thatsachen mit diesem letzteren Gesetze in Widerspruch stehen. Wenn z. B. ein Fass auf einem ebenen und horizontalen Boden liegt, kann man ihm durch fortwährend wiederholte Stösse mit der Hand eine immer raschere Bewegung ertheilen; man fühlt aber, dass man zu Anfang der Bewegung einen grösseren Druck ausüben muss, als später. In dem Maasse, als das Fass schneller dahinrollt, beschleunigt man seine Geschwindigkeit immer weniger und endlich kommt der Augenblick, wo man die Bewegung überhaupt gar nicht mehr beschleunigen kann. Man erkennt indessen bei einiger Ueberlegung leicht, dass sich dieser Fall sehr wohl unterscheidet von der Bewegung eines frei fallenden Körpers. Je schneller nämlich das Fass dahinrollt, desto mehr vermindert sich der von der Hand ausgeübte Druck gegen dasselbe, und wenn das Fass die grösste Geschwindigkeit erlangt hat, mit welcher ein Mensch zu laufen im Stande ist, wird es nicht mehr möglich sein, ihm noch ferner einen Stoss zu geben und seine Geschwindigkeit zu vergrössern. Die Vermehrung der Geschwindigkeit des Fasses hat also eine Verminderung der treibenden Kraft zur Folge und daher ist man um so weniger im Stande die Bewegung desselben zu beschleunigen, je grösser seine Geschwindigkeit ist. Die bewegende Kraft bleibt also im Verlaufe der Bewegung nicht constant, das Fass entzieht sich immer mehr der Wirkung der bewegenden Kraft, während sich ein fallender Körper, wie gross auch seine Geschwindigkeit sein mag, der Einwirkung der Schwere durchaus nicht zu entziehen vermag.

Wenn zwei Kräfte unter durchaus gleichen Verhält- 113
nissen auf einen und denselben Körper einwirken, so verhalten sich die Geschwindigkeiten, welche in gleichen Zeiten dem Körper von den Kräften ertheilt werden, wie die Kräfte selbst. Dieser Satz lässt sich mit Hülfe der Atwood'schen Fallmaschine auf folgende Weise darthun:

Fig. 194.

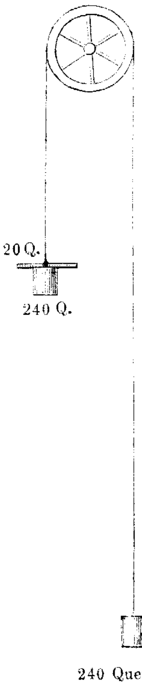
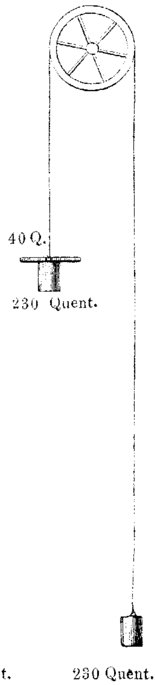


Fig. 195.



Man hängt zuerst an den beiden Enden des Fadens zwei Körper auf, von denen jeder 240 Quentchen oder Gramm wiegt und legt auf denjenigen von ihnen, der sich an dem Maassstabe vorbeibewegt, ein Uebergewicht von 20 Quentchen oder Gramm auf (Fig. 194). Dieses Uebergewicht erzeugt dann die Bewegung und man kann auf die früher angegebene Weise die Geschwindigkeit bestimmen, welche der Körper am Ende der ersten Secunde erlangt.

Hierauf ersetzt man die beiden Körper von 240 Quentchen durch zwei andere von 230 Quentchen, und das Uebergewicht von 20 Quentchen durch ein anderes von 40 Quentchen, Fig. 195, und bestimmt wieder die Endgeschwindigkeit am Ende der ersten Secunde.

In jedem dieser beiden Fälle beträgt das Gesammtgewicht der drei sich bewegenden Körper 500 Quentchen, so dass man annehmen kann, dass ein und derselbe Körper in Bewegung versetzt worden ist, im ersten Falle durch eine Kraft von 20 Quentchen, im zweiten Falle durch eine Kraft von 40 Quentchen. Der Versuch lehrt nun, dass die in der ersten Secunde erlangte Geschwindigkeit im zweiten Falle doppelt so gross ist, als im ersten Falle. Wenn man einen dritten Versuch macht und wieder ein Gesammtgewicht von 500 Quentchen durch ein Uebergewicht von 160 Quentchen in Bewegung versetzt, so ergiebt sich, dass die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde das Dreifache von der Endgeschwindigkeit ist, welche derselbe Körper in dem ersten Falle erlangt hatte. Es folgt also hieraus, dass sich die in derselben Zeit erlangten Endgeschwindigkeiten verhalten, wie die Kräfte selbst, die sie in einem und demselben Körper erzeugt haben.

Es ist dieses Gesetz nur eine Folge des allgemeinen Gesetzes, dass sich die gleichartigen Wirkungen zweier Kräfte von stetiger Einwirkung verhalten, wie die Kräfte selbst; die Endgeschwindigkeiten, die derselbe Körper unter dem Einflusse der verschiedenen Kräfte in derselben Zeit erlangt, sind aber nichts Anderes, als zwei gleichartige Wirkungen dieser Kräfte. Von welcher Art diese Kräfte sonst sind, ob der stetige Druck von einer gespannten Feder, von einem comprimirten Gase, von einem magnetischen Pole oder von der Schwerkraft der Erde herrührt, ist offenbar ganz gleichgültig; es ist nur erforderlich, dass die Kraft für die Dauer der Bewegung stets die gleiche Stärke und die gleiche Richtung beibehalte.

114 Nach vorstehenden Gesetzen kann man nicht bloss die Geschwindigkeit berechnen, welche irgend eine gegebene Kraft einem Körper von gegebenem Gewichte mitzutheilen im Stande ist, wenn sie während einer bestimmten Zeit regelmässig und ununterbrochen auf ihn einwirkt, sondern man kann auch umgekehrt die Grösse der Kraft berechnen, welche erforderlich ist, um bei stetiger Einwirkung während einer gegebenen Zeit einen Körper von bestimmtem Gewichte in eine gegebene Geschwindigkeit zu versetzen.

Um diese und ähnliche für die Praxis so sehr wichtigen

Fragen lösen zu können, wollen wir zunächst den Gegenstand allgemeiner behandeln und uns folgende Aufgabe stellen:

Wenn ein constanter Druck von K Pfund während der Zeit von t Secunden auf einen Körper von p Pfund stetig einwirkt, wie gross ist die nach t Secunden erlangte Endgeschwindigkeit und welche Wegstrecke wird der Körper in dieser Zeit durchlaufen?

Da die Kraft in gleichbleibender Stärke ununterbrochen auf den Körper einwirkt, so ist die Bewegung jedenfalls eine gleichförmig beschleunigte und die in §. 105 für eine solche Bewegung aufgestellten Formeln sind auch auf den vorliegenden Fall anwendbar, mit dem Unterschiede jedoch, dass der Werth des Buchstabens g hier nicht $31^1/_4$ Fuss ist. Es ist klar, dass dieser Werth von g, d. h. die Endgeschwindigkeit des Körpers am Ende der ersten Secunde, sowohl von der Grösse der wirkenden Kraft, als auch von dem Gewichte des zu bewegenden Körpers abhängt; der Werth von g wird offenbar um so grösser, je grösser die treibende Kraft ist, dagegen um so kleiner, je schwerer der zu bewegende Körper ist.

Bezeichnet man die Endgeschwindigkeit, welche das Gewicht p am Ende der ersten Secunde erlangt hat, mit g_1, so können wir durch Anwendung des am Schlusse des vorigen Paragraphen aufgestellten Gesetzes folgende Proportion aufstellen, wobei man nur zu beachten hat, dass eben die Schwerkraft der Erde in ihrer Wirkung auf den zu bewegenden Körper p Pfund ist:

$$K : p = g_1 : g, \text{ also ist}$$

$$g_1 = \frac{K}{p} \cdot g,$$

wo g wie immer die Endgeschwindigkeit $31^1/_4$ Fuss der ersten Secunde beim freien Fall ist. Setzt man diesen Werth von g_1 in die Formeln des §. 105 an die Stelle von g ein, so erhält man für die Geschwindigkeit des Gewichtes p Pfund nach t Secunden

$$v = \frac{K}{p} \cdot g t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{I})$$

und für den Weg, den das Gewicht p Pfund unter dem Drucke von K Pfund in t Secunden zurücklegt,

$$s = \frac{K}{p} \cdot \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{II})$$

Die Anwendung dieser Formeln auf specielle Fälle wird dieselben dem Verständnisse nach näher führen und zugleich als Nachweis dienen, wie wichtig dieselben für die Praxis sind.

Erste Aufgabe. Welche Geschwindigkeit wird irgend eine Kraft von 25 Pfund einem 140 Pfund schweren Körper ertheilen, wenn sie 3 Secunden lang auf ihn einwirkt?

Nach der Formel (I) ist:

$$v = \frac{25}{140} \cdot 31\frac{1}{4} \cdot 3 = 16{,}74 \text{ Fuss.}$$

Zweite Aufgabe. Welche Kraft ist erforderlich, um einen 140 Pfund schweren Körper in einer Secunde in eine Geschwindigkeit von 6 Fuss zu versetzen?

Aus derselben Formel (I) findet man:

$$K = \frac{p \cdot v}{g \cdot t},$$

also ist die gesuchte Kraft:

$$K = \frac{140 \cdot 6}{31\frac{1}{4} \cdot 1} = 26{,}88 \text{ Pfund.}$$

Dritte Aufgabe. In der Windbüchse wird die Kugel durch die Ausdehnung der zusammengepressten Luft aus dem Laufe getrieben. Gesetzt die Bleikugel wiege $^6/_{13}$ Loth und der Druck der comprimirten Luft gegen die Kugel sei unveränderlich 7200 Loth, was in der Wirklichkeit nahe der Fall ist, wenn die Luft 100fach verdichtet wird. Wenn nun die Kugel von dem Augenblicke an, wo man durch Oeffnen des Ventils die Luft gegen dieselbe wirken lässt, $^1/_{600}$ Secunde im Laufe verweilt, welche Geschwindigkeit erreicht dann die Kugel im Momente, wo sie den Lauf verlässt?

Die Formel (I) giebt als Auflösung:

$$v = \frac{7200}{^6/_{13}} \cdot 31\frac{1}{4} \cdot {}^1/_{600} = 812\frac{1}{2} \text{ Fuss.}$$

In der Wirklichkeit trifft jedoch die oben gemachte Voraussetzung, dass der Druck der Luft gegen die Kugel von unveränderlicher Stärke sei, nicht zu, weil mit der Ausdehnung der Luft ihr Druck immer mehr abnimmt; dann ist auch auf Reibung keine Rücksicht genommen, so dass in der Wirklichkeit die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel den Lauf der Windbüchse verlässt, geringer ist als $812\frac{1}{2}$ Fuss, wogegen bei den gezogenen Büchsen der Druck der durch die Entzündung des Pulvers erzeugten und sich ausdehnenden Gase der Kugel eine Geschwindigkeit von 2000 Fuss zu geben im Stande ist.

115 Wenn ein Körper von p Pfund Gewicht bereits eine Anfangsgeschwindigkeit von c Fuss besitzt, und es wirkt nun ein Druck

von K Pfund in unveränderlicher Stärke t Secunden lang in gerade entgegengesetzter Richtung auf ihn ein, so erhält man die Formeln, welche seine Bewegung ausdrücken auf dieselbe Weise und durch dieselben Schlussfolgerungen wie in §. 109. Es ist daher für diesen Fall unter Anwendung des Werthes $\frac{K}{p}g$ für die durch die Kraft K Pfund erzeugte Endgeschwindigkeit der ersten Secunde:

$$v = c - \frac{K}{p} g t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

und

$$s = c t - \frac{K}{p} \frac{g}{2} t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

Aus der Formel (I) folgt sofort, dass die verzögerte Bewegung zu Ende kommt, wenn $v = o$ wird; dieses ist der Fall, wenn

$$c = \frac{K}{p} g t$$

ist, und hieraus ergiebt sich für die Dauer der verzögerten Bewegung in Secunden:

$$t = \frac{c \,.\, p}{g \,.\, K} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

Die Formel (II) giebt den Weg, den der von dem Druck K getriebene Körper in t Secunden durchläuft; setzt man in diese Formel für t den zuletzt (III) gefundenen Werth, so erhält man offenbar den Gesammtweg, den der Körper unter dem Druck K überhaupt zu durchlaufen vermag. Dieser Weg ist daher:

$$s = c \cdot \frac{c \,.\, p}{g \,.\, K} - \frac{K g}{p \,.\, 2} \cdot \frac{c^2\, p^2}{g^2\, K^2} = \frac{c^2 \,.\, p}{2 g K} \quad \ldots\ldots \quad \text{(IV)}$$

Die folgenden Beispiele geben zu einer Anwendung dieser einfachen Beziehungen Veranlassung:

Erste Aufgabe. Ein Bahnzug hat in dem Augenblick, wo die Dampfabsperrung erfolgt, eine Geschwindigkeit von 40 Fuss erreicht, so dass er von nun an nur als beharrender Körper weitergehen kann. Dieser Bewegung wirken die Reibung und der Widerstand der Luft entgegen, von denen wir annehmen wollen, dass sie von unveränderlicher Grösse sind und daher als eine gleichförmig verzögernd wirkende Kraft behandelt werden können. Auf Eisenbahnen beträgt dieser Widerstand gewöhnlich $\frac{1}{200}$ der bewegten Last. Das Gewicht des ganzen Zuges sei 100000 Pfund. Es fragt sich, nach wie viel Secunden, von dem Augenblick der Dampfabsperrung an gerechnet, der Zug in Stillstand kommt, und welchen Weg er in dieser Zeit noch durchlaufen muss?

Der Anfangsgeschwindigkeit $c = 40$ Fuss wirkt hier ein beständiger Druck, nämlich der Widerstand der Reibung entgegen. Dieser Druck ist nach vorstehender Annahme $\frac{1}{200}$ der bewegten Last, also ist $K = \frac{1}{200} \cdot 100000 = 500$ Pfund, während die Last selbst, oder $p = 100000$ Pfund ist. Nach der Formel (III) ist daher die Zeit, die der Zug noch gebraucht, um in Stillstand zu kommen:

$$t = \frac{40 \cdot 100000}{31^1/_4 \cdot 500} = 256 \text{ Sec.} = 4 \text{ Min. } 16 \text{ Sec.}$$

Nach geschehener Absperrung des Dampfes durchläuft der Zug, bis er stille steht, noch den Weg (Formel IV):

$$s = \frac{40^2 \cdot 100000}{2 \cdot 31^1/_4 \cdot 500} = 5120 \text{ Fuss.}$$

Auch hier weicht das Resultat der Rechnung von der Wirklichkeit etwas ab, weil wir angenommen haben, dass die Widerstände während der ganzen Dauer der Bewegung denselben Werth behalten, wogegen, wie wir später sehen werden, Reibung und Luftwiderstand von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig sind.

Zweite Aufgabe. Wenn man annimmt, dass der Widerstand, welchen die Erdschichten dem Eindringen von Pfählen, von Kugeln u. s. w. entgegensetzen, ohne erheblichen Fehler als gleichförmig wirkend betrachtet werden kann, so erhält man, wenn Pfähle in die Erde eingetrieben, Kugeln gegen einen Erdwall abgeschossen werden, Beispiele einer gleichförmig verzögerten Bewegung. Es sei das Gewicht einer Kugel 25 Pfund; dieselbe werde mit einer Geschwindigkeit von 1000 Fuss gegen einen Erdwall abgeschossen und dringe 2 Fuss tief in denselben ein. Es fragt sich, wie gross der Widerstand ist, den die Erdschichten dem Vordringen der Kugel entgegensetzen?

Wenden wir die Formel (IV) an, so ist $s = 2$, $c = 1000$, $p = 25$ und K noch näher zu bestimmen. Nun ist:

$$2 = \frac{1000^2 \cdot 25}{2 \cdot 31^1/_4 \cdot K}, \text{ also } K = \frac{1000^2 \cdot 25}{2 \cdot 2 \cdot 31^1/_4} = 200000 \text{ Pfund.}$$

16 **Masse eines Körpers; Quantität der Bewegung oder Bewegungsgrösse.** Da alle Körper im luftleeren Raume gleich

schnell fallen (§. 100), auch die Schwingungen eines Pendels, welche ebenfalls durch die Anziehungskraft der Erde erzeugt werden, von der Natur des an dem schwingenden Faden aufgehängten Körpers unabhängig sind, so giebt es in der Anziehung der Erde gegen die materiellen Punkte (Atome) verschiedener Körper keinen specifischen Unterschied. Ein Pfund Blei oder ein Pfund Gold hat daher ebenso viele materielle Punkte, als ein Pfund Wasser oder ein Pfund Luft. Ein Pfund ist nämlich nichts Anderes, als ein ganz bestimmter aus der Summe aller Anziehungskräfte der Erde gegen die einzelnen materiellen Punkte hervorgehender Druck auf eine horizontale Unterlage. Ist nun, wie wir eben behauptet und früher begründet haben, der Zug der Schwere gegen jeden materiellen Punkt, sei er Blei oder Wasser oder Luft, gleich stark, so muss auch jeder andere gleiche von der Schwere erzeugte Druck, z. B. der eines Pfundes, eine gleiche Anzahl von materiellen Punkten voraussetzen.

Unter der Masse eines Körpers versteht man die Summe aller seiner materiellen Punkte, von denen ein jeder einem gleichen Zuge der Schwere ausgesetzt ist. Man könnte hiernach als Einheit der Massen diejenige Masse wählen, welche sich in einem Körper von einem Pfund vereinigt findet, wenn es sich nicht aus anderen Rücksichten empfehlen würde, eine andere Masseneinheit den ferneren Untersuchungen zu Grunde zu legen.

Wenn eine constante Kraft von einem Pfund, sei es die Schwerkraft oder eine andere Kraft, auf einen Körper, der ein Pfund wiegt, eine Secunde lang einwirkt, so wird demselben dadurch eine Geschwindigkeit von $g = 31\frac{1}{4}$ Fuss ertheilt. Wollte man durch dieselbe Kraft von einem Pfund einer andern Masse nur eine Geschwindigkeit von einem Fuss in der Secunde ertheilen, so müsste die Masse offenbar g mal oder $31\frac{1}{4}$ mal so gross als die eines Pfundes sein. Nimmt man diese Masse, welche durch die Einwirkung einer constanten Kraft von einem Pfund in einer Secunde von der Ruhe aus in eine Geschwindigkeit von einem Fuss versetzt wird, als Einheit der Masse an, so ist klar, dass ein Körper, der ein Pfund wiegt, eine g mal oder $31\frac{1}{4}$ mal so kleine Masse, also nur eine Masse von $\frac{1}{g}$ oder $\frac{4}{125}$ hat, weil dieser Körper in derselben Zeit von derselben Kraft eine g mal so grosse Geschwindigkeit bekommt.

Nach der vorstehend bezeichneten und jetzt fast allgemein angenommenen Masseneinheit hat daher ein Körper von einem Pfund die Masse $\frac{1}{g}$, also hat ein Körper von p Pfund die Masse $\frac{p}{g}$. Man findet also die Masse eines beliebigen Körpers, bezogen auf die eben angegebene Masseneinheit, wenn man sein in Pfunden ausgedrücktes Gewicht durch die Zahl $g = 31\frac{1}{4}$ dividirt. Bezeichnet man demnach die Masse eines Körpers mit m, sein Gewicht mit g, so haben wir die Beziehung:

$$m = \frac{p}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Wenn $p = g$ wird, so wird $n = 1$; also enthält ein Körper diejenige Masse, welche wir als Einheit gewählt haben, wenn sein Gewicht gleich ist $31\frac{1}{4}$ Pfund. Ein Körper, der $15\frac{5}{8}$, $62\frac{1}{2}$, $93\frac{3}{4}$ Pfund wiegt, hat demnach bez. die Masse $\frac{1}{2}$, 2, 3.

Wenden wir diese Erörterungen über den Zusammenhang zwischen der Masse und dem Gewichte eines Körpers auf die in §. 114 entwickelten Formeln (I) und (II) an, so ist nach (I):

$$v = \frac{K}{p}\, g t,$$

multiplicirt man auf beiden Seiten mit p und dividirt durch g, so ist:

$$v \,.\, \frac{p}{g} = K \,.\, t;$$

für $\frac{p}{g}$ kann man aber nach dem Vorigen die Masse m des Gewichtes p setzen, es ist daher auch:

$$v \,.\, m = K \,.\, t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

d. h. *das Product aus der bewegten Masse in die erreichte Geschwindigkeit ist gleich dem Producte aus dem constanten Druck in die Zeit, während welcher sie gewirkt hat.*

Man nennt dieses Product aus der Masse eines Körpers und seiner Geschwindigkeit die *Quantität der Bewegung* oder die *Bewegungsgrösse*. Wie man sieht, ist die Bewegungsgrösse einer in Bewegung befindlichen Masse nicht bloss abhängig von der bewegenden Kraft K, sondern zugleich von der *Zeit, während der sie gewirkt hat*; sie ist nämlich das Product aus der bewegenden Kraft und der Dauer ihrer Wirksamkeit. Je kleiner diese Zeit ist, während welcher die Kraft auf den Körper einwirkt, desto grösser muss die Kraft sein, um dem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen;

es ist daher nicht möglich einen ruhenden Körper augenblicklich in eine Bewegung von gegebener Geschwindigkeit zu versetzen. Auch in den Fällen, wo durch Schlag oder Stoss ein Körper sehr schnell von der Ruhe in Bewegung gesetzt wird, wirkt die Kraft nicht momentan, sondern während einer bestimmten, wenn auch unmessbar kleinen Zeit, es hätte ja sonst die Kraft unendlich gross sein müssen. Nur in dem Falle, dass zwei bewegende Kräfte während einer gleichen Zeit auf zwei verschiedene Massen eingewirkt haben, verhalten sich die Bewegungsgrössen dieser Massen, wie die bewegenden Kräfte. Ist die Dauer der Kraftwirkung eine Secunde, so ist nach der letzten Gleichung $v \,.\, m = K$, also ist eine Kraft gleich der Bewegungsgrösse, welche sie einem Körper durch die stetige Einwirkung auf denselben während einer Secunde mittheilt.

Wollte man also die Frage aufwerfen, wie viel Kraft erforderlich sei, um einer Kugel von 25 Pfund Gewicht eine Geschwindigkeit von 2000 Fuss zu ertheilen, so ist dieselbe so lange unbestimmt und daher nicht zu beantworten, als nicht hinzugefügt wird, in wie viel Secunden diese Geschwindigkeit erreicht werden soll. Die vorstehende Formel (II) giebt zunächst nur, da die Masse der Kugel $m = \frac{25}{31^1/_4} = \frac{4}{5}$ ist,

$$K \,.\, t = 2000 \,.\, \frac{4}{5} = 1600.$$

Ist nun die Dauer der Einwirkung der Kraft $t = 1$ Secunde, so ist die erforderliche Kraft 1600 Pfund, ist aber diese Dauer nur $^1/_{10}$ Secunde, so ist die gesuchte Kraft:

$$K = \frac{1600}{\frac{1}{10}} = 16000 \text{ Pfund};$$

für $t = {}^1/_{100}$ Secunde erhält man $K = 160000$ Pfund u. s. w.

Die zur Erzeugung einer bestimmten Geschwindigkeit erforderliche Arbeitsgrösse einer constanten Kraft. 117
In dem Vorhergehenden haben wir gesehen, dass auf eine Masse, die aus dem Zustande der Ruhe in einen bewegten Zustand versetzt werden soll, eine Kraft einige Zeit lang einwirken muss. Wir haben ferner in §. 96 bereits auseinandergesetzt, dass die Wirkungsgrösse einer Kraft, welche man **Arbeit** nennt, das Product ist aus dem constanten Druck in den Weg, auf welchem dieser thätig ist; wir wollen nun untersuchen, in

welchem Zusammenhange diese Arbeit der Kraft, die Masse des bewegten Körpers und die Geschwindigkeit desselben stehen.

Bezeichnen wir daher wieder die Kraft, welche mit unveränderter Intensität und stets nach derselben Richtung auf einen Körper wirkt, mit K, das Gewicht des Körpers mit p, seine Masse m also mit $\frac{p}{g}$, und nehmen wir an, dass die Kraft K während t Secunden auf die Masse m einwirke, um sie aus dem Ruhezustande in die Geschwindigkeit c zu versetzen, und dass sie dabei den Weg s durchlaufe, so ist aus §. 114 zunächst nach (I):

$$c = \frac{K}{p}\, g t, \text{ also } t = \frac{c p}{K g},$$

und nach (II) ist:

$$s = \frac{K}{p} \cdot \frac{g}{2}\, t^2$$

oder nach Einsetzung des Werthes $t^2 = \frac{c^2 p^2}{K^2 g^2}$:

$$s = \frac{K}{p} \cdot \frac{g \cdot c^2 p^2}{2 \cdot K^2 g^2} = \frac{c^2 p}{2 K \cdot g}.$$

Da aber $\frac{p}{g}$ die Masse des Körpers m ist, so ist auch $s = \frac{m \cdot c^2}{2 K}$, also wenn man mit K beiderseits multiplicirt:

$$K \cdot s = \frac{m \cdot c^2}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (\mathrm{I})$$

Nun ist aber $K \cdot s$ oder das Product aus der constanten Kraft in den Weg, durch welchen hindurch sie wirkt, die Arbeit der Kraft, welche sie entwickelt, bis sie die Masse m in die Geschwindigkeit c versetzt hat; wir gelangen daher zu dem Satze: Die Arbeit, welche eine constante Kraft entwickeln muss, um eine ruhende Masse in eine bestimmte Geschwindigkeit zu versetzen, ist gleich dem halben Producte aus der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit.

Ein Beispiel wird dieses noch näher erläutern:

Ein Eisenbahnwagen von 100 Centner Gewicht soll durch zwei Männer in Bewegung gebracht werden, indem sie, jeder mit 30 Pfund Druck, dagegen drücken. Der Wagen steht auf horizontalem Geleise und die Reibung beträgt $\frac{1}{250}$ der Last.

Welche Arbeitsgrösse ist erforderlich, um den Wagen in eine Geschwindigkeit von $3^3/_4$ Fuss zu versetzen?

Zunächst ist die Masse des Wagens $m = \frac{10000}{31^1/_4} = 320$, die zu erzeugende Geschwindigkeit $c = 3^3/_4$ Fuss; die hierzu erforderliche Arbeit der Kraft K Pfund ist daher, wenn s den durchlaufenen Weg in Fuss bezeichnet, nach (I):

$$K \cdot s = \frac{320 \cdot 3^3/_4{}^2}{2} = 2250 \text{ Fusspfund.}$$

In dem vorliegenden Falle ist ausserdem noch der von den beiden Arbeitern ausgeübte Druck $2 \times 30 = 60$ Pfund; die Reibung aber beträgt $\frac{1}{250} \cdot 10000 = 40$ Pfund; es bleibt also als wirksamer constanter Druck gegen den Wagen nach Abzug des zur Ueberwindung der Reibung erforderlichen Drucks noch übrig $K = 60 - 40 = 20$ Pfund. Aus der letzten Formel ergiebt sich dann auch noch, dass der Wagen einen Weg $s = \frac{2250}{20} = 112^1/_2$ Fuss zurücklegt, bis er in die Geschwindigkeit $3^3/_4$ Fuss versetzt worden ist.

Die Arbeitsfähigkeit oder Arbeitskraft einer in Bewegung befindlichen Masse ist das Vermögen einer Masse, eine gewisse Arbeit in einer gewissen Zeit zu verrichten. Um die Grösse der Arbeitsfähigkeit der Masse m, welche die Geschwindigkeit c Fuss hat, zu finden, nehmen wir an, dass derselben von einer gewissen Zeit an eine constante Kraft K, z. B. ein Reibungswiderstand, so lange entgegenwirke, bis die Geschwindigkeit der Masse erschöpft und diese in Ruhe gekommen ist. Indem die sich bewegende Masse den constanten Druck K Pfund auf die Wegstrecke s Fuss überwindet, entwickelt sie eine Arbeit von $K \cdot s$ Fusspfund, wobei sie selbst ihre Bewegung nach und nach verliert. Wir wollen diese Arbeitskraft $K \cdot s$ der sich bewegenden, einem Gewichte von p Pfund entsprechenden Masse nun näher berechnen. Offenbar sind auf diesen Fall die in §. 115 entwickelten Formeln anwendbar, da hier wie dort die Aufgabe vorliegt, die Bewegungsformeln zu finden, wenn einem Körper von p Pfund, der die Geschwindigkeit c Fuss hat, eine constante Kraft K Pfund t Secunden lang entgegenwirkt. Die Formel (IV) giebt den Weg s an, durch welchen sich der Körper während der Dauer der seiner Geschwindigkeit entgegengesetzten Krafteinwirkung noch bewegt, bis er nach und 118 nach seine Anfangsgeschwindigkeit ganz verloren hat. Es ist nämlich:

$$s = \frac{c^2 p}{2 K g};$$

der Ausdruck $\frac{p}{g}$ bezeichnet aber die Masse m des bewegten Körpers; es ist also $p = m \cdot g$, welchen Werth man in die letzte Formel für p einsetzen kann. Es ist dann nach Aufhebung von g:

$$s = \frac{m \cdot c^2}{2 K},$$

also:

$$K \cdot s = \frac{m \cdot c^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

d. h. die Arbeitsfähigkeit, welche eine Masse m entwickeln kann, wenn sie auf einen Widerstand so lange einwirkt, bis ihre Geschwindigkeit erschöpft ist, ist gleich dem halben Producte aus der Masse in das Quadrat ihrer Anfangsgeschwindigkeit.

Ein Eisenbahnzug, der ein Gewicht von 100000 Pfund und in dem Augenblick, wo der Dampf abgesperrt wird, eine Geschwindigkeit von 20 Fuss hat, hat hiernach eine Arbeitsfähigkeit von

$$K \cdot s = \frac{1}{2} \cdot \frac{100000}{31^1/_4} \cdot 20^2 = 640000 \text{ Fpfd.};$$

wenn der Zug dabei einen Weg $s = {}^1/_4$ preuss. Meile $= 6000$ Fuss zurücklegt, bis er in Ruhe kommt, so war der Widerstand, welcher ihm entgegengewirkt hat,

$$K = \frac{640000}{6000} = 106^2/_3 \text{ Pfund.}$$

119 **Die lebendige Potenz einer bewegten Masse.** Vergleicht man die in den beiden letzten Paragraphen gewonnenen Resultate (I), so gelangt man zu dem höchst wichtigen Schlusse, dass die von einer constanten Kraft zu leistende Arbeit, um einer ruhenden Masse eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, genau so gross ist, als die Arbeit, welche diese Masse mit dieser Geschwindigkeit wieder leisten kann, bis sie zur Ruhe gelangt. Beide Arbeiten, die Arbeitsgrösse (§. 117) wie die Arbeitsfähigkeit (§. 118), werden durch denselben Ausdruck $\frac{m \cdot c^2}{2}$ berech-

net, den man die lebendige Kraft oder die lebendige Potenz der Masse nennt. Es ist indessen dieser Ausdruck insofern nicht misszuverstehen, als er nicht eine Kraft im eigentlichen Sinne des Wortes, die in Pfund oder Kilogramm ausgedrückt wird, sondern eine Arbeit bezeichnet und daher nach Fusspfunden oder Kilogrammmetern bemessen wird.

Damit eine ruhende Masse in eine gewisse Geschwindigkeit versetzt werde, muss eine ausser ihr thätige Kraft eine gewisse Arbeit verrichten; die in Bewegung versetzte Masse nimmt diese Arbeit in sich auf und verhält sich in dieser Beziehung wie ein Reservoir, das die aufgewandte Arbeit in sich ansammelt; die Masse verhält sich also dabei receptiv. Von dem Augenblicke an, wo die Kraft zu wirken aufhört, wird sie, wenn sie Widerstand findet, activ; sie beginnt mit ihrer erlangten Geschwindigkeit, die sie arbeitsfähig macht, selbst zu arbeiten und sie vermag genau dieselbe Arbeit, die sie vorhin empfangen hat, wieder zu verrichten.

Die Masse, sagt Redtenbacher in seinen vortrefflichen „Principien der Mechanik und des Maschinenbaues", verhält sich zu den Kräften gleichsam wie ein Gefäss zu einer Flüssigkeit. Sowie das Gefäss Flüssigkeiten in sich aufnimmt und denselben dann seine eigene Form mittheilt, ebenso nimmt eine Masse Wirkungen (Arbeit) in sich auf und sie erscheinen dann in Form von lebendiger Kraft; und gleich wie ein Gefäss nicht mehr Flüssigkeit abgeben kann, als es empfangen hat, ebenso kann auch eine Masse keine grössere Wirkung abgeben, als sie in sich aufgenommen hat. Hierdurch spricht sich die rein passive Natur der Masse ganz deutlich aus, indem sie aus sich selbst keine Thätigkeit zu erzeugen, dagegen aber Thätigkeiten, welche Kräfte entwickeln, in sich aufzunehmen, aber auch wieder abzugeben vermag. Wird eine Masse durch eine Kraft getrieben, so nimmt sie die Wirkungen, welche dieselbe entwickelt, in sich auf, wird sodann die Kraft beseitigt und die Masse sich selbst, d. h. ihrer eigenen passiven Natur überlassen, so bewegt sie sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit fort, conservirt oder erhält also in sich die empfangene Wirkung so lange, bis sie ihr durch irgend eine Gegenkraft entzogen wird, wodurch sie dann in den Zustand der Ruhe zurückkehrt. Wenn man sich erlaubt, die Worte lebendig und todt in der weiteren Bedeutung zu gebrauchen, dass man Alles, was die Fähigkeit zu wirken, d. h. was eine Wirkungsfähigkeit in sich besitzt, lebendig, und Alles, was eine solche Fähigkeit nicht besitzt, todt nennen darf, so kann man einen ruhenden Körper einen todten, einen in Bewegung befindlichen Körper einen lebendigen nennen. Und da die Lebenskraft oder die lebendige Kraft eines belebten Körpers nach der Thätigkeit zu beurtheilen ist, die derselbe zu entwickeln vermag, so erscheint es sehr bezeichnend, dass man das Product aus einer Masse in das Quadrat ihrer Geschwindigkeit (oder auch die Hälfte desselben), wodurch die in der Masse enthaltene Wirkungsfähigkeit gemessen wird, lebendige Kraft genannt hat.

Abgesehen von allen bildlichen Vorstellungen bedeutet die lebendige Kraft einer Masse einerseits die Wirkungsgrösse, welche erforderlich war, um sie in einen gewissen Bewegungszustand zu versetzen oder die Wirkungs(Arbeits-)grösse, welche die Masse in sich aufgesammelt hat, während sie aus dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung versetzt wurde; andererseits wird durch die lebendige Kraft die Wirkungsfähigkeit (Arbeitskraft) ausgedrückt, welche eine Masse in sich besitzt, wenn sie sich in einem gewissen Bewegungszustande befindet.

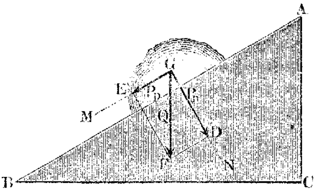
120 **Die Bewegung eines Körpers auf einer schiefen Ebene.** Wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene herabfällt, so geschicht dieses in Folge derselben Kraft, welche auch den freien verticalen Fall verursacht, nämlich der Schwerkraft der Erde, nur mit dem Unterschiede, dass bei dem freien Falle (wie wir sogleich näher sehen werden), die Schwerkraft mit grösserer Intensität auf den Körper einwirkt, als bei dem Falle auf der schiefen Ebene. Da bei dem Falle auf der schiefen Ebene wie beim freien Falle die Kraft constant und continuirlich auf den Körper einwirkt, so muss, wie bereits oben näher ausgeführt worden ist, die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte sein und daher nach den in §. 105 aufgestellten Formeln vor sich gehen. Bezeichnen wir daher die Geschwindigkeit, die der Körper beim Falle auf der schiefen Ebene am Ende der ersten Secunde erlangt, mit g_1, die Geschwindigkeit nach t Secunden mit v, den durchlaufenen Weg mit s, so ist nach §. 105:

$$v = g_1 \cdot t \text{ und } s = \frac{g_1}{2} \cdot t^2,$$

es bleibt daher der Werth von g_1, der offenbar von der Steigung der schiefen Ebene abhängt, noch näher zu bestimmen.

Wir stellen zu diesem Ende in Fig. 196 das Gewicht des Körpers oder die Schwerkraft, welche beim freien Falle auf den Körper wirkt, durch die Linie GF dar und zerlegen diese Kraft in die beiden Seitenkräfte GE und GD, von denen die letztere durch den Widerstand der Ebene aufgehoben wird, die erstere aber die Kraft ist, welche den Körper auf der schiefen Ebene herabtreibt. Da die Kraft GE constant und continuirlich wirkt, wie die Kraft GF, so verhalten sich nach §. 113 diese Kräfte wie ihre gleichartigen Wirkungen oder wie die Geschwindigkeiten, welche sie in den ersten Secunden einem und demselben Körper ertheilen. Die Kraft GF ertheilt dem Körper in der ersten Secunde die Geschwindigkeit $g = 31\frac{1}{4}$ Fuss, die kleinere Kraft GE aber giebt ihm eine kleinere Geschwindigkeit, die wir g_1 genannt haben; es ist daher:

Fig. 196.



$$GF : GE = g : g_1,$$

und hieraus

$$g_1 = \frac{GE}{GF} \cdot g = \frac{AC}{AB} \cdot g = \frac{H}{L} \cdot g,$$

wenn wir wie früher mit H und L die Höhe und die Länge der schiefen Ebene bezeichnen. Setzt man diesen Werth von g_1 in die obigen Formeln ein, so ist für den Fall auf der schiefen Ebene:

$$v = \frac{H}{L} \cdot g t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(I)}$$

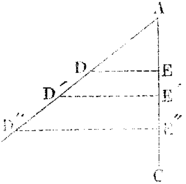
$$s = \frac{H}{L} \cdot \frac{g}{2} t^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(II)}$$

Man ersieht hieraus, dass man für den schiefen Fall die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde erhält, wenn man $31\frac{1}{4}$ Fuss mit dem Verhältnisse $\frac{H}{L}$ multiplicirt. Ist z. B. die Höhe der schiefen Ebene nur ein Drittel der Länge, so ist die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde $\frac{1}{3} \cdot 31\frac{1}{4} = 10\frac{5}{12}$ Fuss, woraus sich der in der ersten Secunde durchlaufene Weg zu $\frac{1}{2} \cdot 10\frac{5}{12} = 5\frac{5}{24}$ Fuss ergiebt. Auf einer Eisenbahn mit 5%

Steigung, d. h. welche auf jede 100 Fuss Länge um 5 Fuss ansteigt, erlangen hiernach die durch ihr Gewicht herabrollenden Wagen in der ersten Secunde eine Geschwindigkeit von $\frac{1}{20} \cdot 31\frac{1}{4} = 1\frac{9}{16}$ Fuss, und in einer Minute schon eine Geschwindigkeit von $60 \times 1\frac{9}{16} = 93\frac{3}{4}$ Fuss, also mehr als das Doppelte derjenigen Geschwindigkeit, welche die Dampfkraft auf der horizontalen Bahn ihnen zu ertheilen pflegt. Freilich sind dabei die Reibungswiderstände und der Widerstand der Luft ausser Acht gelassen, aber immer wird noch eine sehr bedeutende Geschwindigkeit übrig bleiben, wenn auch diesen Widerständen Rechnung getragen wird.

Ist die Höhe der schiefen Ebene nur $\frac{1}{125}$ der Länge, so ist die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde $\frac{1}{125} \cdot 31\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ Fuss und der in der ersten Secunde durchlaufene Weg nur $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ Fuss $= 1\frac{1}{2}$ Zoll. Wir haben bereits in §. 101 gesehen, dass dieses der Grund war, wesshalb Galiläi die Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung an dem Fall auf der schiefen Ebene erforschte.

Fig. 197.



Wenn in Fig. 197 ein Körper durch die Strecke AD auf der schiefen Ebene herabfällt, so hat er im Punkte D eine bestimmte Geschwindigkeit erlangt, die man aus den beiden vorhergegangenen Formeln leicht finden kann, wenn man in (I) an die Stelle von t den aus der Formel (II) gezogenen Werth $\sqrt{\frac{2 \cdot s}{g} \cdot \frac{L}{H}}$ einsetzt. Man kann dieselbe jedoch sofort aus der in §. 105 (III) aufgestellten Formel erhalten, wenn man daselbst an die Stelle von g den der schiefen Ebene entsprechenden Werth $\frac{H}{L} \cdot g$ und an die Stelle von s den Weg $AD = L$ setzt. Es ist hiernach die Geschwindigkeit des Körpers im Punkte D:

$$v = \sqrt{2 L g \cdot \frac{H}{L}} = \sqrt{2 g \cdot H} \quad \ldots \ldots \quad \text{(III)}$$

Fällt dagegen der Körper durch die der Länge AD entsprechende Höhe AE vertical frei herab, so ist die Geschwindigkeit im Punkte E nach §. 105 (III), wenn wir sie v_1 nennen und an die Stelle von s den Weg $AE = H$ setzen,

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot H} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(IV)}$$

Durch Vergleichung der beiden Formeln (III) und (IV) ergiebt sich:

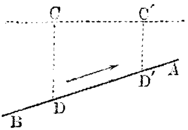
$$v = v_1,$$

d. h. die Geschwindigkeit, die der Körper auf der schiefen Ebene im Punkte D erlangt hat, ist dieselbe, welche er beim freien Fall im Punkte E erreichen würde. Ebenso ist leicht nachzuweisen, dass die Geschwindigkeiten in den Punkten D' und E' in D'' und E'' paarweise einander gleich sind, so dass man ganz allgemein sagen kann:

Die Geschwindigkeit, welche ein Körper durch die alleinige Wirkung seines Gewichtes beim Herabfallen auf einer schiefen Ebene in irgend einem Augenblick erlangt hat, ist dieselbe, als die Geschwindigkeit des freien Falles, welche der verticalen Höhe, um die er sich gesenkt hat, entspricht.

Wenn ein Körper längs einer geneigten Ebene AB, Fig. 198, hinaufgestossen wird, wie es der Pfeil andeutet, so verzögert sich seine Anfangsgeschwindigkeit unter der entgegengesetzten Wirkung der Schwere, deren eine Seitenkraft ihn fortwährend am Aufsteigen zu hindern strebt. Die Abnahme der Geschwindigkeit beim Ansteigen von D nach D' ist daher genau gleich der Zunahme der Geschwindigkeit, die er bei einer abwärts gerichteten Bewegung erlangen würde. Hieraus folgt,

Fig. 198.



dass, wenn der Körper in D die der Höhe CD zukommende Fallgeschwindigkeit besitzt, er in D' nur noch die der Höhe $C'D'$ zukommende Fallgeschwindigkeit besitzen wird, wobei die beiden Punkte C und C' in derselben Horizontallinie liegen.

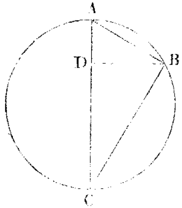
Aus der Formel (II) folgt noch für die Zeit t_1, die ein Körper gebraucht, um durch die Strecke s auf der schiefen Ebene zu fallen:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g} \cdot \frac{L}{H}}.$$

Es sei nun AC, Fig. 199 (a. f. S.), der vertical stehende

Durchmesser d eines Kreises und AB, BC zwei beliebige Sehnen, die einen Endpunkt des Durchmessers mit diesem gemein haben.

Fig. 199.



Fällt ein Körper vertical, also frei, durch den Durchmesser $AC = d$, so ist nach §. 105 (II) $d = \frac{g}{2} t^2$, also ist die dazu erforderliche Zeit

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}}.$$

Fällt ein Körper durch die Sehne AB auf der schiefen Ebene AB, zu welcher die Höhe AD gehört, wonach $AB = L$, $AD = H$ ist, so ist die hierzu erforderliche Zeit, wie wir eben gesehen haben,

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\ AB}{g} \cdot \frac{AB}{AD}}.$$

Die beiden Dreiecke ADB und ABC sind aber ähnlich, weil sie den Winkel A mit einander gemein und die beiden Winkel ADB und ABC als rechte Winkel gleich haben; es ist daher $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$. Setzt man dieses letzte Verhältniss an die Stelle des ersteren in die letzte Formel ein, so ist

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\ AB}{g} \cdot \frac{AC}{AB}} = \sqrt{\frac{2 \cdot AC}{g}} = \sqrt{\frac{2d}{g}}.$$

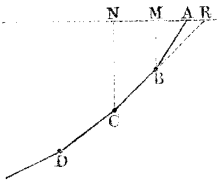
Vergleicht man die beiden Werthe von t und t_1 mit einander, so ergiebt sich, dass sie einander gleich sind. Auf gleiche Weise lässt sich nachweisen, dass auch die Zeit, welche ein Körper gebraucht, um durch die Länge der Sehne BC zu fallen, dieselbe ist, welche er gebraucht, um durch den Durchmesser AC frei zu fallen. Wir kommen daher zu folgendem Satze:

Der vertical stehende Durchmesser eines Kreises wird in derselben Zeit frei durchlaufen, in welcher ein Körper irgend eine von einem Endpunkte des Durchmessers ausgehende und eine schiefe Ebene bildende Sehne dieses Kreises durchläuft.

121 **Bewegung eines Körpers in einer krummen Bahn.** Bei der Bewegung eines Körpers in einer krummlinigen Bahn wird er beim Hinabfallen nach und nach verschiedene Ge-

schwindigkeiten annehmen, welche sich nach dem Vorstehenden leicht bestimmen lassen. Zu diesem Ende theilen wir die krumme Linie in mehrere Theile AB, BC, CD.. Fig. 200, welche so klein genommen werden können, dass sie als gerade Linien und demnach wie Theile von geneigten Ebenen erscheinen. Bewegt sich der Körper von A bis B, so erlangt er in B die der Höhe BM entsprechende Fallgeschwindigkeit. Indem er sich hierauf in der Richtung BC weiter bewegt, befindet er sich in denselben Verhältnissen, wie wenn er sich auf

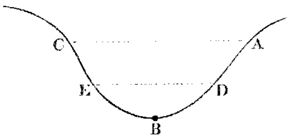
Fig. 200.



der geneigten Ebene RBC bewegte und vom Punkt R ausgegangen wäre; wenn er daher in C angekommen ist, so hat er die der Höhe CN entsprechende Geschwindigkeit des freien Falles. Wenn man in dieser Weise die Bewegung des Körpers in den einzelnen Theilen der Kurve AD verfolgt, so ergiebt sich, dass er in irgend einem Punkte stets diejenige Fallgeschwindigkeit erlangt, welche der verticalen Höhe dieses Punktes unter dem Ausgangspunkte A entspricht.

Hiernach ist es leicht, sich von den Eigenthümlichkeiten der Bewegung eines Körpers in gekrümmter Bahn, so weit dieselben durch die besondere Form der Bahn bedingt sind, Rechenschaft zu geben. Bewegt sich der Körper auf der krummen Linie ABC, Fig. 201, indem er von A ausgeht, so sinkt er mit immer wachsender Geschwindigkeit bis zum tiefsten Punkte B; in diesem Punkte hat er eine Geschwindigkeit erlangt, welche der Höhe der Horizontallinie AC über dem Punkte B entspricht. Vermöge dieser erlangten Ge-

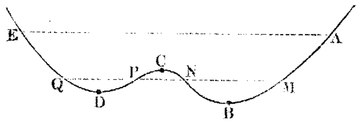
Fig. 201.



schwindigkeit steigt er gegen den Punkt C auf; da aber die Schwere fortwährend seine Bewegung zu verzögern strebt, nimmt seine Geschwindigkeit dergestalt ab, dass er beim Durchgange durch irgend einen Punkt E nur noch diejenige Geschwindigkeit besitzt, mit welcher er früher durch den gleich hoch gelegenen Punkt D hindurchging. In dem Augenblicke, wo er den mit A in gleicher Höhe liegenden Punkt C erreicht, wird seine Geschwindigkeit Null; die Schwere treibt ihn nun zum Punkte B zurück, welchen er vermöge der erlangten Geschwindigkeit überschreitet; er steigt dann bis zu dem Punkte A hinauf, sinkt hierauf wieder zurück und setzt solchergestalt seine Bewegung ins Unendliche fort, wenn nicht durch entgegenwirkende Kräfte, z. B. durch den Luftwiderstand, eine Aenderung in dieser Bewegung herbeigeführt wird.

Wenn sich der Körper in der Linie $ABCDE$, Fig. 202, bewegen müsste, so würde er von A aus zuerst bis B herabsinken, dann nach C aufsteigen, diesen Punkt überschreiten um nach D wieder herabzufallen, und hierauf bis zu dem mit A in gleicher Höhe liegenden Punkte E sich erheben. Von diesem Punkte E an, wo seine Geschwindigkeit Null ist, würde ihn die Schwere in der entgegengesetzten Richtung durch den Weg $EDCBA$ zurücktreiben; in A würde er einen Augenblick verweilen, um sich dann wieder wie vorhin bis E zu bewegen u. s. w. Bei einer solchen Bewegung ist die Geschwindigkeit des Körpers jedesmal, wenn er sich in einer und derselben Horizontalebene befindet, dieselbe, und demnach werden die Geschwindigkeiten in den vier Punkten M, N, P, Q einander gleich sein.

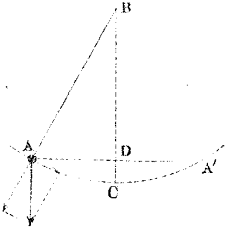
Fig. 202.



122 **Das einfache Pendel.** Ein schwerer Körper A von geringer Ausdehnung, Fig. 203, z. B. eine kleine Bleikugel, welcher an dem unteren Ende eines dünnen an dem oberen Ende befestigten Fadens aufgehängt ist, bildet ein e i n f a c h e s P e n d e l. Der Körper A befindet sich im Gleichgewichte, wenn der Faden vertical hängt, weil dann sein Gewicht mit der Span-

Fig. 203.

Fig. 204.



nung des Fadens sich ausgleicht; in diesem Falle hat man ein einfaches Bleiloth, dessen man sich zur Prüfung der verticalen Stellung einer Linie oder einer Ebene bedient. Wenn man aber den Körper A aus dieser verticalen Lage in die Lage AB, Fig. 204, bringt, so hört das Gleichgewicht auf; das Gewicht des Körpers zerlegt sich in zwei Seitenkräfte, von denen die eine die Richtung BA des Fadens hat und aufgehoben wird, die andere aber senkrecht gegen den Faden BA gerichtet ist und den Körper A in die Gleichgewichtslage C zurückzuführen strebt. Der Körper A, der auf diese Weise in Bewegung gesetzt worden ist, muss nothwendig einen Kreisbogen beschreiben, dessen Halbmesser BA ist; die Bewegung erfolgt daher ganz so, wie wir es in dem vorigen Paragraphen dargestellt haben. Demgemäss wird A mit immer zunehmender Geschwindigkeit gegen den Punkt C herabfallen und bei seiner Ankunft in dem tiefsten Punkte C seiner Bahn eine der Fallhöhe DC entsprechende Geschwindigkeit erlangt haben. Vermöge dieser Geschwindigkeit steigt er zu dem mit A in gleicher Höhe liegenden Punkte A' auf, bewegt sich alsdann zurück bis zum Punkte A u. s. w. Auf diese Weise macht das Pendel eine Reihe von Schwingungen zwischen den äussersten Lagen BA und BA', die, wenn keine widerstehende Kräfte der Bewegung entgegen wirkten, ohne Aufhören ins Unendliche fortdauern würden. In der Wirklichkeit aber bemerkt man, dass der Winkel ABA' zwischen den beiden äussersten Lagen, welchen man die Amplitude nennt, immer kleiner und zuletzt Null wird, wobei dann das Pendel zur Ruhe kommt; diese allmälige Abnahme der Amplitude rührt von dem Widerstande her, den die Luft und die Aufhängung des Pendels im Punkte B der Bewegung entgegensetzen.

Schwingungsdauer. — Die Zeit, welche das Pendel gebraucht, um aus der Lage BA, Fig. 204, in die andere äusserste Lage BA' zu gelangen, heisst die Schwingungsdauer des Pendels. Diese Zeit ist, wenn die Amplitude ABA' oder der Winkel ABC klein genug ist, für alle Amplituden dieselbe und also nur von der Länge AB des Pendels abhängig. Könnte man den Bogen AC mit voller Strenge als eine gerade Linie ansehen, so wäre diese letztere eine Sehne des Kreises, der BC zum Halbmesser hat. Denken wir uns den Kreis ganz ausgezogen und den Halbmesser BC bis zu einem Durchmesser verlängert, so ist nach dem am Schlusse des §. 120 ausgesproche- 123 nen Gesetze die Zeit, die der Körper A gebraucht, um durch die Sehne AC zu fallen, ebenso gross, als die Zeit, die er gebrauchen würde, um durch den verticalen Durchmesser von der Länge $2 . BC$ zu fallen. Diese Zeit ist aber nach §. 105 (II) leicht zu finden. Bezeichnen wir die Länge BC des Pendels mit l, so ist der Kreisdurchmesser $2 BC = 2 l$; die dieser Höhe entsprechende Fallzeit wird dann gefunden durch die Formel $2 l = \frac{g}{2} \cdot t^2$, woraus sich für die Zeit selbst ergiebt:

$$t = 2 \sqrt{\frac{l}{g}};$$

dieselbe Zeit würde der Körper A auch gebrauchen, um durch die geradlinige Sehne AC zu fallen. In der Wirklichkeit aber fällt der Körper A nicht durch die Sehne, sondern durch den Bogen AC, und da sich der Bogen der Verticalen mehr annähert, als die Sehne, so ist der Fall durch den Bogen AC geschwinder, als durch die zugehörige Sehne. Die analytische Mechanik lehrt nun, dass man die Schwingungsdauer, die dem Bogen AC entspricht, findet, wenn man die der Sehne AC entsprechende Zeit mit $1/4$ der Zahl $\pi = 3 1/7$, welche bekanntlich das Verhältniss des Kreisumfanges zum Durchmesser ausdrückt, multiplicirt. Man hat daher die oben berechnete Zeit noch mit $\frac{\pi}{4}$ zu multipliciren, um die Schwingungsdauer zu erhalten, die das Pendel gebraucht, um den Bogen AC zu durchlaufen. Diese Zeit ist daher $t = \frac{\pi}{4} \cdot 2 \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}}$; und da der Körper A dieselbe Zeit gebraucht, um auch den Bogen CA' zu durchlaufen, so ist die Dauer einer ganzen Schwingung

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

wo, wie immer, g die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde beim freien Fall ist.

Aus dieser Formel folgt, dass, wenn die Länge des Pendels sich um irgend ein Vielfaches ändert, die Schwingungsdauer sich um die Quadratwurzel dieses Vielfachen ändert. Wenn z. B. die Länge eines Pendels 9mal so gross ist, als die eines anderen, so ist die Schwingungsdauer des ersteren 3mal so gross, als die des letzteren. Bezeichnet man allgemein die Dauer einer Schwingung eines zweiten Pendels von der Länge l_1 mit t_1, so ist

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}, \text{ also ist}$$

$$t : t_1 = \sqrt{l} : \sqrt{l_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

d. h. die Schwingungszeiten zweier Pendel verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus ihren Längen. Um also Pendel zu erhalten, deren Schwingungszeiten sich wie die Zahlen 1, 2, 3 verhalten, muss man ihnen Längen geben, welche den Zahlen 1, 4, 9 proportional sind.

Man nennt die Anzahl von Schwingungen, welche ein Pendel in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Minute, macht, die Schwingungszahl für diese Zeit. Nun ist klar, dass diese Schwingungszahl in demselben Verhältnisse kleiner ist, je grösser die Dauer einer einzigen Schwingung ist. Wenn demnach ein Pendel eine 2, 3mal so grosse Schwingungsdauer hat, als ein anderes, so macht jenes in derselben Zeit 2, 3mal weniger Schwingungen, als dieses. Bezeichnet man daher die Schwingungsdauer zweier Pendel mit t und t_1, und die entsprechenden Schwingungsanzahlen in derselben Zeit mit n und n_1, so ist immer

$$t : t_1 = n_1 : n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

Bisher ist stets angenommen worden, dass die Geschwin- 124
digkeit, die ein frei fallender Körper am Ende der ersten Secunde in Folge der Wirkung der Schwerkraft erlangt, unverändert $31\frac{1}{4}$ Fuss ist, eine Zahl, die wir in allen bisherigen Rechnungen mit g bezeichnet haben. Diese Annahme ist jedoch nur dann ganz zulässig, wenn die Wirkung der Schwerkraft auf einen und denselben Körper überall von gleicher Stärke ist. Wegen der Abweichung der Erde von der Kugelgestalt und aus anderen Gründen, die, wie wir später sehen werden, aus ihrer Achsendrehung hervorgehen, ist die Wirkung der Schwerkraft nicht an allen Orten gleich; sie ist stärker an den Polen, als am Aequator; auch nimmt sie noch mehr ab, je weiter man sich von dem Mittelpunkte der Erde entfernt. Da jedoch die Unterschiede in dem Werthe von g nur sehr klein sind, so hat man dafür in den verschiedenen Ländern einen mittleren Werth angenommen. Für Preussen gebraucht man den Werth $g = 31\frac{1}{4}$ preussische Fuss, in Oesterreich ist $g = 31{,}03$ Wiener Fuss, in Frankreich ist $g = 9{,}81$ Meter, in England hat man $g = 32{,}2$ englische Fuss.

Bezeichnet man mit g und g_1 die Schwerewirkungen an zwei verschiedenen Orten der Erde, mit t und t_1 die Schwingungszeiten eines und desselben Pendels von der Länge l an diesen beiden Orten, so ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ und } t_1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g_1}},$$

woraus folgt

$$t : t_1 = \sqrt{\frac{1}{g}} : \sqrt{\frac{1}{g_1}} = \sqrt{g_1} : \sqrt{g}.$$

Wenn man die Schwingungszahlen dieses Pendels in derselben Zeit an den beiden Orten der Erde beziehlich mit n und n_1 bezeichnet, so ist nach (III) auch

$$t : t_1 = n_1 : n;$$

aus diesen beiden letzten Proportionen folgt dann weiter

$$\sqrt{g} : \sqrt{g_1} = n : n_1, \text{ oder}$$

$$g : g_1 = n^2 : n_1^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(I)}$$

d. h. die Wirkungen der Schwerkraft an zwei verschiedenen Orten der Erde verhalten sich, wie die Quadrate der Schwingungszahlen, welche ein und dasselbe Pendel in derselben Zeit daselbst macht.

125 **Secundenpendel.** — Nach §. 123 (I) ist $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$; erhebt man beide Seiten dieser Gleichung ins Quadrat and berechnet man den Werth von g, so findet man

$$g = \frac{\pi^2 . l}{t^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(I)}$$

woraus man g für jeden Ort der Erde berechnen kann, wenn die Länge l und die zugehörige Schwingungszeit t des Pendels bekannt ist.

Wenn man die erste Gleichung wieder quadrirt and dann daraus l berechnet, so findet man:

$$l = \frac{g t^2}{\pi^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(II)}$$

und kann hieraus, wenn g bekannt ist, die Länge l eines Pendels berechnen, welches eine gegebene Schwingungsdauer haben soll. Will man z. B. für den Ort, für welchen $g = 31^1/_4$ Fuss ist, die Länge eines Secundenpendels, d. h. desjenigen einfachen Pendels kennen, welches in jeder Secunde eine Schwingung macht, so hat man $\pi = 3^1/_7$ oder richtiger $= \frac{355}{113}$, $t = 1$, $g = 31^1/_4$ zu setzen; die letzte Formel giebt dann:

$$l = \frac{31\frac{1}{4} \cdot 1}{\left(\frac{355}{113}\right)^2} = 3{,}166 \text{ Fuss.}$$

Wollte man ein Pendel mit $\frac{1}{2}$ Secunde Schwingungsdauer bilden, so müsste dessen Länge nur $\frac{1}{4}$ der vorstehenden, also gleich 0,791 Fuss sein.

Die Berechnung der Länge des Secundenpendels für einen bestimmten Ort der Erde setzt die Kenntniss des Werthes g für diesen Ort voraus. Man kann aber die Länge des Secundenpendels direct messen, wenn man durch astronomische Hülfsmittel ein Pendel darzustellen vermag, welches genau in einer Secunde eine Schwingung vollführt. Die tüchtigsten Astronomen, unter Anderen die Franzosen Arago und Biot, und insbesondere Bessel in Königsberg, haben sich mit diesem Gegenstande vielfach beschäftigt; die grosse Vollendung in der Ausführung der Messwerkzeuge, welche wir der neueren Zeit verdanken, in Verbindung mit dem grossen Scharfsinne der Astronomen, mit welchem sie alle störenden Nebeneinflüsse von den Beobachtungen fern zu halten gewusst haben, hat bei der Herstellung und der Messung des Secundenpendels eine Genauigkeit herbeigeführt, die an Schärfe mit den besten astronomischen Messungen wetteifern kann. Aus diesen Messungen ergiebt sich, dass die Länge l des Secundenpendels beträgt:

zu Paris 0,98245 Meter, in London 0,99412 Meter,
in Königsberg 0,99411 Meter.

Aus den so gefundenen Längen des Secundenpendels lässt sich dann mittelst der Formel (I) der Werth von g oder die Intensität der Schwerkraft an den genannten Orten leicht berechnen, indem $t^2 = 1$ und $\pi^2 = 9{,}8696$ ist. Hiernach ist z. B. für Königsberg $g = 9{,}8696 \times 0{,}99441 = 9{,}8144$ Meter.

Zusammengesetztes Pendel. Unsere bisherigen Unter- 126
suchungen beruhen auf der Voraussetzung, dass das Pendel ein einfaches oder ein mathematisches sei, dass der Faden kein Gewicht habe und der daran aufgehängte Körper sich auf einen materiellen Punkt reducire; der Buchstabe l bezeichnet dabei die Länge des Fadens vom oberen Aufhängepunkt bis zu dem unteren materiellen Punkte. Ein solches einfaches Pendel ist aber in der Wirklichkeit nur annähernd darzustellen, und desshalb konnten auch die älteren Messungen, die mit solchen Pendeln gemacht wurden, nur annähernd richtige Resultate liefern.

Wenn ein Pendel aus einem materiellen Faden und einem schweren Körper besteht, so ist dasselbe kein einfaches Pendel mehr, wie dünn auch der Faden und wie klein auch der Körper sein mag, den man daran aufgehängt hat. Die Pendel, welche zur Regulirung der Uhren dienen und aus einer materiellen Stange mit einem daran gehängten linsenförmigen Körper bestehen, sind von dem einfachen Pendel weit entfernt. Pendel dieser Art nennt man zusammengesetzte oder physische Pendel.

Bei der Bewegung eines zusammengesetzten Pendels schwingen alle Körpertheilchen, aus denen es zusammengesetzt ist, in derselben Weise; die Schwingungsdauer des einen ist gleich der aller übrigen. Wenn aber diese Körpertheilchen einzeln mittelst biegsamer und gewichtloser Fäden mit dem Aufhängepunkte verbunden wären und ein jedes unabhängig von dem andern schwingen könnte, so würden sie ebenso viele einfache Pendel von verschiedener Länge und sehr ungleicher Schwingungsdauer bilden; die Theilchen, welche dem Aufhängepunkte am nächsten lägen, würden schneller, die entfernteren langsamer schwingen. Wenn nun alle diese Körpertheilchen zu einem einzigen grösseren Körper verbunden sind und in dieser Weise ein zusammengesetztes Pendel bilden, so kann die gemeinschaftliche Schwingungsdauer nur dadurch entstehen, dass in Folge der gegenseitigen Verbindung die Bewegung der einen Körpertheilchen verzögert und die der anderen beschleunigt wird. Zwischen den ersteren und den letzteren werden Theilchen liegen, deren Bewegung weder verzögert, noch beschleunigt ist, und welche in derselben Weise schwingen, als wenn sie allein vorhanden wären. Den Abstand irgend eines dieser letzteren Theilchen von dem Aufhängepunkt nennt man die Länge des zusammengesetzten Pendels; derselbe stellt offenbar die Länge des einfachen Pendels dar, welches dieselbe Schwingungsdauer hat, wie das zusammengesetzte. Da die dem Aufhängepunkte näher gelegenen Theilchen die entfernteren beschleunigen, so muss das zusammengesetzte oder physische Pendel eine grössere Länge erhalten, als das einfache oder mathematische, welches mit ihm eine gleiche Schwingungsdauer haben soll. Trägt man die Länge eines gleichzeitig schwingenden einfachen Pendels vom Aufhängepunkt an auf die Länge des zusammengesetzten ab, so heisst der Endpunkt der auf dem zusammengesetzten Pendel liegende Endpunkt des einfachen Pendels der Schwingungs-Mittelpunkt.

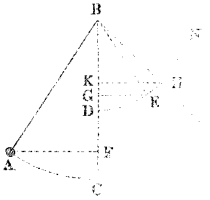
Die analytische Mechanik lehrt diese Länge finden, welches auch die Gestalt und der Stoff der einzelnen Theile des zusammengesetzten Pendels sei. Wenn das Pendel aus einer kleinen Bleikugel und einem dünnen Faden besteht, unterscheidet sich die Länge des gleichzeitig schwingenden einfachen Pendels nur sehr wenig von dem Abstande des Aufhängepunktes vom Mittelpunkte der Kugel; dieser Abstand ist es daher, welchen man für die Länge l des Pendels zu nehmen hat, wenn man sich der oben entwickelten Formeln bedienen will.

Bewegung der Schaukel. Die Schaukel besteht aus einer an Seilen aufgehängten Stütze, auf welche man sich setzt, um sich in der Luft zu wiegen. Die Seile, deren zwei oder vier vorhanden sind, werden an zwei in horizontaler Linie liegenden festen Punkten aufgehängt. Wenn die Schaukel in Bewegung gesetzt ist, schwingt sie um diese horizontale Linie wie um eine Achse und bildet auf diese Weise ein Pendel. Wird die Bewegung nicht unterhalten, so nehmen die auf einander folgenden Schwingungen immer kleinere Amplituden an, bis sie, wie wir bereits bemerkt haben, nach einiger Zeit ganz aufhören. 127

Wenn jedoch eine in der Schaukel aufrecht stehende Person ihrem Körper gewisse Bewegungen ertheilt, so kann sie die Schwingungsweite mehr und mehr vergrössern, so dass letztere, wenn sie ursprünglich auch sehr klein war, doch zuletzt sehr bedeutend wird. Diese Erscheinung lässt sich auf folgende Weise erklären.

Denken wir uns, das Pendel BA, Fig. 205, welches aus einem sehr dünnen Faden und dem kleinen Körper A besteht, sei so eingerichtet, dass es während der Zeit, wo es gegen die Verticale BC herabfällt, seine Länge unverändert beibehalte, dagegen beim Hinaufsteigen nach der anderen Seite hin seine Länge plötzlich verkürze und die viel kleinere Länge BD annehme. Während der Dauer einer ganzen Schwingung wird der Körper zuerst in absteigender Richtung den Bogen AC durchlaufen, in C angekommen sich plötzlich bis zum Punkte D erheben, und endlich den letzten Theil der Schwingung auf dem Kreisbogen DN vollenden.

Fig. 205.



Es ist nun nicht schwer einzusehen, dass der aufsteigende Theil der Schwingung eine grössere Amplitude haben muss, als die vorangegangene halbe Schwingung AC. Der Körper A trifft nämlich in dem Punkte C mit einer der Fallhöhe FC entsprechenden Geschwindigkeit in horizontaler Richtung ein; indem er sich plötzlich von C bis D erhebt, bleibt seine horizontale Geschwindigkeit dieselbe; mit dieser Geschwindigkeit bewegt er sich auf dem Bogen DN, auf welchem er sich bis zu einem Punkte H erhebt, dessen Höhe KD über D gleich der Höhe FC ist. Um nun zu erfahren, ob der Winkel CBH grösser ist, als der Winkel CBA, nehmen wir zuerst einmal an, es sei der Winkel CBE gleich dem Winkel CBA. Dann sind, wenn man EG senkrecht zu BC zieht, die beiden Dreiecke BGE und BFA einander ähnlich, da sie zwei Paare von Winkeln gleich haben; es ist daher:

$$BG : BE = BF : BA,$$

oder

$$BD - DG : BE = BC - CF : BA;$$

nun ist aber

$$BD = BE \text{ und } BC = BA,$$

daher ist auch

$$BE - DG : BE = BA - CF : BA,$$

woraus weiter folgt:

$$DG : BE = CF : BA,$$

oder

$$DG : CF = BE : BA,$$

d. h. die beiden Abschnitte DG und CF verhalten sich, wie die Halbmesser der beiden Kreise. Ist also der Winkel CBE gleich dem Winkel CBA, so ist nothwendig auch DG kleiner als CF. In unserem Falle ist aber das von dem Punkte D auf DB abzutragende Stück DK gleich CF und daher grösser als DG; beim Abtragen des Stückes FC von D aus muss daher der Endpunkt K über G hinausfallen, folglich liegt der Punkt K und damit zugleich die Horizontale KH höher als GE, womit bewiesen ist, dass der Winkel CBH auch grösser sein muss, als der Winkel CBA.

Nehmen wir jetzt an, dass das Pendel von der Lage BH an auf dem nun erfolgenden Rückwege wieder seine frühere Länge AB erhalte und sich beim Durchgange durch die Verticale BC aufs Neue verkürze, so wird aus demselben Grunde die Amplitude des aufsteigenden Theiles dieser Schwingung abermals grösser sein, als der Winkel CBH. Wenn auf diese

Weise das Pendel fortfährt sich zu bewegen, indem es sich bei der Annäherung an die Verticale verlängert und bei der Entfernung von derselben sich verkürzt, so muss sich die Schwingungsweite fortwährend vergrössern.

Fig. 206.

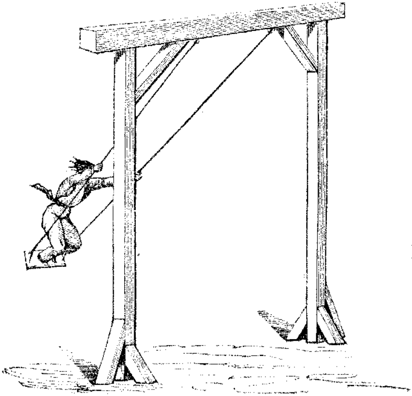
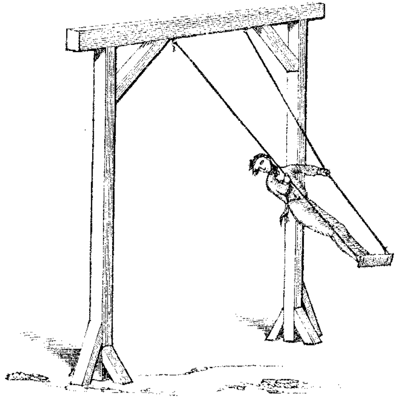


Fig. 207.



Bei der Schaukel treffen diese Umstände wirklich ein. Derjenige, welcher in der Schaukel steht und die Schwingungsweite durch seine Körperbewegung zu vergrössern strebt, zieht seinen Körper zusammen und streckt sich wieder. Er zieht sich zusammen und nimmt die in der Fig. 206 dargestellte Lage an, wenn die absteigende Bewegung beginnt; dagegen streckt er sich wieder gerade bei jeder aufsteigenden Hälfte der Schwingungen, wobei er die in Fig. 207 abgebildete Stellung einnimmt. Im ersten Falle entfernt sich ein Theil seines Körpers vom Aufhängepunkte der Schaukel, wodurch die Pendellänge vergrössert wird; im zweiten Falle dagegen, wo er sich ausstreckt, nähert sich ein Theil seines Körpers dem Aufhängepunkte, was gleichbedeutend ist mit der Verkürzung der Pendellänge; die Schaukel wird daher auch, wie wir es so eben für das Pendel nachgewiesen haben, immer höher ansteigen.

128 **Die krummlinige Bewegung eines ganz freien Körpers.** Wenn ein Körper mit einer gewissen Geschwindigkeit in den Raum hineingeschleudert wird und keine Kraft vorhanden ist, die seine Bewegung zu ändern strebt, so muss er sich gleichförmig und in gerader Richtung fortbewegen. Sobald aber eine Kraft beständig auf ihn einwirkt, kann seine Bewegung nicht mehr zugleich geradlinig und gleichförmig bleiben.

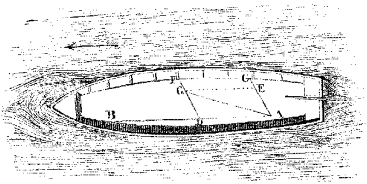
Wenn diese Kraft stets in der Richtung der ursprünglichen Bewegung wirkt, so wird sie zwar nicht diese Richtung selbst, wohl aber die Geschwindigkeit verändern, und zwar wird sie die letztere vergrössern oder verkleinern, je nachdem sie in derselben oder in der entgegengesetzten Richtung der Bewegung wirkt; die Bewegung wird daher geradlinig, aber nicht gleichförmig bleiben. Ein solcher Fall tritt z. B. ein, wenn ein schwerer Körper sich in verticaler Richtung bewegt, sei es, dass man ihn frei fallen lässt, ohne ihm eine Anfangsgeschwindigkeit zu geben, oder dass man ihn von unten in die Höhe schleudert.

Wenn dagegen die Kraft nicht in der Richtung der ursprünglichen Bewegung des Körpers auf ihn einwirkt, so hat sie das Bestreben, ihn von dieser Richtung abzulenken; sie lenkt ihn auch wirklich immer mehr von seiner ursprünglichen geradlinigen Bahn ab und bewirkt, dass er sich in einer krummen Linie bewegt — die Bewegung ist eine krummlinige. Ein Beispiel hierzu bietet die Bewegung eines Körpers, den man in schräger gegen die Horizontale geneigter Richtung fortschleudert; man sieht denselben erst aufsteigen und dann wieder herabfallen, wobei er eine krumme Linie beschreibt, da die Wirkung der Schwere in jedem Augenblicke die vorhandene Richtung der Bewegung abändert, wie wir sogleich näher sehen werden.

Bevor wir dazu übergehen, die Art und Weise zu erklären, wie durch die ununterbrochene Einwirkung einer Kraft auf einen in Bewegung befindlichen Körper die krummlinige Bewegung entsteht, wenn die Kraft nicht in der Richtung der ursprünglichen Bewegung des Körpers wirkt, müssen wir uns vorher mit der Zusammensetzung zweier Geschwindigkeiten, mit denen ein Körper zu gleicher Zeit behaftet ist, beschäftigen.

Das Parallelogramm der Geschwindigkeiten. Auf den 129
ersten Blick kann es schwer sein zu begreifen, dass ein Körper gleichzeitig zwei Geschwindigkeiten haben solle; das folgende Beispiel wird jede Schwierigkeit in dieser Beziehung heben. Denken wir uns, dass in einem mit beliebiger Geschwindigkeit sich bewegenden Eisenbahnzuge ein Körper falle, so hat der Körper offenbar die beiden Geschwindigkeiten des Zuges und des freien Falls gleichzeitig. Oder denken wir uns, ein Schiff bewege sich in gerader Richtung gleichförmig den Fluss hinab, wie es der Pfeil, Fig. 208, andeutet. Eine Kugel A, die auf dem Verdecke liegt, bewegt sich dann ebenfalls gleichförmig mit dem Schiffe in der geraden Richtung AB. Wenn man dieser Kugel einen Stoss giebt, dass sie in Folge hiervon in der Richtung der Linie AC gleichförmig auf dem Verdecke fortrollt, so ist sie offenbar gleichzeitig mit einer doppelten Bewegung behaftet, sie hat sowohl die Bewegung des Schiffes, als auch ihre eigene Bewegung in Beziehung auf die Theile des Schiffes selbst.

Fig. 208.



Es sei AD der Weg, den die Kugel in Folge der ersten Bewegung allein in einer Secunde durchlaufen würde, also die Geschwindigkeit jener ersten Bewegung des Schiffes; es sei ferner AE die Geschwindigkeit der Kugel bei ihrem Fortrollen auf dem Verdecke. Nach einer Secunde ist das Schiff um eine Strecke AD fortgerückt, die Linie AC, auf welcher die Kugel rollt und welche man sich auf dem Verdecke gezeichnet denken kann, wird also parallel mit sich selbst fortrücken und am Ende der Secunde in DF angekommen sein. Aber gleichzeitig hat die Kugel auf dieser Linie einen Weg gleich AE zurückgelegt. Zieht man daher EG parallel zu AD, so dass $DG = AE$ wird, so muss sich die Kugel am Ende der Secunde im Punkte G befinden.

Man ersieht hieraus zugleich, dass die Kugel, welche im

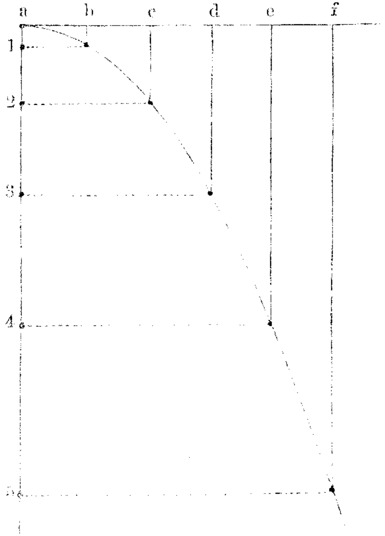
Anfange der Secunde in A und am Ende derselben in G ist, sich während der ganzen Zeit auf der Linie AG befunden und diese Linie in gleichförmiger Bewegung durchlaufen hat. Wenn man nämlich in ähnlicher Weise, wie vorstehend, untersucht, wo sich die Kugel nach einer halben oder einer viertel Secunde befindet, so ergiebt sich, dass sie auf der Linie AG in einem Abstande von A angekommen ist, welcher beziehlich die Hälfte oder ein Viertel von AG ist. Die Kugel, welche gleichzeitig die beiden verschieden gerichteten Geschwindigkeiten AD und AE besass, nimmt also eine einzige Geschwindigkeit an, welche nach Richtung und Grösse durch die Diagonale AG des aus AD und AE construirten Parallelogramms dargestellt ist.

Man wird hieraus die Analogie erkennen, welche zwischen der Zusammensetzung der Geschwindigkeiten, die ein Körper besitzt, und der Zusammensetzung der Kräfte (§. 33), die in demselben Punkte nach verschiedenen Richtungen auf ihn wirken, besteht. Die ursprünglichen Geschwindigkeiten AD, AE heissen hiernach Seitengeschwindigkeiten oder Componenten, wie man die entsprechenden Grössen bei dem Parallelogramm der Kräfte Seitenkräfte nennt; die mittlere Geschwindigkeit AG, oder die Diagonale des Geschwindigkeiten-Parallelogramms, heisst auch hier die Resultirende der Geschwindigkeiten. Auch ist klar, dass man ebenso gut eine gegebene Geschwindigkeit in zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen kann, als dieses mit einer gegebenen Kraft in zwei Seitenkräfte geschehen kann.

130 **Die parabolische Bewegung geworfener Körper.** Wenn ein schwerer Körper in horizontaler Richtung geworfen wird, so bewegt er sich, wie gross auch seine Geschwindigkeit sein mag, nicht in einer horizontalen Linie; die Wirkung der Schwere zieht ihn immer tiefer von der horizontalen Richtung herunter und ertheilt ihm eine krummlinige Bewegung. Um die Einzelheiten dieser Erscheinung leichter verfolgen zu können, theilen wir die ganze Dauer der Bewegung in einzelne Secunden ein.

Wenn die Schwere überhaupt nicht vorhanden wäre, so würde sich der Körper mit der ihm anfangs in horizontaler Richtung ertheilten Geschwindigkeit ab, Fig. 209, gleichförmig fortbewegen; er würde also in den einzelnen auf einander folgenden Secunden dieselben Wege $ab = bc = cd = de$ u. s. w. durchlaufen. Durch die Schwere aber, die gleich anfangs auf ihn einwirkt, sinkt er in der ersten Secunde um $15^5/_8$ Fuss herab; stellen wir diesen Weg durch die verticale Linie $a1$ dar, so hat der Körper für die erste Secunde die beiden Geschwin-

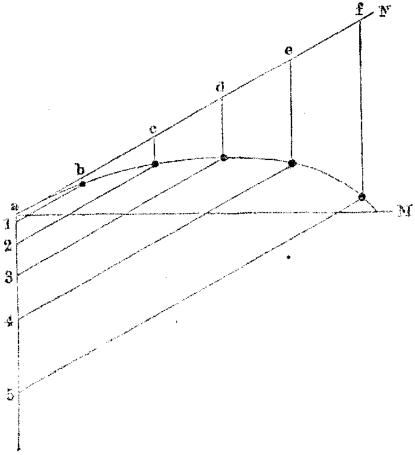
Fig. 209.



digkeiten ab und $a1$, er wird sich daher am Ende der ersten Secunde weder in b, noch in 1, sondern im Endpunkte der Diagonale desjenigen Parallelogramms befinden, welches aus den beiden Geschwindigkeiten ab und $a1$ construirt wird.

In den beiden ersten Secunden würde der Körper ohne Einwirkung der Schwere den doppelten Weg von ab oder den Weg ac durchlaufen haben; die Schwere zieht ihn aber nach §. 105 (II.) in dieser Zeit um $4 \,.\, 15\frac{5}{8}$ Fuss von der Horizontalen af herab; nimmt man daher die Strecke $a2 = 4 \,.\, 15\frac{5}{8} = 4 \,.\, a1$, so würde sich der Körper, wenn er dem Zuge der Schwere allein hätte folgen können, am Ende der zweiten Secunde im Punkte 2 befinden. Für die beiden ersten Secunden hat daher der Körper die beiden Geschwindigkeiten ac und $a2$, er befindet sich daher am Ende der zweiten Secunde im Endpunkte der Diagonale des Parallelogramms, welches aus den Seiten ac und $a2$ construirt wird. Fährt man in dieser Weise fort zu schliessen, indem man die Strecken $a3$, $a4$, $a5$ als Fallräume der dritten, vierten, fünften Secunde u. s. w. beziehlich zu $9 . 15^5/_8$, $16 . 15^5/_8$, $25 . 15^5/_8$ Fuss annimmt, und diese Geschwindigkeiten mit den horizontalen Geschwindigkeiten ad, ae, af zu Resultirenden zusammensetzt, so bekommt man in den Endpunkten der Diagonalen der dadurch entstehenden Parallelogramme die Oerter, wo sich der Körper am Ende der ersten, zweiten, dritten, vierten, fünften Secunde befindet. Gerade so verfährt man auch, um die Punkte zu bekommen, wo der Körper am Ende der einzelnen Viertel-Secunden eintrifft; ja man kann noch weitergehen, und auf gleiche Weise die Punkte finden, wo der Körper am Ende der einzelnen Zehntel oder Hundertstel jeder Secunde sich befindet. Verbindet man die so erhaltenen Punkte mit einander, so entsteht eine aus so vielen einzelnen kleinen Theilen zusammengesetzte gebrochene Linie, als Zeittheile angenommen worden sind. Bei der Annahme sehr kleiner Zeittheilchen geht endlich diese gebrochene Linie in eine krumme Linie über, welche man Parabel nennt. Da das Herabsinken des Körpers proportional zu dem Quadrate der

Fig. 210.

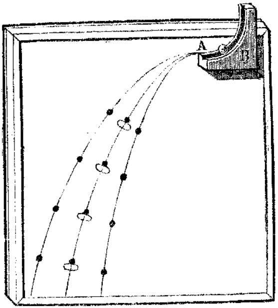


Zeit, das Fortrücken desselben in horizontaler Richtung aber proportional zu der Zeit selbst erfolgt, so nimmt das Herabsinken rascher zu, als das horizontale Fortschreiten; die Wurflinie ist daher eine krumme Linie, deren hohle Seite nach unten gekehrt ist.

Wenn man den Körper a, Fig. 210, nicht in horizontaler, sondern in einer gegen die Horizontale aM geneigten Richtung aN mit der Geschwindigkeit ab wirft, so kann man die vorigen Schlüsse wiederholen und gelangt so auf gleiche Weise, wie es im Vorstehenden angegeben ist, zu den Punkten, in denen sich der Körper am Ende der einzelnen Secunden befindet.[1] Auch hier ist die Wurflinie eine nach unten gekrümmte krumme Linie, welche dieselben geometrischen Eigenschaften besitzt, wie die Wurflinie der vorigen Figur. Es ist daher ganz allgemein die Bahn geworfener Körper im luftleeren Raume eine Parabel; der Widerstand der atmosphärischen Luft ändert diese Bahn etwas ab.

Um das Ergebniss der vorstehenden Untersuchung durch den Versuch zu bestätigen, kann man sich der in Fig. 211 abgebildeten Einrichtung bedienen. Dieselbe besteht aus einer hölzernen Tafel, auf welcher vom Punkte A aus mehrere Parabeln verzeichnet sind, wie sie von Körpern mit verschiedenen horizontalen Anfangsgeschwindigkeiten durchlaufen werden müssen. Seitwärts in der Ecke der Tafel ist eine Rinne befestigt, welche an ihrem unteren Theile bei A horizontal ausläuft. Lässt man in dieser Rinne eine Kugel herablaufen, so kann man, je nachdem man sie von einer grösseren oder geringeren Höhe herabfallen lässt, bewirken, dass sie mit einer grösseren oder geringeren horizontalen Geschwindigkeit bei A austritt und bei ihrer freien Bewegung die eine oder die andere der verzeichneten Parabeln durchläuft. Um sich zu überzeugen, dass der Körper wirklich durch die einzelnen Punkte der parabo-

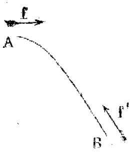
Fig. 211.



lischen Bahn hindurchgeht, schraubt man in verschiedenen Abständen Ringe ein, durch welche die Kugel dann bei ihrem Herunterfallen von A aus frei hindurchpassirt.

131 Es sei AB, Fig. 212, die Parabel, welche ein von A aus horizontal geworfener Körper in der Richtung des Pfeils durchläuft.

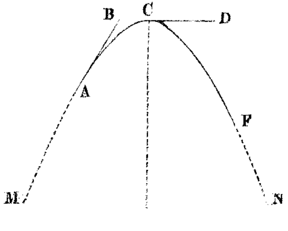
Fig. 212.



Wenn man in irgend einem Punkte der Bahn die vorhandene Geschwindigkeit in eine horizontale und eine verticale Componente zerlegt, so bleibt nach dem Vorigen die horizontale Componente stets dieselbe, die verticale wächst dagegen proportional mit der Zeit, so dass der Körper bei seiner Ankunft in B eine Geschwindigkeit besitzt, deren horizontale Componente gleich der anfänglichen Wurfgeschwindigkeit ist, während die verticale Componente gleich ist der Geschwindigkeit, welche die Schwere dem Körper während der Dauer der Bewegung ertheilt hat.

Nehmen wir nun an, der Körper werde von B aus mit derselben Geschwindigkeit, welche er beim Eintreffen in diesem Punkte erlangt hat, in der entgegengesetzten Richtung, wie es der Pfeil f' andeutet, geworfen. Die Schwere wird jetzt die verticale Componente dieser Stossgeschwindigkeit in derselben Weise vermindern, wie sie vorhin, als der Körper sich in der Richtung des Pfeiles f bewegte, die verticale Componente seiner Geschwindigkeit vermehrte; dabei bleibt die horizontale Componente unverändert dieselbe, so dass der Körper nach einander, aber in umgekehrter Richtung, dieselben Geschwindigkeiten annimmt, welche er früher besass. Demgemäss durchläuft der Körper bei seinem Aufsteigen genau denselben Weg, wie beim

Fig. 213.



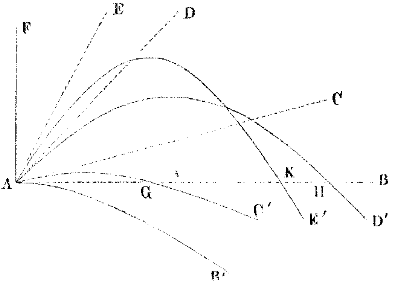
Herabsteigen, und bei seiner Ankunft im Punkte A hat er dieselbe horizontale Geschwindigkeit, mit welcher er zuerst von diesem Punkte aus in der Richtung des Pfeiles f geworfen wurde.

Hieraus folgt, dass der Körper, der in schräger Richtung AB, Fig. 213, geworfen wird und in Folge davon das

Stück AC der Parabel aufwärts beschreibt, bei seiner Ankunft in C, wo seine Bewegung horizontal gerichtet ist, sich unter denselben Verhältnissen befindet, als wenn er von diesem Punkte aus in der Richtung CD geworfen würde; er wird also von C aus aufs Neue einen parabolischen Bogen CF beschreiben, der in Beziehung zu der durch ihren höchsten Punkt C gehenden Verticalen mit dem ersteren Bogen AC vollständig symmetrisch ist.

Die Gestalt der Parabel, welche ein schräg geworfener Körper beschreibt, hängt sowohl von der Grösse, als auch von der Richtung der ihm ertheilten Anfangsgeschwindigkeit ab. Lässt man nur die Richtung dieser Geschwindigkeit variiren, ohne deren Grösse zu ändern, indem man z. B. annimmt, der Körper werde nach einander in den Richtungen AB, AC, AD, AE, Fig. 214, abgeworfen, so durchläuft er die verschiedenen

Fig. 214.



Parabeln AB', AC', AD', AE'. Die erste derselben senkt sich gleich im Anfange unter die horizontale Linie AB, während sich die übrigen anfangs über diese Linie erheben und später dieselbe, in ungleichen Abständen vom Ausgangspunkte A, bei G, H, K durchschneiden.

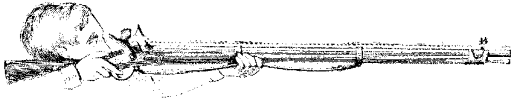
Eine jede dieser Entfernungen AG, AH, AK heisst die **Wurfweite** des entsprechenden Wurfes. Die Wurfweite ändert sich also mit der Richtung der Geschwindigkeit, welche dem Körper beim Beginn der Wurfbewegung ertheilt wird. Eine genauere Untersuchung dieses Gegenstandes zeigt, dass, wenn die Anfangsgeschwindigkeit nur einen kleinen Winkel CAB mit der Horizontalen bildet, die Wurfweite AG ebenfalls klein ist, und dass letztere, wenn dieser Winkel (**Elevationswin-**

kel) wächst, ebenfalls grösser wird, jedoch nur so lange, bis die Anfangsgeschwindigkeit einen Winkel DAB von 45^0 mit dem Horizonte AB bildet. Nähert sich die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit AE noch mehr der Verticalen AF, so wird die Wurfweite wieder kleiner und endlich Null, sobald die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit selbst vertical ist. Damit also ein Körper bei einer gegebenen Anfangsgeschwindigkeit die grösstmögliche Wurfweite erreiche, muss er unter dem Winkel von 45^0 gegen den Horizont geworfen werden. Ausserdem ergiebt sich, dass die grösste Wurfweite AH, welche einer gegebenen Anfangsgeschwindigkeit entspricht, doppelt so gross ist, als die Höhe AF, auf welche sich der Körper erheben würde, wenn er mit derselben Anfangsgeschwindigkeit vertical aufwärts geworfen würde.

132 Will man daher mit irgend einem Wurfgeschosse ein bestimmtes Ziel treffen, so darf man dasselbe nicht in der geraden Linie, die von dem Auge nach dem Ziele führt, richten. Nach dem eben Gesagten muss man vielmehr der Anfangsgeschwindigkeit des zu werfenden Körpers eine Richtung geben, welche oberhalb dieser Linie liegt, damit der Körper unter dem Einflusse der Schwere, welche ihn von dieser Richtung abwärtszieht, das Ziel in einem Parabelbogen erreichen könne. Die Geschicklichkeit des Artilleristen besteht hiernach vorzugsweise darin, dem Geschütze eine richtige Neigung gegen den Horizont (Elevation) zu geben und dadurch der Ablenkung, welche das Geschoss unter dem Einflusse der Schwere immer erleidet, gehörig Rechnung zu tragen.

Bei dem Zielen mit der Büchse richtet man den Lauf vermittelst zweier an seinen beiden Enden angebrachten Visirpunkte, des Visirs A und des Korns B, Fig. 215, auf das Ziel.

Fig. 215.

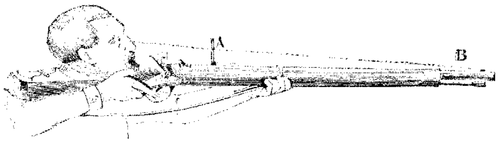


Der Lauf hat die gehörige Richtung, wenn die durch die beiden Punkte A und B gehende Visirlinie durch das Ziel geht. Bei den älteren Gewehren ist diese Visirlinie gewöhnlich der

Achse des Laufs parallel; die Kugel verlässt daher das Rohr in der durch das Ziel gehenden Richtung der Achse und kommt nothwendig ein wenig unter das gesteckte Ziel an. Die Ablenkung der Schwere ist jedoch im Vergleich zu der grossen Geschwindigkeit der Kugel und der nicht grossen Tragweite, auf welche diese Gewehre berechnet sind, sehr unbedeutend und kann daher vernachlässigt werden.

Bei den verbesserten Gewehren, wie bei den Minié-Büchsen und den Zündnadelgewehren, welche eine sehr bedeutende Tragweite haben, ist das Visir A beweglich gemacht, so dass man dasselbe nach Belieben heben oder senken kann, je nachdem das zu erreichende Ziel mehr oder weniger entfernt ist. Indem man auf diese Weise die durch das genugsam erhöhte Visir A und das feste Korn B gehende Visirlinie, Fig. 216, auf das

Fig. 216.



Ziel richtet, verlässt die Kugel den Lauf unter einer gegen die Linie AB geneigten Richtung, geht anfangs oberhalb dieser Linie in einem Parabelbogen vorwärts und erreicht dieselbe, indem sie sich senkt, genau in dem Ziele.

Die Bewegung der Himmelskörper. Die Astronomie 133
lehrt uns, dass die Erde und die übrigen Planeten isolirte, freie Körper sind, welche sich in geschlossenen, dem Kreise nahe kommenden Curven um die Sonne bewegen; ebenso bewegt sich der Mond nahezu in einem Kreise um die Erde. Es wird nicht schwer sein, die Entstehung dieser krummlinigen Bewegung zu erklären.

Wenn die Erde in irgend einem Augenblicke der Einwirkung jeder äusseren Kraft entzogen würde, so müsste sie sich in Folge der in diesem Augenblicke vorhandenen Geschwindigkeit gleichförmig und in gerader Richtung fortbewegen. Da sie sich aber in der Wirklichkeit in einer krummen Linie bewegt, so muss irgend eine äussere Kraft vorhanden sein, welche sie in jedem Augenblicke von dieser geraden Richtung, die sie in Folge des Beharrungsvermögens annehmen will, ablenkt. Newton hat gezeigt, dass diese Kraft nach dem Mittelpunkte der Sonne gerichtet ist, wie es der Pfeil in Fig. 217 anzeigt, wo S die Sonne und T die Erde ist, so dass die Sonne gleichsam die Erde anzieht. Er hat ferner nachgewiesen, dass die Grösse dieser Anziehungskraft, die man Gravitation nennt, sich im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung der Erde von der Sonne ändert, d. h. dass diese Kraft in der doppelten Entfernung von der Sonne 4mal, in der dreifachen Entfernung 9mal kleiner ist, als in der einfachen.

Fig. 217.

Unter der Einwirkung einer solchen Kraft hat die Erde das Bestreben gegen die Sonne zu fallen, wie ein Stein unter dem Einflusse der Erdschwerkraft zur Erde fällt; die Erde würde auch in der That gegen die Sonne hin fallen, wenn sie nicht von Anfang an eine gewisse Geschwindigkeit gehabt hätte oder wenn diese Geschwindigkeit nach der Linie TS gerichtet wäre. Aber die wirkliche vorhandene Geschwindigkeit der Erde, welche in jedem beliebigen Punkte T der krummen Bahn die Richtung der Tangente TA hat, hindert sie in dieser Weise zu fallen; sie befindet sich unter denselben Verhältnissen, wie ein schwerer Körper, den man in horizontaler Richtung wirft. Wenn die Erde nicht, wie dieser Stein, eine Parabel beschreibt, so rührt das daher, dass die Anziehungskraft der Sonne gegen die Erde stets durch den Mittelpunkt der Sonne geht, und daher fortwährend, wie die Erde sich verrückt, ihre Richtung ändert, wogegen man in den Fällen, wo ein Körper auf der Oberfläche der Erde geworfen wird und der durchlaufene Weg im Verhältnisse zu seiner Entfernung vom Mittelpunkte der Erde sehr klein ist, die Richtung der Schwerkraft als unveränderlich ansehen kann. Freilich sieht man einen geworfenen Körper, wie gross auch die ihm ertheilte Geschwindigkeit gewesen sein mag, nach kurzer Zeit immer zur Erde gelangen, und man könnte hiernach aus der Analogie, die wir so eben zwischen der Wurfbewegung und der Bewegung der Erde um die Sonne aufgestellt haben, leicht geneigt sein zu schliessen, dass die Erde doch endlich einmal auf die Sonne fallen müsse; wir werden indessen sehen, dass ein solcher Schluss nicht statthaft ist.

Wenn man eine Kanonenkugel nach einander mit immer grösserer Geschwindigkeit in horizontaler Richtung abschiesst, so kommt sie in immer grösseren Entfernungen zur Erde nieder, und die Krümmung der beschriebenen Parabel wird stets geringer. Die Kugel würde jedoch in allen Fällen, wie gross auch ihre Anfangsgeschwindigkeit sein mag, die Oberfläche der Erde erreichen, wenn diese eine ebene Fläche wäre, wie die Fig. 218 zeigt. Da aber die Oberfläche der Erde nahezu die Kugelgestalt hat, so kann die Kugel nur dann zur Erde kommen, wenn die von ihr beschriebene Parabel AB, AC oder

Fig. 218.

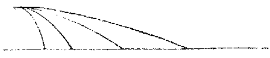
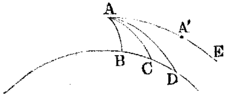


Fig. 219.

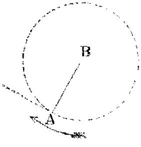


AD, Fig. 219, eine stärkere Krümmung hat, als ihre Oberfläche selbst. Wenn die der Kugel ertheilte Anfangsgeschwindigkeit so gross wäre, dass die durchlaufene Parabel AE eine geringere Krümmung hätte, als die Erdoberfläche, so könnte dieselbe offenbar die Erde nicht erreichen. In diesem Falle wird die Kugel sich sehr weit von ihrem Ausgangspunkte entfernen, und die Voraussetzung, dass die Richtung der Schwere sich stets parallel bleibt und die Kugel in Folge davon eine Parabel beschreibt, ist dann nicht mehr zulässig; sie unterliegt jetzt der Wirkung einer Kraft, deren Richtung stets durch den Mittelpunkt der Erde geht; hat sie den Bogen AA' durchlaufen, ohne sich der Erde zu nähern, so befindet sie sich im Punkte A' genau unter denselben Verhältnissen, wie beim Beginne der Bewegung, sie wird sich daher in derselben Weise weiter bewegen und so unaufhörlich um die Erde laufen, ohne sie jemals zu erreichen, so lange wenigstens ihre Geschwindigkeit nicht durch fremde Kräfte, wie durch den Widerstand der Luft, vermindert wird. Damit eine horizontal abgeschossene Kugel sich in dieser Weise bewege, ohne zur Erde zu fallen, und also nach Art des Mondes einen Erdtrabanten bilde, müsste sie eine Anfangsgeschwindigkeit von ungefähr 25000 Fuss per Secunde erhalten.

Die Erde befindet sich bei ihrer Bewegung um die Sonne genau in demselben Falle, wie eine solche Kugel; die Geschwindigkeit, die sie in irgend einem Zeitmomente hat, ist hinreichend gross, um eine beinahe kreisförmige Bahn um die Sonne zu beschreiben; dasselbe gilt von den Planeten bei ihrer Bewegung um die Sonne, so wie von der Bewegung des Mondes um die Erde.

134 **Die Bewegung im Kreise, die Centripetalkraft.** Wenn man einen Körper A, Fig. 220, an dem einen Ende A einer um B drehbaren Schnur befestigt und ihn rasch um den Punkt B herumschwingt, so spannt sich die Schnur und sie wird sogar zerreissen, wenn die Bewegung schnell genug ist. Der Körper hat nämlich in jedem Augenblicke das Bestreben, sich in gerader Linie nach derjenigen Richtung zu bewegen, in welcher er sich in dem unmittelbar vorangegangenen Augenblicke bewegt hatte.

Fig. 220.



Hat der Körper in dem Punkte A, Fig. 221, seiner Bahn eine Geschwindigkeit von der Grösse AD, so wird er sich mit dieser Geschwindigkeit nach der Tangente AD bewegen, wenn er nicht durch eine nach dem Mittelpunkte C hinwirkende Kraft daran gehindert wird. Bewegt er sich in der Wirklichkeit im Kreise, und beschreibt er statt der geraden Linie AD in der Zeiteinheit den Bogen AB, so hat die nach dem Mittelpunkte C gerichtete Kraft in dieser Zeit mit einer Stärke auf ihn gewirkt, die durch das Stück BD ausgedrückt wird. Wäre die Geschwindigkeit des Körpers in der Kreisbahn für dieselbe Zeit nur die Hälfte von $AD = AF$, so ist in derselben Weise FE ein Maass für die Kraft, welche vom Mittelpunkte C aus auf ihn wirkt. In allen Fällen muss also eine stetige Kraft vorhanden sein, welche den Körper nach dem Mittelpunkte der Kreisbahn zieht; diese Kraft nennt man Centripetalkraft.

Fig. 221.

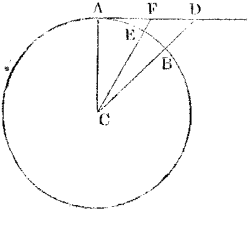
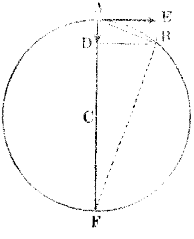


Fig. 222.



Um die Grösse der Centripetalkraft bei einer gegebenen Kreisbewegung zu finden, nehmen wir an, dass der Körper A, Fig. 222, in einer kleinen Zeiteinheit einen Bogen AB durchlaufe, dessen Länge von der Sehne AB nicht merklich verschieden sei; dann ist AB die Geschwindigkeit des Körpers für diese kleine Zeit in seiner Bahn. Wir zerlegen diese Geschwindigkeit in die beiden Componenten AE und AD, von denen die erstere die Richtung der Tangente, die andere die Richtung nach dem Mittelpunkte C hat. Die Grösse der Linie AD stellt dann den Weg dar, den der Körper in der Zeiteinheit in Folge der alleinigen Wirkung der Centripetalkraft durchlaufen würde, wenn die in A vorhandene Geschwindigkeit AE nicht vorhanden wäre. AD ist also das Maass der Centripetalkraft. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit AB des Körpers in der Kreisbahn für die gewählte Zeiteinheit mit c, den Halbmesser AC der Bahn mit r, so ist aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ADB und ABF

$$AD : AB = AB : AF,$$

bezeichnen wir nun die Centripetalkraft AD mit C, und beachtet man, dass $AF = 2r$ ist, so ist:

$$C : c = c : 2r,$$

also

$$C = \frac{c^2}{2r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (I)$$

d. h. die Centripetalkraft wächst mit dem Quadrate der Geschwindigkeit. Nehmen wir ferner an, dass der Körper in t Zeiteinheiten (z. B. Secunden) die ganze Kreisbahn durchlaufe, deren Länge bekanntlich $2r \cdot \pi$ ist, so durchläuft er in einer Zeiteinheit den Weg $\frac{2r \cdot \pi}{t}$, und da dieser Weg kein anderer ist, als die in der Fig. 222 mit c bezeichnete Geschwindigkeit AB, so können wir in obiger Formel (I) für c^2 den Werth $\frac{4r^2\pi^2}{t^2}$ einsetzen; demnach ist auch die Centripetalkraft:

$$C = \frac{2r \cdot \pi^2}{t^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (II)$$

Die Centrifugalkraft, Fliehkraft oder Schwungkraft. 135
In den vorstehenden Untersuchungen ist der Körper A als ein materieller Punkt angesehen und auf seine Masse nicht Rücksicht genommen worden. Es ist aber ohne Weiteres klar, dass,

wenn die Centripetalkraft für einen materiellen Punkt bestimmt ist, die Centripetalkraft für jeden andern gleich grossen materiellen Punkt, der mit derselben Geschwindigkeit in dem Kreise von gleichem Halbmesser bewegt wird, dieselbe Grösse haben muss. Zwei solche materielle Punkte, die gemeinsam in einem Kreise bewegt werden, erfordern also eine zwei mal so grosse Centripetalkraft, und bezeichnen wir die ganze Masse des Körpers mit m, so wird dafür die Centripetalkraft C auch m mal so gross sein, als für einen materiellen Punkt. Hiernach ergiebt sich die Centripetalkraft der Masse m, die mit der Geschwindigkeit c in einem Kreise vom Halbmesser r bewegt wird,

$$C = \frac{m \cdot c^2}{2\,r}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(III)}$$

wobei man, wie immer, an die Stelle der Masse m auch den Werth $\frac{p}{g}$ setzen kann, wenn p das Gewicht des Körpers ist.

Setzt man in diese Formel an die Stelle von c^2 wieder wie oben den gleichen Werth $\frac{4\,r^2\,\pi^2}{t^2}$, wo t die Umlaufszeit ist, so ist:

$$C = \frac{m \cdot 2\,r\,\pi^2}{t^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(IV)}$$

Hiernach können wir den Zug leicht berechnen, der auf einen im Kreise herumgeschleuderten Stein nach dem Centrum hin ausgeübt werden muss, damit er eine bestimmte Geschwindigkeit erlange. Wenn das Gewicht des Steins 10 Pfund, der Halbmesser der Kreisbahn 5 Fuss ist, und der Stein in vier Secunden einen Umlauf machen soll, so ist der dazu erforderliche Zug nach dem Mittelpunkte hin

$$C = \frac{10}{31^1/_4} \cdot \frac{2 \cdot 5 \cdot 3^1/_7{}^2}{4^2} = 1{,}97 \text{ Pfund.}$$

Es giebt nun ein allgemeines Grundprincip der Naturlehre, nach welchem **jeder Wirkung eine gleiche Gegenwirkung entspricht oder einem jeden Drucke ein gleicher Druck entgegen wirkt.** Wenn z. B. ein Körper auf einer Unterlage ruht, so übt er gegen die Stützpunkte gewisse Pressungen aus; da sich nun der Körper ungeachtet dieses Druckes dennoch im Gleichgewichte befindet, so muss man annehmen, dass von den als Stützen dienenden Theilen der Unterlage gleiche Pressungen in der entgegengesetzten Richtung auf den Körper ausgeübt werden. Ebenso ist der Zug, den man auf einen Körper ausübt, begleitet von einem gleichen Gegenzug des gezogenen Körpers auf den ziehenden. Eine Folge dieses allgemeinen Naturgesetzes ist es, dass ein Körper, der in einer Kreisbahn sich bewegt und durch die Centripetalkraft einen beständigen Zug gegen den Mittelpunkt erleidet, rückwärts, einen eben so grossen Gegenzug in der Richtung des Halbmessers auf den festen Mittelpunkt ausübt. Wenn der Körper durch eine Schnur mit dem Mittelpunkte des Kreises verbunden ist, so bewirkt der vom Mittelpunkte C, Fig. 222, ausgehende Zug AD, die Centripetalkraft, eine Spannung des Fadens; diesem Zuge entspricht ein ebenso grosser Zug in der entgegengesetzten Richtung, der an und für sich das Bestreben hat, den Körper A in der Richtung des Halbmessers von dem Mittelpunkte C zu entfernen.

Diese der Centripetalkraft an Grösse gleiche, der Richtung nach aber entgegengesetzte Kraft wird Fliehkraft, Schwungkraft oder Centrifugalkraft genannt. Es gelten daher in Bezug auf die Grösse der Centrifugalkraft dieselben Gesetze, wie für die Centripetalkraft; bezeichnen wir sie also mit F', so ist nach (III) und (IV)

$$F' = \frac{m \cdot c^2}{2\,r} \text{ und } F' = \frac{m \cdot 2\,r\,\pi^2}{t^2} \quad \ldots \ldots \quad (V)$$

Wenn z. B. ein Stein von 10 Pfund in vier Secunden in einem Kreise von 5 Fuss Halbmesser rundlaufen soll, sei es, dass er mittelst eines Fadens herumgeschleudert, oder auf irgend eine andere Weise rundbewegt wird, so hat er in jedem Punkte seiner Bahn das Bestreben, mit einer Kraft von 1,97, also beinahe 2 Pfund vom Mittelpunkte zu fliehen. Mit derselben Kraft spannt er den Faden in der Richtung vom Mittelpunkte nach der Peripherie. Wenn er mittelst eines solchen festgehalten wird und die Centripetalkraft mit gleicher Grösse in der entgegengesetzten Richtung nach dem Mittelpunkte hin wirkt, so sieht man ein, da beide Kräfte zugleich mit dem Quadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers zunehmen, dass, wenn die Geschwindigkeit der Bewegung eine gewisse Grösse erreicht hat, die Spannung des Fadens grösser werden muss, als seine Festigkeit ist; in diesem Falle zerreisst der Faden.

Während die Centripetalkraft zur Erzeugung und Erhaltung der krummlinigen Bewegung nothwendig ist und als solche schon vor der Entstehung der Bewegung vorhanden sein muss, so ist die Centrifugalkraft nur das Resultat dieser Bewegung, sie verschwindet daher auch in dem Augenblicke wieder, wo diese Bewegung aufhört. Wenn man daher während der Bewegung des Körpers A, Fig. 222, die Schnur durchschneidet, so ist eine Fliehkraft nicht mehr vorhanden und der Körper bewegt sich in der Richtung der Tangente AC mit der Geschwindigkeit, die er im Punkte A gerade besass, als die Schnur durchschnitten wurde; die Fliehkraft hat auf die fernere Bewegung nicht den mindesten Einfluss.

Fig. 223.

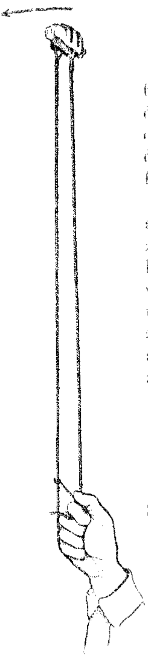


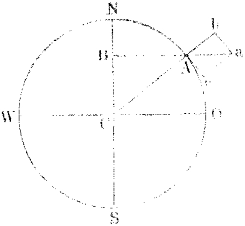
Fig. 224.

Die Schleuder, Fig. 223, besteht bekanntlich aus einem Stücke Tuch oder Leder, an welchem zwei Schnüre befestigt sind. Auf das Lederstück legt man einen Stein, wie die Figur zeigt, und versetzt mittelst der Hand die Schleuder in eine rasche Kreisbewegung. Während dieser Bewegung spannt die Schwungkraft die Schnüre immer mehr an, je mehr die Geschwindigkeit der Bewegung zunimmt; lässt man dann eine der beiden Schnüre plötzlich los, so bewegt sich der hierdurch frei gewordene Stein nicht mehr im Kreise, sondern in der Richtung der Tangente, welche man in demjenigen Punkte seiner Bahn ziehen kann, wo er sich in dem Momente des Loslassens der Schnur befand. Die Geschicklichkeit desjenigen, der mit einer Schleuder nach einem Ziele werfen will, besteht daher darin, die Schnur gerade in dem richtigen Momente loszulassen, wo der Stein, Fig. 224, sich in einem Punkte A befindet, von wo aus er in der Richtung der Tangente als schräg geworfener Körper in einem parabolischen Bogen das Ziel B erreichen kann.

136 Da die Erde sich täglich um ihre durch die beiden Pole gehende Achse NS, Fig. 225, dreht und alle auf der Erde befindlichen Gegenstände an dieser Drehung Theil nehmen, so beschreibt der Körper A auf der Erde täglich einen ganzen

Kreis, dessen Halbmesser AB man erhält, wenn man von dem Punkte A auf die Erdachse NS die Senkrechte AB zieht; der Mittelpunkt dieses Kreises ist B. Es ist klar, dass die von den einzelnen Punkten der Erdoberfläche beschriebenen Kreise nicht gleichen Umfang haben; während die Punkte O, W des Aequators WO einen Kreis beschreiben, welcher den Halbmesser der Erde CO zum Halbmesser hat, haben die übrigen Kreise, wie der vom Punkte A beschriebene, einen kleineren Halbmesser, und die Pole N und S verändern ihren Ort bei dieser Drehung gar nicht. Da alle diese Kreise in derselben Zeit, in 24 Stunden, beschrieben werden, so durchlaufen die dem Aequator näher gelegenen Punkte, z. B. O, in derselben Zeit einen grösseren Weg, als die ferner gelegenen Punkte A. Die Geschwindigkeiten, mit welchen sich die verschiedenen Punkte der Erdoberfläche bei der täglichen Achsendrehung bewegen, sind also sehr verschieden, und daher ist auch die Schwungkraft dieser Punkte um so grösser, je näher sie dem Aequator liegen; im Aequator ist die Schwungkraft am grössten, an den Polen ist sie Null.

Fig. 225.

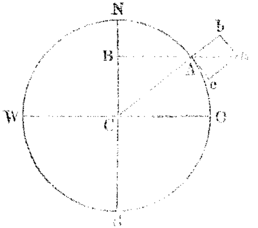


Da die Schwungkraft ein Zug ist, der von dem Mittelpunkte der Umdrehung nach der Peripherie gerichtet ist, so wirkt sie am Aequator dem Zuge der Schwere, der nach dem Mittelpunkte der Erde hin gerichtet ist, gerade entgegen. Der Zug der Schwere oder das Gewicht eines Körpers O wird also unter dem Aequator gerade um die Grösse der Schwungkraft vermindert. Wir können diese Verminderung mit Hülfe der in §. 135 entwickelten Formel V. leicht berechnen, wenn man weiss, dass der Halbmesser der Erde $r = 19632462$ pariser Fuss oder nahe 20200000 preussische Fuss, $\pi = 3{,}1416$, und die Zeit der gleichförmigen Umdrehung der Erde $t = 23$ Stunden 56 Minuten 4 Secunden $= 92164$ Secunden ist. Diese Rechnung ergiebt, dass die Schwungkraft eines unter dem Aequator befindlichen schweren Körpers $^1/_{289}$ seines Gewichtes beträgt. Die Schwungkraft eines 289 Pfund schweren Körpers ist also unter dem Aequator 1 Pfund.

Die Schwungkraft wächst, nach §. 135 (I), mit dem Quadrate der Geschwindigkeit; drehte sich daher die Erde in derselben Zeit, in welcher sie sich jetzt einmal um ihre Achse dreht, 17mal rund, so würde offenbar ihre Geschwindigkeit 17mal so gross sein, als sie jetzt wirklich ist; die Schwungkraft würde dann 17^2mal, also 289 mal so gross, d. h. sie würde gleich dem Gewichte des Körpers sein. In diesem Falle wäre die Wirkung der Schwerkraft durch die Schwungkraft aufgehoben und der Körper würde, auch wenn er nicht unterstützt wäre, nicht mehr nach dem Mittelpunkte der Erde hinfallen.

Die Schwungkraft ist, wie vorhin bereits nachgewiesen wurde, unter dem Aequator grösser, als an jedem anderen Orte der Erde; sie nimmt mit der Entfernung vom Aequator ab, und schon aus diesem Grunde wird der Zug der Schwere oder das Gewicht eines und desselben Körpers durch die Schwungkraft um so weniger vermindert, je mehr man sich den Polen nähert. Aber es giebt noch eine zweite Ursache, warum die Schwere mit der Annäherung an die Pole zunimmt. Befindet sich nämlich ein Körper in dem Punkte A (Fig. 226), so hat die Schwungkraft die Richtung von dem Mittelpunkte B der Drehung nach dem Umfange A; wir können sie also durch die Linie Aa darstellen, wobei jedoch nicht übersehen werden darf, dass diese Kraft im Verhältnisse zu der Schwerkraft sehr klein ist. Die Schwungkraft wirkt hier der Schwerkraft, welche die Richtung von A nach C hat, nicht gerade entgegengesetzt, sondern unter einem Winkel gegen dieselbe.

Fig. 226.

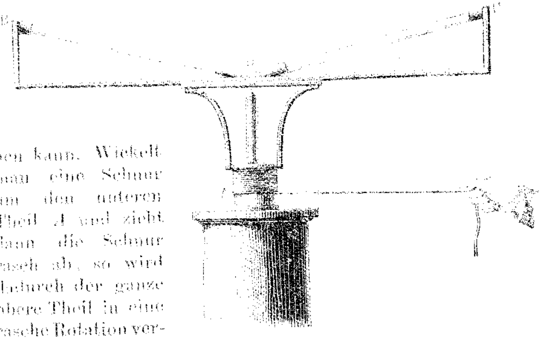


Wir können daher die Schwungkraft Aa in die beiden Seitenkräfte Ab, Ac zerlegen, von denen die erstere Ab denjenigen Theil darstellt, welcher der Schwerkraft gerade entgegengesetzt wirkt und als solcher die Schwerkraft oder das Gewicht des Körpers A vermindert, die andere Ac aber senkrecht dazu steht. Da Ab stets kleiner ist als Aa, so wirkt jetzt nicht, wie unter dem Aequator, die ganze Schwungkraft, sondern nur ein Theil derselben der Schwerkraft entgegen und daher ist das Gewicht eines und desselben Körpers bei A grösser als bei O.

Die Wirkungen der Schwungkraft kann man durch man- 137
cherlei Versuche zeigen.

Die Fig. 227 stellt eine Vorrichtung ABC dar, welche sich um eine von einem festen Gestelle getragene Achse dre-

Fig. 227.



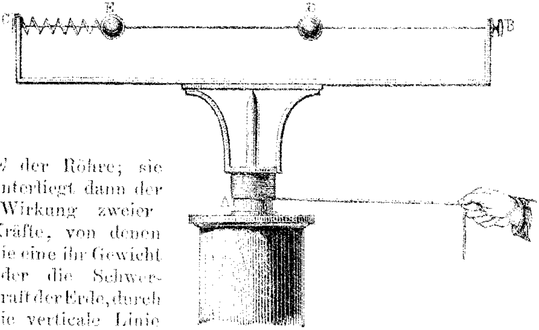
hen kann. Wickelt man eine Schnur um den anderen Theil A und zieht dann die Schnur rasch ab, so wird dadurch der ganze obere Theil in eine rasche Rotation versetzt.

Zwischen den beiden Punkten C und B ist ein Metallfaden, auf welchem sich zwei durchbohrte Elfenbeinkugeln D und E bewegen können, straff gespannt. Stellt man die Kugel D genau über die Drehungsachse, so bleibt sie in Ruhe, da eine Schwungkraft dann für sie nicht vorhanden ist; giebt man ihr aber die Stellung bei D, so bewegt sie sich sofort von dem Mittelpunkte der Drehung nach dem Ende B hin. Die Kugel E hat das gleiche Bestreben, sich von der Umdrehungsachse zu entfernen und nach C zu fliehen; sie wird aber an dieser Bewegung durch eine den Metallfaden umgebende elastische Spiralfeder gehindert. In Folge der Schwungkraft drückt sie nun diese Feder zusammen und die Grösse dieser Compression kann als Maass für die Grösse der Schwungkraft genommen werden.

Die Fig. 228 (a. f. S.) zeigt eine andere Vorrichtung, die auf die Achse desselben Gestelles aufgestellt und in gleicher Weise in schnelle Umdrehung versetzt werden kann. Von den beiden Glasröhren BD und CD enthält die eine eine kleine Kugel E, die andere etwas Wasser. Giebt man den Röhren eine schnelle Rotation, so steigt die Kugel und das Wasser in der

Röhre in die Höhe. Um dieses Aufsteigen zu erklären, nehmen wir an, die Kugel befinde sich in irgend einem Punkte

Fig. 228.



E der Röhre; sie unterliegt dann der Wirkung zweier Kräfte, von denen die eine ihr Gewicht oder die Schwerkraft der Erde, durch die verticale Linie *EF*, Fig. 229, die andere, die Schwungkraft, durch die zur Umdrehungsachse senkrechte Linie *EG* dargestellt werden kann. Durch Zusammensetzung dieser beiden Kräfte ergiebt sich die Mittelkraft *EH*. Zieht man die Linie *EK* senkrecht zu der Richtung der Röhre, so können drei Fälle eintreten: entweder fällt die Mittelkraft *EH* mit der Senkrechten *EK* zusammen, oder sie fällt unterhalb oder endlich oberhalb derselben.

Fig. 229.

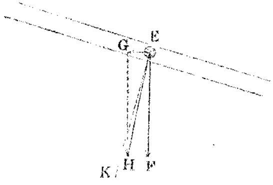
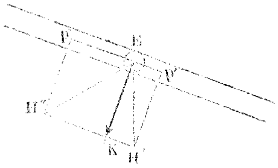
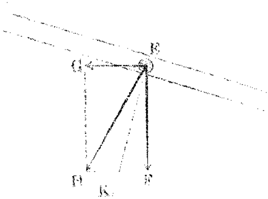


Fig. 230.



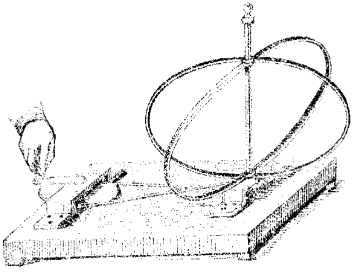
Im ersteren Falle übt die Kugel einen blossen Druck gegen die Röhre aus, und sie bleibt stehen; im zweiten Falle, wo die Mittelkraft *EH'*, Fig. 230, unterhalb der Senkrechten ***EK*** liegt, muss die Kugel in der Röhre herabfallen. Denn zerlegt man die Kraft EH' in die beiden Seitenkräfte EK und Ep', von denen die erstere in der Richtung der Senkrechten EK, die andere parallel zu der Richtung der Röhre ist, so wird die erstere Kraft durch den Widerstand der Röhre aufgehoben, die Kraft Ep' aber treibt die Kugel abwärts. Giebt man aber der Umdrehung eine hinlänglich grosse Geschwindigkeit EG, Fig. 231, so dass die Mittelkraft EH aus dem Gewichte EF und der Schwungkraft EG oberhalb der Senkrechten EK fällt, so führt eine gleiche Zerlegung dieser Mittelkraft, die wir in Fig. 230 mit EH'' bezeichnet haben, zu der Seitenkraft Ep'', in Folge deren die Kugel in der Röhre hinaufsteigen muss.

Fig. 231.



Einen dritten Schwungapparat zeigt die Fig. 232. Zwei elastische Streifen von Messing sind zu Kreisen gebogen und mit ihren Ebenen unter einem rechten Winkel zusammengestellt. An den Durchschnittspunkten sind sie mit einander befestigt, jedoch so, dass eine Achse durch die Befestigungsplatte frei hindurchgehen kann. Der untere Kreuzpunkt der beiden Reifen ist mit der Achse fest verbanden, während der obere sich frei auf der Achse verschieben lässt. Dreht man nun mit Hülfe einer Kurbel und einer kleinen Scheibe, welche die Achse trägt, letztere schnell rund, so nehmen die beiden mit ihren unteren gemeinschaftlichen Punkten auf der Achse befestigten Messingreifen an der Umdrehung Theil und verändern ihre Form. Der verticale Durchmesser verkürzt sich, während

Fig. 232.

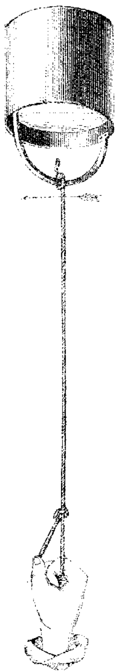


der horizontale Durchmesser sich verlängert, wie es in der Figur dargestellt ist. Die Erklärung dieser Erscheinung liegt nahe. Bei der Umdrehung um die feste Achse erhält jedes Theilchen der Reifen eine gewisse Schwungkraft, in Folge deren dasselbe das Bestreben hat, sich in einer auf der Achse senkrecht stehenden, d. h. horizontalen Richtung von der Achse zu entfernen. Die beiden Reifen befinden sich hiernach unter denselben Umständen, wie die verschiedenen Punkte der Erdoberfläche bei ihrer täglichen Umdrehung um ihre Achse. Diejenigen Punkte der Reifen, welche am weitesten von der Achse entfernt sind, haben die grösste Geschwindigkeit und daher auch die grösste Schwungkraft; in dem Maasse, wie die Theilchen der Reifen der Achse näher stehen, ist ihre Schwungkraft kleiner, bis diese für die Theilchen der Achse selbst Null wird. Die Reifen nehmen daher die abgeplattete Form an, wie es die Figur zeigt, und zwar ist die Abplattung um so grösser, je rascher die Rotation erfolgt. Wenn die Geschwindigkeit der Umdrehung nachlässt, nähern sich die elastischen Reifen ihrer ursprünglichen Gestalt immer mehr, bis sie dieselbe wieder ganz einnehmen, wenn die Bewegung aufhört.

Die neueren Forschungen der Physik und der Geologie machen es in hohem Grade wahrscheinlich, dass die Erde in früheren Epochen sich in einem feurig flüssigen Zustande befunden habe. In Folge der täglichen Rotation um die Achse und der daraus hervorgehenden Schwungkraft eines jeden Massentheilchens A, Fig. 226, entstand eine Kraft Ae, die den letzteren einen Impuls gab, sich zum Aequator hinzubewegen. Es ist leicht zu zeigen, dass dieser Impuls am grössten ist, wenn der Winkel ACO oder die geographische Breite des Ortes 45^0 beträgt. In Folge hiervon mussten die leicht verschiebbaren Massentheilchen mit einer Kraft, die von den Polen aus bis zum 45. Breitengrade zunahm, von da an aber bis zum Aequator wieder abnahm, nach dem Aequator hinbewegt werden, und die Erde selbst, wie die beiden vorhin erwähnten Reifen, eine abgeplattete oder sphäroidische Gestalt annehmen. Die neueren, nach sehr genauen Methoden vorgenommenen geodätischen und astronomischen Messungen haben die Abplattung der Erde zu nahe $1/_{300}$ ergeben, das heisst der Unterschied der beiden Aequatorial- und Polar-Halbmesser ist $1/_{300}$ des Aequatorialhalbmessers.

Wenn man ein mit Wasser gefülltes Gefäss an das eine Ende einer Schnur befestigt, und es wie eine Schleuder um die Hand im Kreise schnell herumschwingt, so fällt das Wasser auch in den höchsten Punkten der Kreisbahn, wo das Gefäss die umgekehrte Lage hat, Fig. 233, doch nicht heraus. Der Grund hiervon liegt darin, dass das Wasser während der Kreisbewegung nicht einzig und allein der Wirkung der Schwerkraft, sondern auch der Schwungkraft unterliegt. Wenn sich das Wasser in dem höchsten Punkte der Bahn befindet, hat es zwar in Folge seines Gewichtes das Bestreben zu fallen; aber die Schwungkraft, welche die Richtung von dem Mittelpunkte der Drehung nach dem Umfange hat, wirkt von unten nach oben der Schwere des Wassers entgegen, und es braucht daher die Schwungkraft nur etwas grösser zu sein, als das Gewicht des Wassers, damit dieses verhindert werde, zu fallen.

Fig. 233.

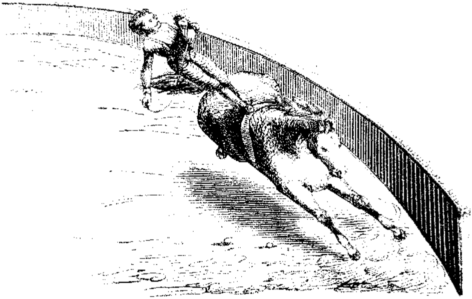


Die Wirkung der Schwungkraft giebt uns noch über manche andere Erscheinungen Aufklärung. 138

Wenn ein Kunstreiter im Circus aufrecht auf dem Pferde steht, welches im vollen Laufe die runde Bahn durchläuft, so steht er nicht vertical auf dem Pferde, sondern er neigt seinen Körper nach dem Mittelpunkte der Bahn hin, und dieses um so mehr, je schneller der Lauf des Pferdes ist, Fig. 234 (a. f. S.). Die Schwungkraft nöthigt ihn, eine solche Stellung anzunehmen, und er würde unfehlbar fallen, wenn er sich wie bei dem stillstehenden Pferde stellen wollte. Die Schwungkräfte, welche die einzelnen Theile des Reiters haben, setzen sich zu einer einzigen Mittelkraft zusammen, welche die horizontale Richtung hat und ihn von dem Mittelpunkte der Bahn zu entfernen strebt. Diese Kraft setzt sich ferner mit der vertical gerichteten Schwerkraft seines Körpers zu einer neuen

Mittelkraft zusammen, deren Richtung nicht durch seine Unterstützungsfläche gehen kann, wenn er auf dem Pferde ver-

Fig. 234.



tical steht. Damit er nun nicht falle, muss er sich so weit nach dem Innern der Bahn hinneigen, bis die Richtung dieser Mittelkraft durch einen in seiner Unterstützungsfläche liegenden Punkt geht (§. 45).

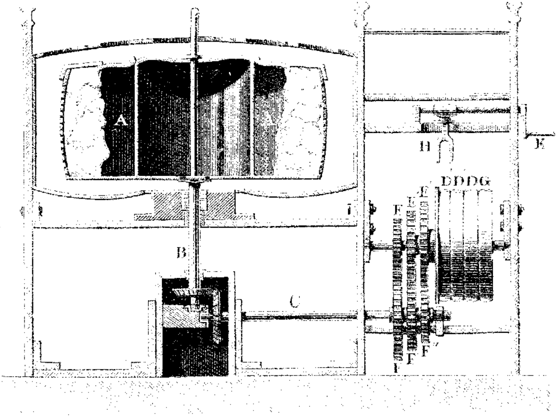
Wenn das Pferd mit sehr grosser Geschwindigkeit rundläuft, so setzt sich der Kunstreiter häufig auf die eine Seite des Pferdes bloss auf dessen Hüfte. Wirkte in dieser Stellung nur die Schwere auf ihn, so müsste er unfehlbar herunterfallen, die Schwungkraft aber wirkt in horizontaler Richtung vom Mittelpunkte der Bahn nach dem Umfange hin und presst ihn gegen das Pferd an.

Wenn Mühlsteine, Schleifsteine oder Schwungräder mit einer zu grossen Geschwindigkeit rund laufen, so kann es vorkommen, dass dieselben auseinanderfliegen, und die mit so bedeutender Geschwindigkeit fortgeschleuderten Stücke grosses Unheil anrichten. Um derartige Wirkungen zu beurtheilen, beachte man, dass während der Drehung der Steine ein jedes Massentheilchen eine Schwungkraft besitzt, welche dasselbe von der Drehungsachse zu entfernen strebt. Der Schwungkraft, welche eine Trennung der einzelnen Massentheilchen bewirken würde, wirken die Molekularkräfte derselben oder die Cohäsionskräfte des Materials entgegen. Gewöhnlich überwiegen letztere und die Festigkeit des Materials ist stärker, als die Schwungkräfte. Wenn jedoch der Stein von schlechter Beschaffenheit ist und seine Rotation zu gross wird, so gewinnen die Schwungkräfte die Oberhand und der Stein fliegt in Stücke. Man darf indessen nicht glauben, dass es die Schwungkraft ist, welche die Stücke nach allen Richtungen herumschleudert. Die Schwungkraft dauert nur so lange, als der Stein ganz ist, und sie ist die Ursache, warum er zerreisst; sobald sich aber ein Stück losgelöst hat, wirkt die Schwungkraft nicht mehr; sie ist verschwunden und der Stein bewegt sich ausschliesslich in Folge der Geschwindigkeit, welche er in dem Augenblicke des Bruches besitzt, in der Richtung der Tangente weiter.

Die Centrifugalmaschine. In vielen Fällen bedient man 139
sich der Schwungkraft, um damit gewisse Arbeiten zu verrichten; wir werden in der Folge mehrere solche Einrichtungen kennen lernen, beschränken uns aber für den Augenblick darauf, eine derselben zu beschreiben.

Die Fig. 235 zeigt eine Centrifugal-Trockenmaschine, wie sie in der neueren Zeit vielfach zum Trocknen der Gewebe oder

Fig. 235.



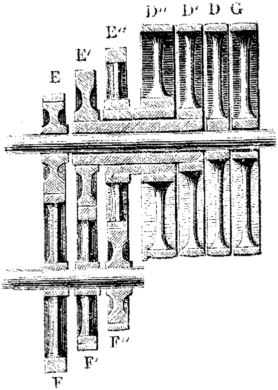
der Wäsche angewandt wird. Die kupferne Trommel AA dient zur Aufnahme der nassen Zeuge; dieselbe ist durch eine cylindrische Scheidewand in zwei Abtheilungen gebracht, von denen die innere die Achse umgiebt und leer bleibt, die andere äussere aber am Umfange der Trommel sich befindet und die zu trocknenden Zeuge aufnimmt. Durch diese Einrichtung wird verhütet, dass man die Wäsche nicht zu nahe bei der Achse einbringt. Nachdem man die Zeuge durch eine im oberen Theile befindliche Oeffnung in die äussere Abtheilung A der Trommel gebracht hat, wird die Oeffnung durch einen gut passenden Deckel fest verschlossen. Die Trommel ist mit der Achse B fest verbunden und kann vermittelst derselben in eine drehende Bewegung versetzt werden; sie ist ausserdem in einiger Entfernung von einer zweiten kupfernen Trommel umgeben, die weiter nicht mit ihr in Verbindung steht.

Um die Zeuge zu trocknen, versetzt man die innere Trommel in eine sehr rasche Rotation, wobei sie je nach den Umständen bis 1500 Umläufe in der Minute macht. In Folge hiervon erhält jedes Theilchen der nassen Zeuge eine bedeutende Fliehkraft; dieselben werden mit grosser Gewalt gegen den Umfang der Trommel A gepresst und das Wasser wird durch eine Menge von feinen Oeffnungen, die zu diesem Zwecke in der äusseren Wand der Trommel angebracht sind, weggeschleudert; es sammelt sich in der äusseren unbeweglichen Trommel an, von wo aus es durch eine im Boden angebrachte Oeffnung abfliesst. Wenn die Zeuge 10 bis 15 Minuten lang dieser Operation unterworfen worden sind, haben sie fast alle Feuchtigkeit abgegeben; man braucht sie dann nur sehr kurze Zeit in der freien Luft aufzuhängen, damit sie vollständig trocken werden.

Die Bewegung wird der Trommel vermittelst zweier Winkelräder durch die horizontale Achse C mitgetheilt, welche ihre Bewegung durch eine andere, mittelst Riemscheiben rundgetriebene wagerechte Achse erhält. Da es aber sehr gefährlich sein würde, die Achse B plötzlich in eine so bedeutende Drehung zu versetzen, wie sie zum Austrocknen der Zeuge erforderlich ist, so muss die Einrichtung getroffen werden, dass die Achse C nach und nach eine immer grössere Geschwindigkeit annehmen könne. Zu diesem Zwecke lässt man den Riemen nach einander auf die einzelnen Rollen D, D', D'' wirken. Die Rolle D sitzt auf der Achse des Zahnrades E fest; die Rolle D' sitzt auf einem hohlen Cylinder, der sich frei um diese Achse drehen kann und seinerseits das Zahnrad E' trägt; die dritte Rolle D'' endlich sitzt wieder auf einem anderen hohlen Cylinder, der den vorigen umgiebt und auf dem das Zahnrad E''

befestigt ist. Die Fig. 236 ist ein verticaler Durchschnitt durch diese Rollen und Räder und lässt ihren Zusammenhang leichter erkennen. Wenn der Riemen auf die Rolle D geschoben wird, bewirkt diese Rolle die Umdrehung des Rades E, welches auf ihrer Achse festsitzt; da das Rad E mit dem Rade F im Eingriffe steht, so theilt sich diese Bewegung auch der Achse C und damit zugleich der Achse B und der Trommel mit. Die Räder F' und F'' sitzen auf der Achse C fest; sie nehmen daher an der Umdrehung dieser Axe Theil und treiben damit zugleich die beiden Räder E' und E'' und deren Rollen D' und D'' rund; die

Fig. 236.



Bewegung des Riemens kann sich jedoch nur durch die beiden Räder E und F allein der Achse C mittheilen; die Räder E', E'' und ihre Rollen D', D'' laufen leer und haben auf die Bewegung der Achse C keinen Einfluss. Schiebt man nun den Riemen von der Rolle D auf die Rolle D', so wird nun das Zahnrad E' von dem Riemen in Bewegung gesetzt, welches seinerseits auf das Rad F' und damit auf die Achse C wirkt; die Drehung dieser Achse erfolgt in einer Weise, wie wenn die Rolle D' und die Räder E', F' allein vorhanden wären. Wenn man endlich den Riemen auf die Rolle D'' rückt, so wird die Bewegung desselben durch die Räder E'', F'' auf die Achse C übertragen. Indem auf diese Weise der Riemen nach und nach auf die einzelnen Rollen rückt und diesen stets dieselbe Geschwindigkeit ertheilt, erhält die Achse C immer grössere Geschwindigkeiten, weil die Halbmesser der Räder F, F', F'' abnehmen, dagegen die der Räder E, E', E'' zunehmen. Nehmen wir z. B. an, die Räder E, E', E'' hätten resp. 60, 80, 100 Zähne, die damit im Eingriff stehenden Räder F, F', F'' dagegen resp. 60, 40, 20 Zähne, so erhält im ersten Falle, wenn der Riemen auf der Rolle D liegt, die Achse C dieselbe Geschwindigkeit, wie die Rolle D; im zweiten Falle, wo der Riemen auf D' liegt und die Bewegung durch die Räder E' und F' vermittelt wird, ist die Geschwindigkeit doppelt so gross, als vorhin, weil das Rad F' zwei Umläufe macht, während das Rad E' sich einmal dreht. Treibt endlich der Riemen die Rolle D'', so erhält die Achse C das Fünffache der anfänglichen Geschwindigkeit, dagegen nur das $2\frac{1}{2}$fache der vorhergehenden Geschwindigkeit, weil das Rad F'' sich fünfmal dreht, während E'' nur einen Umlauf macht. Auf diese Weise erhält die Trommel der Maschine nicht plötzlich, sondern nach und nach die erforderliche Geschwindigkeit.

Zur Seite der Rolle D befindet sich noch eine lose Rolle G, auf welcher der Riemen läuft, wenn die Achse C stillstehen soll. Die Verschiebung des Riemens geschieht vermittelst der Gabel H, die denselben zwischen sich fasst und ihn auf die eine oder die andere Rolle rückt, je nachdem man sie nach rechts oder links verschiebt. Der Kopf der Gabel ist eine Schraubenmutter; dreht man daher vermittelst der Karbel K die unverrückbare Schraubenspindel, so verschiebt sich die Mutter, und damit die Gabel H je nach der Richtung der Drehung vorwärts oder rückwärts; bei dieser Bewegung wird sie durch einen Falz, der sie umgiebt, stets in der richtigen Lage gehalten.

Aehnlicher Art sind auch die Centrifugen, deren man sich in den Zuckerfabriken bedient, um den Saft aus den zerkleinerten Zuckerrüben zu gewinnen.

130 **Drehung eines Körpers um eine feste Achse; Trägheitsmoment.** In unseren bisherigen Untersuchungen über die Bewegung der Körper wurde entweder vorausgesetzt oder doch stillschweigend angenommen, dass entweder die Masse des Körpers in einem einzigen Punkte concentrirt zu denken sei, wie bei der Centralbewegung und der Wurfbewegung u. s. w., oder dass alle materiellen Theilchen in parallelen mit der Wirkung der Kraft übereinstimmenden Richtungen völlig gleiche Bewegungen machten, wie bei dem freien Falle eines Körpers. Im ersteren Falle dachten wir uns alle materiellen Theilchen in einem einzigen Punkte, dem Schwerpunkte, vereinigt und liessen die verschiedenen auf den Körper wirkenden Kräfte in diesem einen Punkte angreifen; im andern Falle, bei der geradlinig fortschreitenden Bewegung, wo die einzelnen Theile des Körpers genau dieselben Wege beschreiben, wurde vorausgesetzt, dass alle Massentheilchen parallel mit der Richtung der bewegenden Kraft gerade so in Bewegung gesetzt wür-

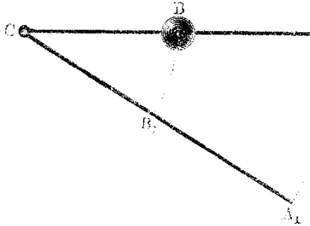
den, als wenn die ganze Masse des bewegten Körpers in einem einzigen Punkte, dem Angriffspunkte der Kraft, vereinigt wäre. Ganz verschieden hiervon ist der Fall, wenn, wie bei einem umlaufenden Rade, die durch eine Kraft in Bewegung gesetzte Masse sich um eine feste Achse drehen muss, wo also die an der Bewegung theilnehmenden Massentheilchen, welche sich in verschiedenen Entfernungen von der Achse befinden, ungleiche Geschwindigkeiten haben und einzeln ganz verschiedene Bewegungen ausführen. In solchen Fällen, wie sie die Praxis jeden Augenblick bietet, kann nicht mehr von der Bewegung des Körpers im Allgemeinen die Rede sein, da es ja nicht gestattet ist, ohne Weiteres die ganze Masse des rotirenden Körpers in seinem Schwerpunkte vereinigt zu denken, es muss vielmehr die Bewegung eines jeden Massentheilchens einzeln untersucht und aus der Vereinigung aller dieser Bewegungen die eine Bewegung des ganzen Systems der fest miteinander verbundenen materiellen Theilchen, d. h. die Bewegung des um die Achse rotirenden schweren Körpers abgeleitet werden.

Wenn auf einen Körper von bekannter Masse, die in einem Punkte vereinigt gedacht werden kann, eine bekannte Kraft eine Zeitlang einwirkt, so kennen wir nach §. 114 die Bewegung, die der Körper in Folge dieser Krafteinwirkung annehmen muss. Es wird also auch bei der Untersuchung über die Bewegung eines rotirenden Körpers, z. B. eines Schwungrades, am einfachsten sein, festzustellen, ob man nicht die Gesammtheit der einzelnen vertheilt liegenden, aber unveränderlich mit einander verbundenen, materiellen Theilchen des Körpers durch eine andere, in einem einzigen Punkte concentrirte Masse ersetzen könne, und welche Resultirende an die Stelle der einzelnen auf die materiellen Theilchen wirkenden Partialkräfte in eben diesem Punkte wirken müsse, wenn die Bewegung des Körpers sich dadurch nicht ändern soll. Kann dieses geschehen, so ist die zu bewegende, in einem Punkte concentrirte Masse, so wie die bewegende Kraft bekannt, daher nach dem Obigen die Bewegung des ganzen Körpers leicht zu bestimmen.

Das Problem der Bewegung eines schweren, um eine feste Achse sich drehenden Körpers liegt also in der Beantwortung der Frage: Wenn ein an einer Achse befestigter Körper in irgend einem seiner Punkte durch eine bekannte Kraft zur Drehung um die Achse angetrieben wird, welche Masse ist dann im Angriffspunkte der Kraft statt der einzelnen vertheilt liegenden materiellen Theile in Rechnung zu ziehen, damit die Drehung unter der Einwirkung derselben Kraft gerade so erfolge, wie sie für die zerstreut liegenden materiellen Theilchen wirklich erfolgt. Es empfiehlt sich, die Lösung dieses Problems mit dem einfachsten Falle zu beginnen.

Es sei CA, Fig. 287, ein gewichtloser Hebel, der sich um eine feste Achse C drehen lässt und an dessen Ende A sich

Fig. 287.



ein Massenmolekül m befindet. Nehmen wir ferner an, dass in dem Punkte A eine Kraft P senkrecht zu AC gerichtet den Hebel AC zu drehen strebt, oder, wenn der Hebel durch eine beliebige andere Kraft bereits in eine Drehung versetzt worden ist, nehmen wir an, dass diese Kraft durch eine andere stets in der Richtung der Tangente des mit CA beschriebenen Kreises wirkende Kraft P ersetzt werde. Es fragt sich nun, wenn man die Masse m aus A entfernt und in B eine andere Masse m' anbringt, wie gross diese letztere sein müsse, wenn sie die Masse m in A ersetzen könne, die Bewegung des Hebels also dieselbe sei, wie früher.

Nehmen wir der Einfachheit wegen zuerst an, dass B in der Mitte von CA liege. Da der bei der Drehung von B beschriebene Weg BB_1 nur die Hälfte des in derselben Zeit von A durchlaufenen Weges AA_1 ist, so müsste, wenn in B dieselbe Kraft wirkte, wie in A, in B eine doppelt so grosse Masse angebracht werden, als in A, damit die Bewegung des Hebels CA dieselbe bliebe, wie vorhin; denn unter der Einwirkung derselben Kraft P wird die Geschwindigkeit einer Masse $2m$ in gleicher Zeit nur halb so gross, als die der Masse m. Wirkte also in B dieselbe Kraft, wie in A, so würde die Masse $2m$ in B die Masse m in A ersetzen können. Nun aber ist nach den Gesetzen des Hebels bekannt, dass wenn in A ein Druck P wirkt, dieser in B einen Druck von $2P$ hervorruft. Demnach steht die in B anzubringende Masse nicht unter demselben Drucke, wie die Masse m in A, sondern unter einem doppelt so grossen Druck. Der einfache Druck P in B würde also machen, dass der Weg BB_1 von der Masse $2m$ in derselben Zeit beschrieben würde, wie der Weg AA_1 von der Masse m; soll der doppelte Druck $2P$ in B eine in B befindliche Masse in derselben Zeit nur durch dieselbe Wegstrecke treiben, so muss diese Masse in B doppelt so gross sein, als wenn sie unter der Einwirkung der einfachen Kraft P stände. Demnach muss die in B anzubringende Masse überhaupt viermal so gross, also gleich $4m$ sein, wenn sie die in A befindliche einfache Masse m derart ersetzen soll, dass die Drehung des Hebels unverändert dieselbe bleibt.

Zu demselben Resultate gelangen wir durch Anwendung der in §. 111 gewonnenen Formel (II). Hiernach ist, wenn ein constanter Druck P während der Zeit t auf einen Körper von p Pfund stetig einwirkt, der von dem Körper durchlaufene Weg $s = \frac{P}{p} \cdot \frac{g}{2} \cdot t^2$. Hat der Körper die Masse m, so ist nach §. 116 (I) $p = m \cdot g$, also:

$$s = \frac{P}{m\,g} \cdot \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ oder } m = \frac{P \cdot t^2}{2\,s}.$$

Der Weg s ist hier zwar ein Kreisbogen, aber es ist doch wie bei der geradlinigen Bewegung angenommen, dass die constante Kraft stets in der Richtung des letzten Bahnelementes wirke; die zurückgelegten Wege sind daher in unserem Falle gerade so zu berechnen, wie bei der geradlinigen Bewegung.

Nun ist bereits gezeigt worden, dass die in A wirkende Kraft P in dem Punkte B einen Druck $= 2P$ erzeugt. Bezeichnen wir daher die in B zu concentrirende Masse mit m_1, welche so gross sein muss, dass sie unter dem Drucke $2P$ in derselben Zeit t den Weg $BB_1 = \frac{s}{2}$ zurücklegt, in welcher unter dem Drucke P die Masse m den Weg $AA_1 = s$ zurücklegt, so ist für diesen Fall:

$$m_1 = \frac{2\,P \cdot t^2}{2 \cdot \frac{s}{2}} = \frac{2\,P \cdot t^2}{s},$$

daher ist:

$$m : m_1 = \frac{P \cdot t^2}{2\,s} : \frac{2\,P \cdot t^2}{s} = 1 : 4,$$

also wie vorhin:

$$m_1 = 4\,m.$$

Hätten wir die in A befindliche Masse m in einem anderen Punkte des Hebels CA concentriren wollen, dessen Entfernung von C 3- oder 4mal kleiner wäre, als die Entfernung des Punktes A, so würden wir durch dieselbe Betrachtung finden, dass diese neue Masse in $\frac{1}{3}$ der Entfernung von C 9mal, in $\frac{1}{4}$ der Entfernung von C 16mal so gross sein muss, als sie in A ist.

Hiernach können wir also schliessen, dass in einem zweimal kleineren Abstande von der Drehachse eine 4- oder 2^2mal, in einem dreimal kleineren Abstande eine 9- oder 3^2mal, in einem viermal kleineren Abstande eine 16- oder 4^2mal grössere Masse erforderlich ist, wenn sie die einfache Masse m, die sich in der einfachen Entfernung befindet, so ersetzen soll, dass die Drehung des Ganzen dadurch nicht geändert wird. Das allgemeine Gesetz lässt sich also so ausdrücken:

Massen, welche in verschiedenen Abständen von der Drehungsachse gelegen sind und sich gegenseitig so ersetzen sollen, dass die Rotationsbewegung um die Achse dadurch durchaus nicht geändert wird, müssen sich umgekehrt zu einander verhalten, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Drehungsachse.

Verhalten sich diese Abstände wie 1 zu 2, also die Quadrate wie 1 zu 4, so müssen sich die Massen, die sich in diesen Abständen gegenseitig vertreten sollen, verhalten wie 4 zu 1, d. h. es ist in Bezug auf die Umdrehung um die Drehungsachse einerlei, ob in der Entfernung 1 von der Achse sich die Masse 4, oder in der Entfernung 2 sich die Masse 1 befindet.

Bezeichnet man daher in Fig. 237 die Entfernung CA mit e, CB mit e_1, die in A befindliche Masse mit m, die in e_1 befindliche Masse, welche die Masse m ersetzen soll, mit m_1, so ist allgemein:

$$m : m_1 = {e_1}^2 : e^2$$

oder

$$m \,.\, e^2 = m_1 \,.\, {e_1}^2.$$

Man nennt das Product $(m \,.\, e^2)$ aus der Masse eines Moleküls in das Quadrat seiner Entfernung von der Drehungsachse das Trägheitsmoment dieses Moleküls; man kann daher den vorstehenden Satz auch so ausdrücken:

Man kann ein Massenmolekül, das sich in einer bestimmten Entfernung von der Drehungsachse befindet, durch ein anderes in einer andern Entfernung von derselben ersetzen, ohne dass die Drehung des ganzen Systems dadurch eine Aenderung erleidet, wenn die Trägheitsmomente der beiden Moleküle gleich gross sind.

Hiernach ist es leicht, diejenige Masse M zu berechnen, welche an die Stelle der in den Punkten a, b, d, f, Fig. 238

Fig. 238.

zerstreut liegenden Massenmoleküle m, m_1, m_2, m_3 in dem Punkte h anzubringen ist, damit die Drehung des ganzen Systems um die Achse C unter dem Einflusse irgend einer Kraft genau ebenso erfolge, wenn bloss die Masse M sich in h, oder wenn statt dessen die einzelnen Massenmoleküle m, m_1, m_2, m_3 sich in den Punkten a, b, d, f vertheilt befinden. Man braucht offenbar nur jedes Massenmolekül m, m_1 ... auf die vorhin angegebene Art durch ein anderes in dem Punkte h befindliches so zu ersetzen, dass die Trägheitsmomente beider gleich gross sind. Bezeichnen wir daher die Massen in h, welche die Moleküle m, m_1, m_2, m_3 zu ersetzen vermögen, der Reihe nach mit n, n_1, n_2, n_3, so müssen die Trägheitsmomente von m und n, von m_1 und n_1 u. s. w. einander gleich sein; es ist daher $m \,.\, Ca^2 = n \,.\, Ch^2$, ebenso $m_1 \,.\, Cb^2 = n_1 \,.\, Ch^2$, $m_2 \,.\, Cd^2 = n_2 \,.\, Ch^2$, $m_3 \,.\, Cf^2 = n_3 \,.\, Ch^2$. Durch Addition aller Trägheitsmomente von m, m_1 ... und ebenso von n, n_1 ... erhält man dann:

$$m \,.\, Ca^2 + m_1 \,.\, Cb^2 + m_2 \,.\, Cd^2 + m_3 \,.\, Cf^2 = Ch^2 (n + n_1 + n_2 + n_3).$$

Bezeichnet man nun die gesuchte in h zu verlegende Masse, welche die einzelnen Moleküle m, m_1 ... ersetzen kann, mit X, so ist offenbar

$$X = n + n_1 + n_2 + n_3,$$

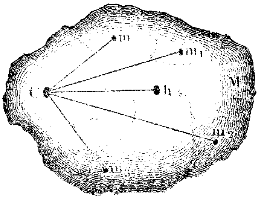
und man hat daher

$$m \,.\, Ca^2 + m_1 \,.\, Cb^2 + m_2 \,.\, Cd^2 + m_3 \,.\, Cf^2 = Ch^2 \,.\, X.$$

Wenn man diese Masse X, welche die zerstreut liegenden einzelnen Massentheilchen ersetzen kann, durch Rechnung bestimmt, so sagt man, man habe die einzelnen Moleküle auf die Entfernung Ch reducirt.

Es ist offenbar ganz einerlei, ob die Massen m, m_1 ..., wie im vorigen Falle, in einer geraden Linie, oder in einem Körper M, Fig. 239 (a. f. S.) zerstreut liegen, wenn nur die Bedingung bestehen bleibt, dass sie alle mit einander in einer festen Verbindung zu der Drehungsachse C stehen. Wie im vorigen Falle bestimmt man die Masse X, welche die zerstreut liegenden Massentheilchen m, m_1, m_2, m_3 in dem Punkte h ersetzen kann, auf die Weise, dass das Trägheitsmoment derselben gleich ist der Summe der Trägheitsmomente aller Massentheilchen m, m_1 u. s. w. Zur Bestimmung dieser Masse X hat man daher die Gleichung, wenn man die Entfernungen der Massentheilchen m, m_1, m_2 ... von der Achse C mit r, r_1, r_2 ... bezeichnet,

Fig. 239.



$$X \cdot Ch^2 = m \cdot r^2 + m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r^2 \text{ u. s. w.}$$

Die Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Moleküle m, m_1 ... eines Körpers in Bezug auf eine feste Drehungsachse nennt man das Trägheitsmoment des Körpers für jene Achse, so dass wir nun zu folgendem wichtigen Resultate gelangt sind: Man kann sich die ganze Masse eines um eine feste Achse sich drehenden Körpers, ohne dass seine Bewegung irgend wie eine Aenderung erleidet, durch eine andere ersetzt denken, die in einem gegebenen Punkte concentrirt ist, wenn das Trägheitsmoment des Körpers gleich ist dem Trägheitsmomente dieser neuen Masse bezogen auf dieselbe Umdrehungsachse.

Hiernach besteht die Reduction der Masse eines sich drehenden Körpers in der Summirung von Producten, deren Anzahl unbegränzt ist, weil jeder Körper aus unzählig vielen Punkten zusammengesetzt ist. Ist dabei der Körper homogen und von einfacher geometrischer Gestalt, so lässt sich jene Addition durch ziemlich einfache Rechnungen ausführen; ist dagegen der Körper von nicht homogener Beschaffenheit oder von unregelmässiger Begrenzung, so lässt sich das Resultat jener Summirung nur schwierig und zugleich nur annähernd bestimmen. Im Allgemeinen aber ist hiernach das oben aufgestellte Problem, die Masse eines um eine feste Achse sich drehenden Körpers in einem gegebenen Punkte zu concentriren, oder an die Stelle der unendlich vielen zerstreut liegenden materiellen Theilchen eine einzige Masse in einen beliebig gegebenen Punkt zu setzen, ohne dass die Drehung dabei sich ändert, vollständig gelöst.

Wie wichtig dieses Problem in der praktischen Anwendung ist, lässt sich leicht aus Folgendem erkennen. In allen Fällen, wo ein Körper sich um eine feste Achse dreht, kann man mit Hülfe des Satzes über das Trägheitsmoment die vertheilt liegenden Massentheilchen auf denjenigen Punkt reduciren, wo die bewegende Kraft angreift, alsdann von den zerstreut liegenden Massentheilchen absehen und so die zusammengesetztere Aufgabe, in welcher ein System unendlich vieler fest verbundener Moleküle in irgend einem Punkte von einer Kraft zur Drehung um eine feste Achse angetrieben wird, auf die einfachere und bereits gelöste Aufgabe (114) zurückführen, in welcher eine gegebene Kraft auf eine in ihrem Angriffspunkte befindliche Masse einwirkt.

Es ist klar, dass der Einfluss, den das Beharrungsvermögen einer rotirenden Masse auf die Bewegung ausübt, nicht bloss nach der Grösse der Masse, sondern auch nach der Entfernung der einzelnen Massentheile von der Drehungsachse, allgemein also nach dem Trägheitsmomente der Masse beurtheilt werden muss. Zwei Massen von sehr verschiedener Grösse bringen in Bezug auf die Drehung durch dieselbe Kraft genau dieselbe Wirkung hervor, wenn sie gleich grosse Trägheitsmomente besitzen, wobei es gleichgültig ist, wo die Kraft angreift. Es werden z. B. zwei Schwungräder, deren Massen gleiche Trägheitsmomente in Bezug auf die Einheit der Entfernung von der Drehungsachse besitzen, vollkommen gleiche Dienste leisten. Um diesen Schwungrädern gleiche Winkelgeschwindigkeiten (16) beizubringen, müssen genau dieselben Arbeitsgrössen der bewegenden Kraft geleistet werden, und umgekehrt werden sie auch auf entgegenstehende Widerstände mit gleich grosser lebendiger Kraft einwirken.

Das Trägheitsmoment eines rotirenden Körpers ist von der treibenden Kraft und dem Bewegungszustande unabhängig, dagegen richtet es sich nach der Grösse der Masse, nach der Vertheilung der Masse über den Körper in Bezug auf die Drehungsachse, also nach der Form des Körpers und der Lage des Schwerpunktes.

Nach dem Obigen wächst der Einfluss eines Massentheilchens auf das Trägheitsmoment im quadratischen Verhältnisse seiner Entfernung von der Drehungsachse; einem mit leichten, aber langen Armen versehenen Schwungrade wird daher ein grosses Trägheitsmoment entsprechen.

Da sich bei einem solchen Rade das ganze Trägheitsmoment fast ganz auf das des Schwungringes reducirt und die einzelnen Punkte des Schwungringes fast beinahe denselben Abstand von der Drehungsachse haben, so findet man das Trägheitsmoment eines solchen Schwungrades annähernd, wenn man das Gewicht des Schwungringes mit dem Quadrat des äusseren Halbmessers multiplicirt. Ein leichtes, aber grosses Schwungrad von 2000 Pfd. und 10 Fuss Halbmesser ist daher im Stande, ein kleines, aber schweres von 8000 Pfd. und nur 5 Fuss Halbmesser, zu ersetzen, denn $2000 \cdot 10^2 = 8000 \cdot 5^2$. Diese Abhängigkeit der Wirkungsgrösse eines Schwungrades wie jedes anderen rotirenden Körpers ergiebt sich aber auch aus dem, was wir in §§. 118 und 119 über die lebendige Kraft gesagt haben. Bei doppeltem Durchmesser des Rades wird nämlich auch die Geschwindigkeit des Schwungringes das Doppelte und daher die lebendige Kraft desselben das Vierfache, so dass, wenn seine Wirkungsfähigkeit der eines halb so grossen anderen Schwungrades gleich sein soll, das Gewicht des ersteren viermal kleiner sein muss, als das des letzteren.

141 **Die Fortpflanzung der Bewegung.** Wenn eine Kraft an irgend einem Theile eines Körpers angreift, so theilt sich die dadurch erzeugte Bewegung in der Regel allen übrigen Theilen des Körpers mit, allein diese Mittheilung erfolgt keineswegs momentan. Bestände der Körper aus einer den Raum stetig erfüllenden Materie, oder wäre seine Gestalt durchaus unveränderlich, so würde dieses allerdings geschehen; in demselben Augenblicke, wo ein Theil des Körpers der Wirkung der Kraft nachgeben und sich in Bewegung setzen würde, müsste auch der übrige Theil die Bewegung beginnen. In Wirklichkeit aber ist der Raum nicht stetig mit Materie ausgefüllt; der Körper besteht vielmehr aus Massentheilchen, die zwar sehr nahe an einander gelagert sind, aber sich doch nicht berühren. Diejenigen Moleküle, welche unmittelbar von der Kraft angegriffen werden, setzen sich sofort in Bewegung; in Folge hiervon entfernen sie sich von den benachbarten Theilchen oder nähern sich ihnen; das Gleichgewicht, welches früher zwischen den einzelnen Massentheilchen des Körpers bestand, ist dadurch aufgehoben und es treten Molekularkräfte in Wirksamkeit, welche zunächst die benachbarten Massentheilchen in

Bewegung setzen. Indem diese in gleicher Weise wieder auf die ihnen zunächst liegenden Moleküle wirken und sie in Bewegung setzen, pflanzt sich nach und nach die Bewegung auf alle Theilchen des Körpers fort.

Da in den meisten Fällen diese Mittheilung der Bewegung bei den festen Körpern äusserst schnell erfolgt, so hat es den Anschein, als ob die Massentheilchen unveränderlich fest mit einander verbunden wären; in einigen Fällen lässt sich jedoch die Fortpflanzung der Bewegung durch die verschiedenen Theile eines Körpers hindurch sehr leicht wahrnehmen.

Nehmen wir an, dass eine elastische Spiralfeder derart an einem Körper befestigt sei, dass beide Theile so zu sagen einen einzigen Körper bilden. Will man denselben durch eine Kraft, welche auf die Feder wirkt, in Bewegung setzen, so bewegt sich der Theil der Feder, welcher der directen Einwirkung der Kraft ausgesetzt ist, sofort; die Feder dehnt sich ein wenig und erst dann, wenn auch nach sehr kurzer Zeit, zieht sie den Körper nach.

Dasselbe geschieht, wenn ein stillstehender Eisenbahnzug in Bewegung gesetzt werden soll. Die einzelnen Wagen sind mit einander durch Ketten verbunden, deren eines Ende an einer starken unterhalb des Wagens befindlichen Feder befestigt ist. Gewöhnlich berühren sich zwei so verbundene Wagen unter einander; versucht man aber, den einen von dem anderen gewaltsam zu trennen, so dehnen sich die Federn und der Contact zwischen beiden ist aufgehoben. Sobald die an der Spitze des Zuges stehende Locomotive ihre Zugkraft auf den ersten Wagen ausübt, setzt sie ihn in Bewegung; die Federn, welche den ersten Wagen mit dem zweiten verbinden, spannen sich und nach Verlauf einer kleinen Zeit setzt sie den zweiten Wagen in Bewegung; darauf strecken sich die Federn, welche zwischen dem zweiten und dem dritten Wagen angebracht sind, dieser letztere beginnt dann ebenfalls seine Bewegung und so theilt sich die anfängliche Bewegung des ersten Wagens nach und nach dem ganzen Zuge mit. Während der Bewegung nehmen die Verbindungsfedern ihre ursprüngliche Form wieder an und die einzelnen Wagen treten wieder mit einander in Berührung, wie vor der Abfahrt.

Dieses Beispiel lehrt, was unter den einzelnen Massentheilchen eines festen Körpers bei der Mittheilung der Bewegung vorgeht. Die einzelnen Wagen des Zuges spielen die Rolle der Massentheilchen des Körpers, die nacheinander in Bewegung gerathen; die Federn, welche die Wagen verbinden, geben ein, wenn auch übertriebenes, doch deutliches Bild von den inneren zwischen den Massentheilchen wirkenden Kräften, vermittelst deren sich die Bewegung von einem Theilchen auf das andere überträgt.

142 Es ist hier der Ort, Einiges über den Eindruck zu sagen, den das Fahren in einem Wagen oder auf einem Schiffe auf uns macht.

Wäre die Bewegung des Wagens oder des Schiffes vollkommen regelmässig, so würde man innerhalb desselben von seinem Laufe nichts bemerken; der Anblick der ausserhalb des Fahrzeuges befindlichen festen Gegenstände, von denen man weiss, dass sie sich nicht bewegen, z. B. der Bäume, der Häuser, ist unbedingt erforderlich, um sich zu vergewissern, dass man seinen Ort verändert. In der Bewegung selbst sind es also nur die Unregelmässigkeiten der Bewegung, welche sich bemerkbar machen.

Nehmen wir an, dass wir auf einem voran gehenden Wagen sitzen, das Gesicht nach der Richtung der Fahrt gewendet. Wenn die Bewegung des Wagens plötzlich zunimmt, so theilt sich diese Beschleunigung zuerst den unteren Theilen des Körpers mit, welche mit dem Wagen in unmittelbarer Berührung stehen; da der Oberkörper an dieser beschleunigten Bewegung nicht sofort Antheil nimmt, so bleibt er hinter den unteren Körpertheilen zurück und fällt hinten herüber. Wenn umgekehrt die Bewegung des Wagens plötzlich langsamer wird, so theilt sich auch hier die Abnahme der Geschwindigkeit dem Unterkörper früher als dem Oberkörper mit; in diesem Falle behält der Oberkörper noch eine kurze Zeit seine grössere Geschwindigkeit, wogegen die unteren Körpertheile zurückbleiben; der Körper fällt also nach vorne herüber. Fährt man rückwärts, das heisst, den Rücken nach der Richtung der Bewegung zugewendet, so findet das Umgekehrte statt; bei einer plötzlichen Zunahme der Bewegung fällt der Oberkörper rückwärts, also nach der Richtung der Bewegung hinüber, bei einer plötzlichen Verminderung der Bewegung fällt er vorne herüber.

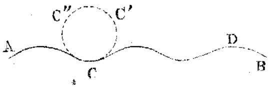
Es ist bekannt, dass viele Personen Uebelkeiten bekommen, wenn sie rückwärts fahren; es fragt sich, ob die Ursache hiervon in der Bewegung selbst liegt. Wenn die Bewegung ganz regelmässig ist, kann man sie in keiner Weise fühlen; die einzelnen Theile des Körpers stehen dann in demselben gegenseitigen Verhalten, als wenn der Körper in Ruhe wäre, es ist daher auch ganz unmöglich, dass die Richtung der Bewegung in einem solchen Falle irgend einen Einfluss auf die äusseren oder inneren Theile des Körpers ausübe.

Die Erde hat bei ihrer Umdrehung um die Sonne eine sehr grosse Geschwindigkeit, denn sie durchläuft in einer Secunde gegen vier preussische Meilen; gleichwohl vermögen wir nicht zu unterscheiden, ob wir uns vorwärts oder rückwärts bewegen, je nachdem wir uns nach Osten oder nach Westen drehen. Es könnten also höchstens die Unregelmässigkeiten der Bewegung sein, welche eine Uebelkeit hervorzurufen im Stande wären. Wenn wir aber an das vorhin Gesagte zurückdenken, so werden wir sofort zugeben, dass diese Unregelmässigkeiten in der Bewegung sich in derselben Weise fühlbar machen müssten, ob wir vorwärts oder rückwärts führen; denn wenn die Bewegung schneller wird und wir vorwärts fahren, tritt genau dasselbe ein, als wenn die Bewegung langsamer wird und wir rückwärts fahren. Da nun aber während der Fahrt die Zu- und Abnahme der Bewegung in verschiedener Stärke wechselt, so muss man schliessen, dass die Wirkung hiervon auf die Körpertheile dieselbe ist, mag man vorwärts oder rückwärts fahren. Dazu kommt noch die leicht zu machende Erfahrung, dass, wenn man bei einer Fahrt zur Nachtzeit in einem verschlossenen Wagen einige Zeit geschlafen hat, man beim Erwachen über die Richtung der Bewegung ganz im Ungewissen ist; man muss sich erst besinnen, welchen Platz man bei der Abfahrt eingenommen hat, bevor man sich klar darüber wird, ob man vorwärts oder rückwärts fährt. Die Unregelmässigkeiten in der Bewegung machen sich also in gleicher Weise auf den Körper bemerkbar, die Richtung der Bewegung mag sein wie sie wolle, und sie können daher nicht dazu dienen, dass man sich ein Urtheil über diese Richtung bilde.

Hiernach muss man schliessen, dass die Ursache, warum sich beim Rückwärtsfahren zuweilen Uebelkeiten einstellen, überhaupt keine mechanische sein könne. Die Quelle derselben ist in der That ausschliesslich in dem Anblick der äusseren Gegenstände zu suchen. Wenn man gewöhnt ist, in einem Wagen vorwärts zu fahren, so scheinen sich die äusseren Gegenstände gerade so, wie beim Vorwärtsgehen, in einer ganz bestimmten Weise zu bewegen, nämlich so, dass sie sich uns n ä h e r n und die nächsten Gegenstände am ehesten hinter uns verschwinden; wenn man nun im Gegensatze zu dieser Gewohnheit rückwärts fährt, so scheinen sich zwar auch die äusseren Gegenstände zu bewegen, aber in einer uns ganz ungewohnten Weise, nämlich so, dass diese Gegenstände sich von uns entfernen und die nächsten die ersten sind, welche wir wahrnehmen. Diese ungewohnte Erscheinung aber macht uns verwirrt, erregt Unsicherheit in der Vorstellung und Schwindel, und ist die einzige Ursache, warum sich bei gewissen Persönlichkeiten in einem solchen Falle Uebelkeit einstellen kann. Entzieht man sich daher auf irgend eine Weise dem Anblick der ausserhalb des Fahrzeuges befindlichen Gegenstände, so ist damit die Ursache des Schwindels und also auch die Uebelkeit selbst gehoben.

Wir haben gesehen, dass beim Rückwärtsfahren keine andere mechanische Ursache auf den Körper wirken könne, als die Erschütterungen, und dass diese mehr oder weniger unregelmässigen Bewegungen, welche sich durch das Fahrzeug auch dem Körper mittheilen, von der Richtung der Bewegung unabhängig sind; aber wenn auch die Richtung der Bewegung wirkungslos ist, so kann doch in der Bewegung selbst noch eine mechanische Ursache vorhanden sein, welche Unwohlsein erzeugt. Dieses ist wirklich der Fall bei der Seekrankheit, welche durch die beständige Wellenbewegung eines Schiffes hervorgerufen wird. Es beschreibt nämlich bei dieser Bewegung jedes Massentheilchen des Körpers nicht eine gerade, sondern eine wellenförmige Linie AB, Fig. 240. Wenn sich diese Theilchen in einem der tieferen Punkte dieser Wellenlinie befinden und die Bewegung in der Richtung von A nach B erfolgt, so bewegen sie sich im nächsten Augenblicke beinahe in einer Kreislinie aufwärts, nämlich in dem Bogen CC'; hieraus entsteht eine Centrifugalkraft, welche ein Körpertheilchen gegen das benachbarte drängt und einen Druck dieser Theilchen gegen einander erzeugt, der im Ruhezustande nicht vorhanden ist. Gleitet dagegen der Körper von dem höchsten Punkte D der Wellenlinie AB wieder zu dem tieferen herab, so hat die hieraus sich erzeugende Centrifugalkraft offenbar die entgegengesetzte Richtung. In Folge der beständigen Schwankungen des Schiffes üben daher die einzelnen inneren Körpertheile einen gegenseitigen Druck auf einander aus, der im Zustande der Ruhe nicht vorhanden ist und der ausserdem in jedem Augenblicke seine Richtung ändert.

Fig. 240.

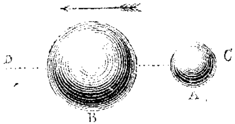


Man begreift, wie hieraus leicht eine Art Schwindel oder Uebelkeit entstehen kann, dessen nächste Folge dann die Seekrankheit selbst ist.

143 **Der Stoss zweier Körper.** Wenn ein in Bewegung befindlicher Körper einem anderen Körper, der in Ruhe ist oder eine andere Bewegung hat, begegnet, so entsteht ein Stoss. Wir wollen untersuchen, wie die Bewegungen der beiden Körper durch die Wirkung des Stosses geändert werden.

Der Einfachheit wegen nehmen wir an, dass die beiden Körper die Kugelgestalt haben und in einer geraden Linie CD, Fig. 241, nach derselben durch den beigesetzten Pfeil angedeuteten Richtung sich bewegen. Damit die beiden Körper A und B zusammenstossen, muss nothwendig die Geschwindigkeit des nachfolgenden Körpers A grösser sein, als die des vorangehenden B; in diesem Falle nähert sich nämlich der erstere immer mehr dem zweiten und wird endlich gegen diesen anstossen.

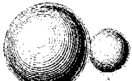
Fig. 241.



In dem Augenblicke, wo der Körper A den Körper B erreicht, sucht er die ersten Massentheilchen des Körpers B zu beschleunigen und diese schnellere Bewegung wird sich bald der ganzen Masse des Körpers B mittheilen. Wir haben jedoch bereits gesehen, dass die Mittheilung der Bewegung nicht augenblicklich geschieht, und deswegen muss eine Formveränderung des gestossenen Körpers eintreten. Die ersten gestossenen Massentheilchen weichen nämlich dem empfangenen Stosse etwas aus, sie nehmen eine grössere Geschwindigkeit an, als der übrige Theil des Körpers hat, und nähern sich demzufolge dem Mittelpunkte. Die benachbarten Theilchen, welche durch die angeregten Molekularkräfte ebenfalls einen Stoss bekommen, nehmen etwas später eine grössere Geschwindigkeit an und nähern sich ebenfalls dem Mittelpunkte des Körpers B. So kommt es, dass nach Verlauf einer gewissen Zeit, die jedoch in allen Fällen äusserst klein ist, der Körper B an dem Punkte, wo er von dem Körper A den Stoss erhalten hat, eine etwas abgeplattete Gestalt annimmt.

Was von dem Körper B gesagt ist, gilt auch in ähnlicher Weise für den Körper A. Indem die vorderen Theilchen des letzteren gegen den Körper B anstossen, finden sie an demselben plötzlich ein Hinderniss der Bewegung und werden verzögert; die folgenden Theilchen erleiden dann ebenfalls eine Verzögerung, und der Körper *A* erhält ebenso, wie der Körper *B*, an der Stelle der gemeinschaftlichen Berührung eine abgeplattete Gestalt. In der Figur 242 ist diese beiderseitige Abplattung der Körper *A* und *B* der grösseren Deutlichkeit wegen im vergrösserten Maassstabe gezeichnet.

Fig. 242.



A

B

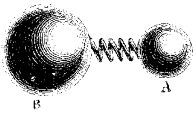
Von dem Augenblicke an, wo die beiden Körper sich berühren, verändern sie also ihre Gestalt. Aber zugleich theilt sich die Beschleunigung, welche den ersten Theilchen des Körpers *B* zu Theil wird, nach und nach der ganzen Masse dieses Körpers mit, und ebenso pflanzt sich die Verzögerung der ersten Theilchen des Körpers *A* allmählich auf die ganze Masse dieses Körpers fort: die Geschwindigkeit von *A* nimmt ab und die von *B* nimmt zu. So lange die sich vermindernde Geschwindigkeit von *A* noch grösser ist, als die wachsende Geschwindigkeit von *B*, nimmt auch die Formveränderung der Körper und die Abplattung derselben zu; sobald aber die Geschwindigkeiten beider Körper einander gleich geworden sind, hört auch die weitere Formveränderung auf. Von diesem Zeitpunkte an ist der fernere Vorgang je nach der Natur der beiden aufeinanderstossenden Körper sehr verschieden.

Zuerst können wir annehmen, dass die beiden Körper *A* und *B* ganz unelastisch sind; in diesem Falle haben sie nach dem Stosse gar kein Bestreben, die ursprüngliche Form wieder anzunehmen; die Einwirkung des Stosses hört auf, sobald sie gleiche Geschwindigkeiten erlangt haben, und von da an bewegen sie sich gemeinschaftlich, ohne sich von einander zu trennen. Ein Beispiel dieser Art bieten zwei Blei- oder Thonkugeln.

44 Wenn wir zweitens annehmen, dass die beiden Körper *A* und *B* elastisch sind, z. B. zwei Kugeln von Elfenbein, und bei der Formveränderung die Elasticitätsgränze nicht überschritten worden ist, so ist in dem Augenblicke, wo die Körper gleiche Geschwindigkeiten erlangt haben, die Wirkung des Stosses noch keineswegs beendigt. Denn da diese Körper das Bestreben haben, ihre ursprüngliche Form wieder anzunehmen, so entfernen sich die Massentheilchen, welche sich durch den

Stoss dem Mittelpunkte der Kugel genähert hatten, wieder von demselben, und die Körper stossen einander ab. Die Geschwindigkeit des Körpers A nimmt daher fortwährend ab, die des Körpers B fortwährend zu; die Körper trennen und entfernen sich immer mehr von einander. Der Erfolg ist derselbe, als wenn sich in dem Augenblick, wo der Stoss erfolgt, eine Spiralfeder zwischen beiden Körpern befände, Fig. 243; diese Feder würde in Folge der grösseren Geschwindigkeit des Körpers A zuerst zusammengepresst werden; das Zusammendrücken derselben hört aber auf, sobald die Geschwindigkeiten von A und B gleich geworden sind, und von nun an dehnt sich die Feder wieder aus und entfernt die beiden Körper von einander, wobei die Geschwindigkeit von A zu-, die von B abnimmt.

Fig. 243.



Während der ganzen Dauer des Stosses wächst die Geschwindigkeit des Körpers B fortwährend und behält dieselbe Richtung; anders ist es mit dem Körper A. Nach dem ersten Theile des Stosses, das heisst in dem Augenblicke, wo die beiden Körper dieselbe Geschwindigkeit erlangt haben, hat diese Geschwindigkeit dieselbe Richtung, welche die anfänglichen Geschwindigkeiten beider Körper vor dem Stosse hatten; die Geschwindigkeit des Körpers A hat abgenommen, ohne ihre Richtung zu verändern. Während der zweiten Hälfte des Stosses aber kann die stets abnehmende Geschwindigkeit dieses Körpers Null werden, bevor noch der Stoss vollständig zu Ende ist. In diesem Falle wird der Körper A, der in Folge der erregten Molekularkräfte von dem Körper B fortwährend zurückgestossen wird, eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung annehmen.

Ganz ähnliche Erscheinungen treten ein, wenn die beiden Körper vor dem Stosse in entgegengesetzten Richtungen sich bewegen, oder wenn bloss einer derselben vor dem Stosse in Bewegung, der andere aber in Ruhe ist.

Die Aenderungen, welche der Stoss in den Geschwindig- 145
keiten der beiden sich stossenden Körper hervorbringt, hängen von den Massen dieser Körper ab. Im §. 116 haben wir bereits gesehen, dass die Bewegungsgrösse eines Körpers durch das Product aus seiner Masse in seine Geschwindigkeit aus-

gedrückt wird. Bezeichnen wir daher die Massen der beiden zusammenstossenden Körper mit M und m, und ihre Geschwindigkeiten mit C und c, so sind ihre Bewegungsgrössen vor dem Stosse MC und mc.

Bewegen sich daher zwei unelastische Körper vor dem Stosse nach einer und derselben Richtung, so ist die ganze Bewegungsgrösse $MC + mc$. Bezeichnen wir die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, mit welcher die Körper nach dem Stosse fortgehen, mit x, so ist, da die bewegte Masse $M + m$ ist, die Bewegungsgrösse nach dem Stosse $(M + m)x$. Da nun durch den Stoss an Bewegungsgrösse nichts verloren geht, so ist $(M + m)x = MC + mc$, also

$$x = \frac{MC + mc}{M + m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Haben die beiden Körper gleiche Masse, so ist $M = m$ und $M + m = 2m$, also wird aus (I):

$$x = \frac{mC + mc}{2m} = \frac{C + c}{2},$$

d. h. trifft ein bewegter Körper auf einen langsamer vorangehenden von gleicher Masse, so theilt er ihm Geschwindigkeit mit und schliesslich gehen beide mit der halben Summe ihrer anfänglichen Geschwindigkeiten in derselben Richtung fort.

Stösst z. B. eine unelastische Kugel von 5 Pfund Gewicht und 7 Fuss Geschwindigkeit mit einer anderen in derselben Richtung sich bewegenden unelastischen Kugel von 10 Pfund Gewicht und 5 Fuss Geschwindigkeit derart zusammen, dass die Richtung der Bewegung durch die Mittelpunkte der Kugeln geht, so ist die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stosse, da die Masse gleich ist dem Gewichte, dividirt durch $31\frac{1}{4}$, nach der Formel (I):

$$x = \frac{10 . 5 + 5 . 7}{5 + 10} = 5\tfrac{2}{3} \text{ Fuss.}$$

Setzt man in Formel (I) die eine Geschwindigkeit, z. B. $c = 0$, d. h. stösst ein bewegter Körper auf einen ruhenden, so ist für den Fall, dass die Körper beide unelastisch sind, die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stosse:

$$x = \frac{MC}{M + m}.$$

Ist ferner $M = m$, so ist

$$x = \frac{MC}{2M} = \frac{C}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

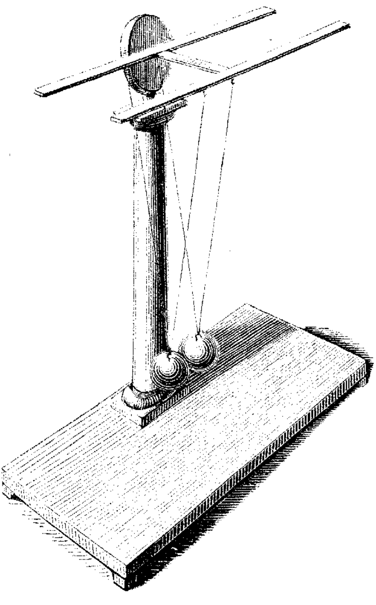
Bewegen sich die beiden unelastischen Kugeln vor dem Stosse in entgegengesetzten Richtungen, so hat man

$$x = \frac{MC - mc}{M + m}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{(III)}$$

in dem vorhergehenden Zahlenbeispiele würden hiernach die beiden Körper nach dem Stosse mit einer gleichen Geschwindigkeit von $\frac{50 - 35}{15} = 1$ Fuss fortgehen.

Wenn dagegen zwei elastische Körper gegen einander stossen, so werden, wie wir vorhin gesehen haben, die sich berührenden Theile mit einer Gewalt zusammengepresst, welche der Wirkung gleich ist, die sie auf einander ausübten. In dem Augenblicke, wo die Formveränderung aufhört, springen die Theilchen in ihre vorige Lage zurück und ertheilen jedem der beiden Körper einen seiner ursprünglichen Bewegung entgegengesetzten Stoss. 146

Fig. 244.

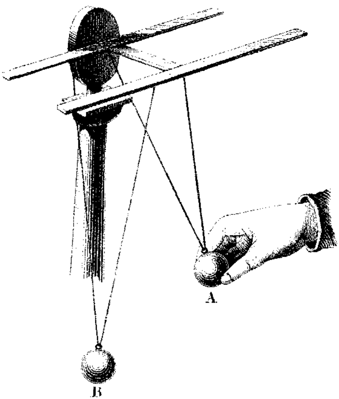


Da Elfenbeinkugeln einen hohen Grad von Elasticität besitzen, so kann man mit ihnen die Gesetze des Stosses elastischer Körper leicht veranschaulichen. Zu diesem Zwecke hängt man zuerst zwei gleich grosse Kugeln nebeneinander so auf, Fig. 244, dass sie frei hängend sich eben berühren.

Entfernt man nun die eine Kugel *A*

aus ihrer Lage bis zu einer gewissen Höhe und lässt sie dann fallen, Fig. 245, so trifft sie gegen die Kugel B und stösst dieselbe.

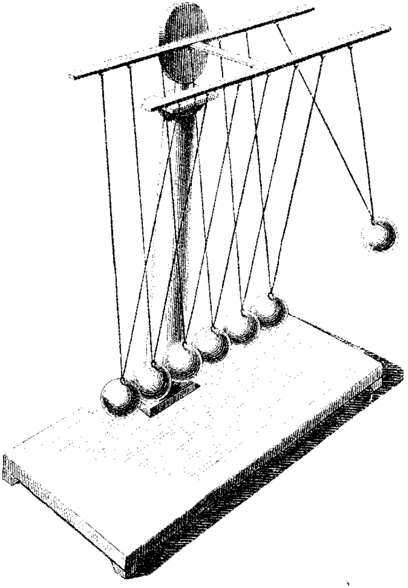
Fig. 245.



In dem Augenblicke, wo der Stoss beginnt, hat B keine Geschwindigkeit; da nun beide Kugeln gleiche Masse haben, so gewinnt die eine Kugel B so viel an Geschwindigkeit, als die andere verliert. In dem Augenblicke, wo die Formveränderung beider Kugeln am grössten ist, hat daher nach §. 145 (II) jede die Hälfte der Geschwindigkeit, welche die Kugel A im Anfange des Stosses besass. Während der zweiten Hälfte des Stosses, wo die zusammengepressten Theile wieder auseinanderspringen, nimmt die Geschwindigkeit der Kugel B um denselben Betrag zu, wie während der ersten Hälfte, so dass am Ende des Stosses diese Geschwindigkeit gleich ist der ursprünglichen Geschwindigkeit der Kugel A. In derselben Zeit vermindert sich die Geschwindigkeit dieser letzteren Kugel, welche bereits auf die Hälfte der anfänglichen herabgesunken war, nochmals um denselben Betrag, so dass sie Null wird. Es zeigt sich dieses auch in der Wirklichkeit; denn in dem Augenblicke, wo der Stoss stattfindet, bleibt die Kugel A in Ruhe, während die andere B einen Kreisbogen beschreibt und zu derselben Höhe ansteigt, von welcher die Kugel A herabgefallen war. Auf diesem Wege verliert sie unter dem Einflusse der Schwere ihre Geschwindigkeit, sie fällt dann wieder herab und stösst die ruhende Kugel A; während B selbst still stehen bleibt, steigt nun A auf dieselbe Höhe, von welcher sie zuerst herabgefallen war. Auf diese Weise würde sich das Spiel bis ins Unendliche wiederholen, wenn nicht der Widerstand der Luft und die Reibung an den Aufhängepunkten die Geschwindigkeit der Kugeln immer mehr verminderte und zuletzt ganz erschöpfte.

Wenn man statt zwei Kugeln eine grössere Zahl, z. B. sieben in der vorigen Weise neben einander aufhängt, wie die Fig. 246 zeigt, und man lässt die erste von einer gewissen Höhe

Fig. 246.



auf die anderen herabfallen, so zeigt sich eine sehr bemerkenswerthe Erscheinung. Nach dem Vorigen giebt die fallende Kugel, wenn keine andere Kugeln vorhanden sind, an die zweite Kugel ihre ganze Geschwindigkeit ab, während sie selbst zur Ruhe gelangt. Das Vorhandensein der übrigen Kugeln kann aber hierauf keinen Einfluss haben; demnach erhält die zweite Kugel die ganze Geschwindigkeit der ersten. Mit dieser Geschwindigkeit stösst nun die zweite Kugel gegen die dritte und giebt ihre ganze Geschwindigkeit an diese Kugel ab, während sie selbst zur Ruhe gelangt; sie ist nur während der sehr kurzen Zeit, die zwischen dem ersten und dem zweiten Stosse verfliesst, in Bewegung. Auf gleiche Weise geht die anfängliche Geschwindigkeit von der dritten Kugel auf die vierte, von der vierten auf die fünfte über, welche sich mit dieser Geschwindigkeit um den Aufhängepunkt bewegen würde, wenn sie nicht durch die folgenden Kugeln daran verhindert würde. Der Versuch zeigt dieses wirklich; denn lässt man die erste Kugel von einer gewissen Höhe herabfallen, so gelangt sie nach geschehenem Stosse sofort zur Ruhe, wogegen die letzte Kugel sich in Bewegung setzt und bis zu derselben Höhe aufsteigt, von welcher die erste Kugel herabgefallen ist. Indem gleich darauf die letzte Kugel wieder herabfällt, gelangt sie beim Stosse sofort in Ruhe, während die erste Kugel ihre anfängliche Höhe wieder ersteigt. Bei diesem Versuche bleiben die fünf mittleren Kugeln in Ruhe, sie vermitteln nur die Fortpflanzung der Bewegung von der ersten Kugel bis zur letzten und umgekehrt, und bloss die beiden äussersten Kugeln bewegen sich, als ob sie allein vorhanden wären. Dieser Versuch zeigt unzweideutig, dass unsere obigen Auseinandersetzungen bezüglich der allmäligen Fortpflanzung der Bewegung richtig sind. Wenn in dem Augenblicke, wo die erste Kugel auf die zweite stösst, die Bewegung sich augenblicklich den sechs ruhenden Kugeln mittheilte, so würde der Erfolg derselbe sein, als ob die erste Kugel gegen eine andere von sechsmal so grosser Masse stiesse; es ist klar, dass in diesem Falle nach dem Stosse die erste Kugel nicht sofort zur Ruhe kommen könnte. In der Wirklichkeit geschieht jedoch der Stoss der ersten Kugel gegen die zweite genau so, als ob nur diese beiden Kugeln allein vorhanden wären; der Stoss ist also schon zu Ende, bevor die Bewegung Zeit gehabt hat, sich bis zur dritten Kugel fortzupflanzen.

Wenn man eine Elfenbeinkugel in verticaler Richtung auf eine wagerechte Marmorplatte fallen lässt, so fliegt die Kugel zurück und steigt beinahe auf dieselbe Höhe, von welcher sie herabgefallen war. Um dieses zu erklären, hat man zuerst zu beachten, dass die sehr elastische Marmorplatte der Wirkung des Stosses in keiner Weise nachgeben kann und als vollkommen unbeweglich und fest angesehen werden muss. In dem Augenblicke, wo der Stoss erfolgt, erleiden die Platte und die

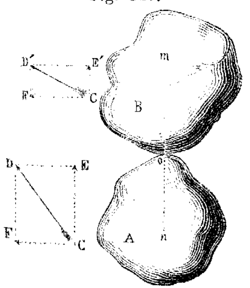
Kugel eine Formveränderung; wenn diese aufhört, haben beide, die Tafel und die Kugel, eine gleiche Geschwindigkeit, und zwar, da die Tafel fest ist, eine Geschwindigkeit gleich Null. Nachdem die Kugel in der ersten Hälfte des Stosses ihre ganze Geschwindigkeit verloren hat, erhält sie in Folge der Wirkung der Elasticität in der zweiten Hälfte eine der vorigen gleiche und entgegengesetzte Geschwindigkeit, mit welcher sie dann wieder in die Höhe springt.

Man kann die Formveränderung, welche bei dem Stosse die Marmortafel und die Elfenbeinkugel erleiden, auf folgende Weise sichtbar machen. Man legt eine sehr dünne Schicht Oel oder Kienruss auf die Marmortafel und lässt die Kugel darauf fallen; der Kreis, der nach dem Stosse sowohl auf der Tafel, als auf der Kugel sichtbar ist, wird bedeutend grösser sein, als wenn man die Kugel ruhig auf die Tafel gelegt hätte.

Lässt man auf dieselbe Weise eine Bleikugel auf eine Bleitafel fallen, so bleibt die Kugel liegen, ohne zurückzuspringen. Die Formveränderung, welche während der zweiten Hälfte des Stosses elastischer Körper wieder verschwindet, bleibt bei den unelastischen Körpern auch nach dem Stosse bestehen und ist sowohl auf der Tafel, als auch an der Kugel sehr gut zu bemerken.

Der Stoss zweier Körper erfolgt aber nicht immer unter so 147
einfachen Verhältnissen, als wir es in den vorstehenden Erörterungen angenommen haben. Wir wollen daher näher ausführen, wie man sich in allen Fällen über die verschiedenen Umstände, die beim Stosse eintreten können, Rechenschaft geben kann. Es seien A und B, Fig. 247, die beiden Körper, die zusammenstossen, CD die Geschwindigkeit des ersteren, $C'D'$ die des zweiten im Augenblicke, wo der Stoss erfolgt; 0 sei der Punkt, wo der Zusammenstoss erfolgt, und mn die gerade Linie, welche senkrecht steht zu der durch den Punkt 0 gelegten gemeinschaftlichen Berührungsebene beider Körper.

Fig. 247.



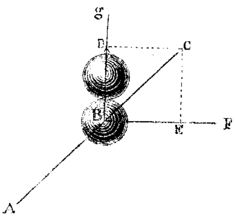
Nach §. 129 kann man die Geschwindigkeiten CD, $C'D'$ in zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen, von denen die einen, CE, $C'E'$, parallel zur Linie mn und die anderen, CF, $C'F'$, gegen diese Richtung senkrecht stehen.

Hätten die beiden Körper A und B in dem Augenblicke des Zusammentreffens nur die Geschwindigkeiten CF, $C'F'$, so würden sie neben einander gleiten, ohne sich zu stossen. Der Stoss kann daher nur von den beiden Geschwindigkeiten CE, $C'E'$ allein herrühren, und kann, wenn diese Geschwindigkeiten wie in der Figur dieselbe Richtung haben, auch nur dann erfolgen, wenn die eine Geschwindigkeit CE grösser ist als die andere $C'E'$. Unter dem Einflusse dieser beiden Geschwindigkeiten erfolgt der Stoss genau so, als wenn sie allein vorhanden wären, und ebenso erleiden sie durch die gegenseitige Einwirkung der beiden Körper Veränderungen, auf welche die anderen Componenten CF, $C'F'$ ohne Einfluss sind. Setzt man schliesslich diese letzteren Geschwindigkeiten CF, $C'F'$, welche der Stoss nicht abändert, mit denjenigen neuen Geschwindigkeiten zusammen, welche die Körper nach dem Stosse in der Richtung mn erhalten haben, so bekommt man die Geschwindigkeiten der beiden Körper für den Moment, wo sie sich von einander trennen. Zwei dem Billardspiele entnommene Beispiele werden das Gesagte noch näher erläutern.

148 Wenn eine Kugel auf dem Billard gegen eine andere in Ruhe befindliche Kugel gestossen wird, so fragt sich, in welchen Richtungen und mit welchen Geschwindigkeiten diese beiden Kugeln nach dem Stosse sich fortbewegen werden.

Wenn die Richtung der ersten Kugel durch den Mittelpunkt der zweiten ruhenden Kugel geht, so tritt dasselbe ein, wie bei dem Stosse zweier gleicher neben einander aufgehängter Kugeln (Fig. 243); die erste giebt ihre ganze Geschwindigkeit an die ruhende ab und geräth dadurch selbst in Stillstand. Wenn dagegen die erstere Kugel die zweite von der Seite fasst, der Stoss also schief oder excentrisch erfolgt, wie in Fig. 248, wo die Linie AB den von der Kugel B bereits durchlaufenen Weg bezeichnet, so ist die Erscheinung eine ganz andere. Man kann die

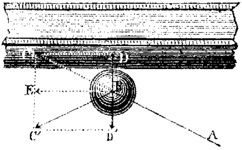
Fig. 248.



Geschwindigkeit, welche diese letztere Kugel in dem Augenblicke des Stosses hat, durch die Linie BC darstellen und dieselbe in zwei Seitengeschwindigkeiten BD und BE zerlegen, von denen die erstere durch den Mittelpunkt beider Kugeln geht und daher zu der gemeinschaftlichen Berührungsebene senkrecht steht, die andere BE aber mit dieser Richtung einen rechten Winkel bildet. Auf die Wirkung des Stosses hat allein die Componente BD Einfluss, und wir wissen bereits, dass in Folge des Stosses die Kugel B ihre Geschwindigkeit BD vollständig an die ruhende Kugel abgiebt. Nach dem Stosse hat also die Kugel B nur noch die Geschwindigkeit BE, und sie bewegt sich daher mit dieser Geschwindigkeit in der Richtung BF weiter; die zweite Kugel bewegt sich dagegen in der Richtung BG. Man sieht hieraus, dass die Richtungen, in denen sich beide Kugeln nach dem Stosse fortbewegen, von der Lage des Punktes abhängen, in welchem die ruhende Kugel von der stossenden getroffen wird.

Wenn eine Kugel in der Richtung AB, Fig. 249, gegen eine der Billardbanden gestossen wird, so kann man ihre Geschwindigkeit BC in die zwei Componenten BD und BE zerlegen, von denen die erstere senkrecht, die andere BE aber parallel zur Bande ist. Auf die Wirkungen des Stosses hat wieder nur die Componente BD Einfluss; der Stoss geht also gerade so vor sich, als wenn eine elastische Kugel vertical auf eine Marmortafel fällt.

Fig. 249.



Da die elastische Bande dem Stosse nicht ausweichen kann, so wird während der ersten Hälfte des Stosses die Geschwindigkeit BD aufgehoben, während der zweiten Hälfte des Stosses aber erhält die Kugel in Folge der Rückwirkung der zusammengepressten Theile wieder eine Geschwindigkeit BD', welche der vorigen BD gleich und entgegengesetzt ist. Nach dem Stosse ist daher die Kugel mit den beiden Geschwindigkeiten BD' und BE, welche letztere durch den Stoss nicht verändert worden ist, behaftet; setzt man diese beiden Geschwindigkeiten zusammen, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit BC', mit welcher sich die Kugel nach dem Stosse in der Richtung dieser Linie fortbewegen wird. Da die Linien BD und BD' gleich sind, so sind offenbar die beiden Dreiecke BDC und $BD'C'$ congruent, und daher ist $\measuredangle\, CBD = \measuredangle\, C'BD'$; ferner ist

$\measuredangle CBD = \measuredangle ABD'$, also ist auch $\measuredangle ABD' = \measuredangle C'BD'$. Man drückt dies gewöhnlich dadurch aus, dass man sagt, **der Einfallswinkel** ABD' **ist gleich dem Reflexionswinkel** $C'BD'$.

149 Wir haben bereits wiederholt bemerkt, dass bei dem Zusammenstoss zweier Körper die Bewegung des einen sich den Molekülen des anderen nicht augenblicklich, sondern nur schrittweise mittheilt und in Folge hiervon eine Veränderung in der Form der Körper eintritt. Ist der Stoss schwach, so wird diese Formveränderung die Elasticitätsgränze nicht überschreiten und die Körper nehmen nach dem Stosse ihre frühere Gestalt vollkommen wieder an. Wenn aber der Stoss stark ist, so kann daraus leicht eine bleibende Formveränderung, ja sogar ein Bruch des einen oder des anderen Körpers hervorgehen. Letzteres rührt daher, dass die ersten Theilchen, welche den Stoss empfangen, plötzlich so weit aus ihren primitiven Gleichgewichtslagen verdrängt werden, dass wegen der grossen Entfernung die Molekularkräfte, welche den Zusammenhalt der Massentheilchen bedingen, unwirksam werden. Man sieht hieraus, dass die grössere oder geringere Geschwindigkeit, mit welcher die Körper auf einander stossen, zu sehr verschiedenen Erscheinungen Veranlassung geben kann. Wir wollen einige derselben etwas näher betrachten.

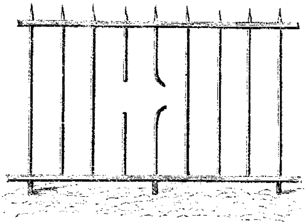
Nehmen wir an, dass eine Thüre, die sich frei in ihren Angeln drehen kann, halb offen stehe. Wirft man mit der Hand eine Kugel gegen diese Thüre, so wird sie sich in Folge des Stosses drehen, ohne eine Veränderung ihrer Form zu erleiden. Schiesst man aber eine Kanonenkugel gegen dieselbe ab, so dringt sie durch die Thüre hindurch, ohne sie zu drehen, indem sie bloss diejenigen Holztheile, welche ihr entgegenstehen, mit sich fortreisst. Diese Theile erhalten nämlich von der Kugel plötzlich eine so grosse Geschwindigkeit, dass sie sich von den benachbarten Theilen bereits losgerissen und entfernt haben, bevor sich ihre Bewegung auf diese Theile hat fortpflanzen können.

Wenn man eine Bleikugel leicht gegen eine Fensterscheibe wirft, so wird sie davon zurückgeworfen, ohne dass die Scheibe zerbricht. Wirft man sie stärker mit der Hand gegen die Scheibe, so dringt sie hindurch und macht viele Risse in derselben, welche von dem Loche aus nach dem Rande hin verlaufen. Schiesst man aber die Kugel gegen die Scheibe ab, so macht sie bloss ein rundes Loch darin, durch welches sie hindurchdringt; der übrige Theil des Glases bleibt unverletzt.

Wird eine Kanonenkugel in schiefer Richtung gegen ein

Eisengitter abgeschossen, so dass sie auf ihrem Wege auf mehrere Stäbe trifft, so entstehen nach einander mehrere einzelne Stösse von verschiedener Wirkung. Die Fig. 250 zeigt, was geschicht, wenn die Kugel bloss auf zwei Stäbe trifft. Der erstere

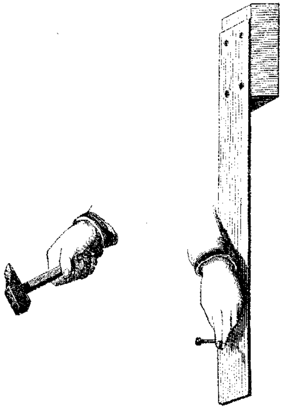
Fig. 250.



ist glatt abgebrochen, wie Glas, die übrigen Theile haben ihre Form nicht verändert. Der zweite Stab ist von der Kugel ebenfalls durchbrochen, aber die übrig gebliebenen Theile sind in der Richtung der Bewegung umgebogen. Nachdem die Geschwindigkeit der Kugel durch den Stoss gegen den ersten Stab vermindert worden ist, erfolgt der Stoss gegen den zweiten Stab mit geringerer Heftigkeit. Während der Dauer dieses Stosses hat die Bewegung der getroffenen Theile Zeit genug, auf eine grössere Strecke sich den benachbarten Theilen mitzutheilen und dadurch dieselben aus ihrer ersten Lage zu entfernen.

Die Wirkungen des Stosses sind, wie wir bereits oben an- 150

Fig. 251.

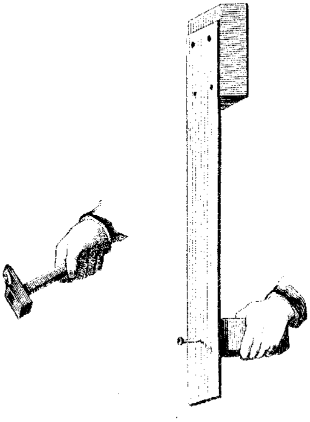


geführt haben, auch von der Masse des den Stoss empfangenden Körpers abhängig. Es ist klar, dass ein Körper diesen Wirkungen um so mehr ausgesetzt ist, je weniger Masse er hat; ist seine Masse sehr beträchtlich, so weicht er dem Stosse nur sehr wenig aus und es kann daraus sogar ein Bruch derjenigen Theile, welche den Stoss unmittelbar empfangen, hervorgehen.

Will man in ein dünnes Brett, das weder eine Unterlage, noch eine sonstige Unterstützung hat, Fig. 251, einen Nagel einschlagen, so biegt sich das Brett bei jedem

Hammerschlage zurück und der Nagel dringt nicht in dasselbe ein; die Bewegung theilt sich hier den übrigen Theilen des Brettes, welches nur eine geringe Masse hat, zu leicht und zu schnell mit, und daher biegt sich dasselbe auf eine grosse Strecke. Hält man aber, wie in Fig. 252, mit der Hand ein Stück Holz gegen das Brett, um dasselbe zu unterstützen, so dringt der Nagel leicht ein. Das Brett kann sich in diesem Falle bei den Hammerschlägen nur dann durchbiegen, wenn es zugleich das dahinter gehaltene Holzstück mit in Bewegung setzt; da die in Bewegung zu setzende Masse hier bei weitem grösser ist, als in dem vorigen Falle, so muss die durch dieselben Hammerschläge erzeugte Bewegung des Brettes viel kleiner sein; bei jedem Hammerschlage weichen daher nur diejenigen Punkte des Brettes, die den Schlag unmittelbar empfangen, aus und der Nagel dringt ein. Es ist hierbei gar nicht nöthig, das Holzstück gegen das Brett anzudrücken, wenn man nur die Masse desselben so gross nimmt, dass die Hammerschläge sie nur sehr wenig zu bewegen vermögen und eine Durchbiegung des Brettes dadurch verhütet wird.

Fig. 252



8. Die passiven Widerstände.

151 Die Maschinen haben den Zweck, gewisse Widerstände zu überwinden, z. B. den Widerstand der Schwerkraft, wenn man eine Last heben will, den Widerstand der Cohäsion fester Körper, wenn man dieselben feilen, durchbohren, hobeln oder zermalmen will u. s. w. Ausser diesen, den Zweck einer Maschine bedingenden Widerständen giebt es jedoch noch andere Wider-

stände, welche erst durch die Bewegung selbst entstehen und, indem sie der Bewegung hindernd entgegen wirken, stets einen Theil der bewegenden Kraft nutzlos verzehren. Diese Widerstände bezeichnet man gewöhnlich mit dem Namen der passiven Widerstände, und unterscheidet mehrere Arten derselben.

1. Wenn man einen Körper auf einem andern fortschleifen will, so empfindet man stets einen gewissen Widerstand; es bedarf einer gewissen Kraft, um den Körper, welcher auf dem andern ruht, in Bewegung zu setzen, und ebenso, wenn er sich in Bewegung befindet, um ihn auf dem andern Körper fortzubewegen. Man nennt diesen Widerstand die gleitende Reibung.

2. Wenn man einen cylindrischen Körper oder eine Rolle, ein Rad u. s. w. auf einer ebenen Fläche fortrollen will, erfährt man ebenfalls einen Widerstand, den man die rollende Reibung nennt.

3. Bei den bisherigen Untersuchungen über das Gleichgewicht an Maschinen, an denen Seile verwendet wurden, haben wir stillschweigend angenommen, dass dieselben vollkommen biegsam seien. In der Wirklichkeit giebt es aber solche Seile nicht, vielmehr setzen dieselben sowohl beim Umbiegen, wenn sie über eine Rolle oder eine Walze geschlungen sind, als beim Wiedergeradbiegen einen Widerstand entgegen, den man Steifigkeit der Seile nennt.

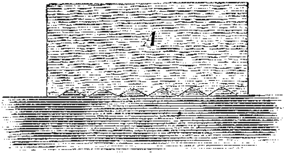
4. Endlich gehen alle Bewegungen einer Maschine entweder in der Luft oder im Wasser vor sich. Die Massentheilchen der Luft oder des Wassers aber, welche sich in der Nachbarschaft der sich bewegenden Maschinentheile befinden, werden durch letztere ebenfalls in Bewegung gesetzt, und zwar auf Kosten der bewegenden Kraft. Es ergiebt sich hieraus ein neuer Widerstand, den man den Widerstand der Flüssigkeiten nennt.

Wir werden diese verschiedenen Widerstände der Reihe nach einer Untersuchung unterziehen und die wichtigsten Gesetze derselben abzuleiten suchen.

Die gleitende Reibung. Wenn ein Körper A, Fig. 253 152
(a. f. S.), auf einer ebenen und horizontalen Fläche liegt und man ihn auf dieser Fläche fortzuziehen sucht, so fühlt man einen gewissen Widerstand. Es liegt dieses daran, dass die Oberflächen, mit denen die Körper sich berühren, nicht absolut glatt, sondern mit Rauhheiten, oder erhabenen und vertieften Stellen

versehen sind, die gegenseitig in einander greifen, wie es in der Figur in grossem Maassstabe dargestellt ist. Soll nun der Körper A auf seiner Unterlage fortbewegt werden, so müssen entweder die hervorragenden Theile abgerissen, oder es muss der eine Körper fortwährend über die erhöhten Theile des andern hinweggezogen werden. Ausserdem aber zeigen die einander sehr nahe gebrachten Massentheilchen eines und desselben Körpers oder verschiedener Körper stets einen gewissen Grad von Anziehung zu einander, die man Adhäsion nennt, welche ebenfalls überwunden sein will, wenn man einen Körper auf einem andern fortzubewegen sucht. Die Kraft, welche erforderlich ist, um diese der gleitenden Bewegung entgegenstehenden Widerstände zu überwinden, ist ein Maass für diese Widerstände selbst und heisst gleitende Reibung.

Fig. 253.

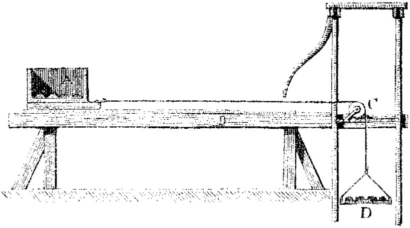


Man unterscheidet zwei Arten der gleitenden Reibung, die Reibung der Ruhe und die der Bewegung; jene ist die Reibung, welche zu überwinden ist, um einen ruhenden Körper in Bewegung zu versetzen, diese ist die Reibung, welche der Fortsetzung einer bereits begonnenen Bewegung entgegen wirkt. Die Grösse dieser beiden Arten von Reibung hängt von verschiedenen Umständen ab und ist, wie wir sogleich sehen werden, mehrfach Gegenstand der sorgfältigsten Versuche gewesen.

153 **Reibungscoefficient.** Die ersten Versuche zur Bestimmung der Reibung hat Coulomb im Jahre 1781 angestellt; sein Apparat ist in Fig. 254 dargestellt. Ein Kasten A, der mit Gewichten belastet wurde, konnte auf zwei neben einander liegenden Balken gleiten. Das an dem Kasten befestigte Seil lief über die Rolle C und trug an seinem Ende eine Schale D zur Aufnahme von Gewichten. Nachdem man den Kasten A mit Gewichten beschwert hatte, brauchte man nur das erforderliche Gewicht in die Wagschale D zu legen, um den Kasten in Bewegung zu zetzen. Das Gewicht des Kastens und die in denselben gelegten Gewichte üben einen gewissen Druck auf die Unterlage aus, von welchem die Grösse der Reibung abhängig ist. Das Gewicht in der Wagschale gab also die Kraft

an, welche angewandt werden musste, um die dem ausgeübten Drucke entsprechende Reibung zu überwinden; dieses Gewicht

Fig. 254.



war also die Reibung der beiden auf einander liegenden Materialien für den bekannten Druck. Waren z. B. die Balken von Eichenholz, der Boden des Kastens von Eisen, das Gewicht des Kastens 10 Pfund, die hineingelegten Gewichte 50 Pfund, also der Druck, womit beide Materialien gegen einander gepresst waren, 60 Pfund, und zeigte der Versuch, dass 36 Pfund in die Wagschale gelegt werden mussten, um die Bewegung des Kastens herbeizuführen, so konnte man sagen, dass die Reibung von Eisen auf Holz für den Druck von 60 Pfund 36 Pfund betrage.

Man konnte nun die Versuche auf mehrfache Weise abändern, und zwar durch Abänderung 1. der Belastung des Kastens, 2. der Natur der sich reibenden Materialien, indem man entweder die Balken oder die Unterlagplatte des Kastens veränderte, 3. der Grösse der sich reibenden Oberflächen.

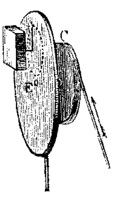
Es ergab sich nun sofort, dass die Reibung der Grösse des Druckes, womit die sich reibenden Körper zusammengepresst sind, proportional ist. Wenn nämlich in dem vorigen Versuche der Gesammtdruck statt 60 Pfund nur 30 Pfund betrug, so war die Belastung der Wagschale auch nur 18 Pfund; für einen Druck des Kastens von $3 \times 60 = 180$ Pfund ergab sich auch die Reibung zu $3 \times 36 = 108$ Pfund u. s. w. Hiernach war es nun leicht, für je zwei sich reibende Materialien die Reibung zu bestimmen für die Einheit des Druckes, z. B. für 1 Pfund. In dem vorliegenden Beispiele war die Reibung für die Einheit des Druckes $\frac{36}{60} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ Pfund. Hatte man auf diese

Weise für die verschiedenen Materialien die Reibung für die Einheit des Druckes bestimmt, so war es leicht, daraus für jeden anderen Druck die Grösse der Reibung zu bestimmen. Die Reibung zweier Materialien für die Einheit des Drucks nennt man den Reibungscoefficienten derselben. Coulomb bediente sich desselben Apparates zur Bestimmung der Reibung der Bewegung; aber hier stiess er auf grosse Schwierigkeiten, da es sehr schwer war, während der Bewegung des Kastens die Geschwindigkeit desselben zu messen und sich zu vergewissern, dass dieselbe nicht zugenommen habe. Die von Coulomb ermittelten Zahlen ermangelten daher der Genauigkeit und nöthigten zur Anwendung von neuen und schärferen Methoden, die Reibung der Bewegung zu bestimmen.

Im Jahre 1831 nahm Morin die Versuche von Coulomb wieder auf, um sie in einem grösseren Maassstabe und mit grösserer Genauigkeit zu wiederholen. Obgleich er sowohl die Reibung der Ruhe, als die der Bewegung neuerdings zu bestimmen suchte, so hatte er doch vorzugsweise die letztere im Auge. Wir haben bereits gesagt, dass bei der Bestimmung der Reibung der Bewegung die Hauptschwierigkeit darin besteht, die Bewegung der mit Gewichten belasteten Wagschale D, Fig. 254, in ihren Einzelheiten zu verfolgen und sich zu überzeugen, dass nicht zu viele Gewichte in dieselbe hineingelegt worden sind. Morin richtete daher hierauf sein Hauptaugenmerk und erreichte seinen Zweck auf folgende Weise.

Mit der Achse der Rolle C verband er eine grosse kupferne Scheibe E, Fig. 255, welche sich mit der Rolle rund drehte; es war nämlich nur nöthig, die Bewegung dieser Rolle oder der Scheibe E genau zu kennen, um daraus leicht auf die Bewegung der Schnur und des Kastens A, Fig. 254, schliessen zu können. Zu diesem Zwecke war die Vorderseite der Scheibe E mit Papier belegt; vor derselben war ein Uhrwerk angebracht, welches einen mit Tusche getränkten und gegen die Papierscheibe leise federnden Pinsel in gleichförmiger und kreisförmiger Bewegung rund drehte, wie es die Fig. 255 zeigt. Wenn der Kasten A ruhte und das Uhrwerk in Bewegung gesetzt wurde, beschrieb offenbar der Pinsel auf dem Papier der Scheibe E eine Kreislinie; wenn dagegen der Kasten A in Bewegung

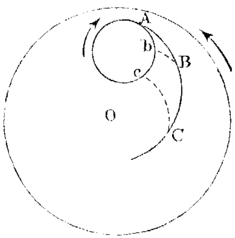
Fig. 255.



gesetzt wurde und in Folge davon die Scheibe E sich rund drehte, musste der von dem Uhrwerke bewegte Pinsel nicht mehr einen Kreis, sondern eine krumme Linie aufzeichnen, deren Form von der Bewegung des Pinsels und der Scheibe zugleich abhängig war. Da die Bewegung des Pinsels bekannt war, so konnte man aus der aufgezeichneten Curve das Gesetz der Bewegung der Scheibe oder des Kastens A leicht erkennen.

Um dieses noch deutlicher zu machen, nehmen wir an, dass $A\,B\,C$, Fig. 256, die von dem Pinsel auf der Scheibe gezeichnete Curve, dagegen $A\,b\,c$ der Kreis sei, den der Pinsel aufgezeichnet haben würde, wenn die Scheibe sich nicht gedreht hätte.

Fig. 256.



Wir wollen ferner annehmen, dass der Pinsel in seiner gleichförmigen Bewegung in den auf einander folgenden einzelnen Sekunden die gleichen Bogen $A\,b$, $b\,c$ u. s. w. beschreibe. Beim Beginne der Bewegung der Scheibe befand sich der Pinsel in A; am Ende der ersten Sekunde muss sich derselbe in b befinden, in diesem Augenblicke aber hat er auf der Scheibe nicht den Punkt b, sondern B markirt, also hat sich während der ersten Sekunde der Punkt B, welcher offenbar wie jeder andere Punkt der Scheibe bei der Drehung derselben einen Kreis um den Mittelpunkt 0 beschreibt, von der anfänglichen Ruhelage B bis zum Punkte b bewegt und dabei den Bogen $B\,b$ durchlaufen; die Scheibe hat sich daher in der ersten Sekunde um den Winkel $b\,0\,B$ gedreht. Nach Verlauf von zwei Sekunden befindet sich der Pinsel in c; er markirt aber auf der Scheibe den Punkt C, der von der Ruhelage C aus bei der Drehung der Scheibe einen Kreisbogen $C\,c$ um 0 beschrieben hat und am Ende der zweiten Sekunde gerade im Punkte c eintraf. Die Scheibe hat sich also in den beiden ersten Sekunden um den Winkel $c\,0\,C$ gedreht. Auf diese Weise bestimmt man ferner die Winkel, um welche sich die Scheibe in drei, vier u. s. w. Sekunden gedreht hat.

Bei allen diesen Versuchen fand **Morin**, dass diese in einer, in zwei, drei ... Sekunden von der Scheibe beschriebenen Winkel sich verhalten, wie die Zahlen 1, 4, 9 ..., das heisst, dass sie sich verhalten, wie die Quadrate der verflossenen Sekunden. Hiernach mussten auch die von dem Kasten A, Fig. 254, in diesen Zeiten durchlaufenen Wege sich verhalten, wie die Quadrate dieser Zeiten, die Bewegung des Kastens folgte also genau denselben Gesetzen, wie ein unter dem Einflusse der Schwere frei fallender Körper (§. 103), sie war also eine gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Aus dem Winkel $b\,0\,B$, den die Scheibe in der ersten Sekunde beschrieben hatte, konnte man leicht den Weg bestimmen, den der Kasten A in dieser Zeit durchlaufen hatte; das Doppelte dieses Weges aber ist nach §. 104 die Endgeschwindigkeit des Kastens am Ende der ersten Sekunde, die also damit ebenfalls bekannt war.

Die Kraft, welche die Bewegung des Kastens erzeugt, ist das Gewicht der Wagschale D selbst und das darin befindliche Belastungsgewicht; da das Gewicht des Kastens A von der Unterlage vollständig getragen wird, so hat dasselbe der bewegenden Kraft der Wagschale nicht entgegengewirkt, wohl aber hat die aus dem Druck dieses Kastens erzeugte Reibung einen Theil dieser Kraft aufgehoben; der Rest dieser Kraft ist die Ursache der entstehenden gleichförmig beschleunigten Bewegung. Da die Beschleunigung oder der Zuwachs an Geschwindigkeit in allen Sekunden dieselbe Grösse beibehielt, so musste die bewegende Kraft, d. h. der Ueberschuss des Gewichtes der Wagschale über die Reibung während der Dauer der Bewegung constant und von derselben Grösse geblieben sein, woraus rückwärts wieder folgt, dass die Reibung selbst während der Bewegung unverändert dieselbe geblieben war. Bezeichnen wir das Gewicht der Wagschale einschliesslich des darin befindlichen Gewichtes mit W, die Reibung mit R, so ist $W - R$ die bewegende und beschleunigende Kraft.

Um nun hieraus die Grösse dieser Reibung zu bestimmen, beachte man, dass man durch den Versuch die Geschwindigkeit findet, welche der Kasten A, Fig. 254, am Ende der ersten Sekunde erlangt hat. Nach §. 114, 2. Aufg. kann man aber die Kraft bestimmen, welche erforderlich ist, um einen Körper von gegebenem Gewichte aus dem Zustande der Ruhe in eine gegebene Geschwindigkeit zu versetzen. Das Gewicht des bewegten Körpers ist hier die Summe der Gewichte des Kastens A und der Wagschale D, einschliesslich der Belastungsgewichte derselben, die zu ertheilende Geschwindigkeit ist die durch den Versuch ermittelte Endgeschwindigkeit des Kastens für die erste Sekunde; man erhält also durch Rechnung leicht die ganze bewegende Kraft. Bezeichnen wir diese mit K, so ist nach dem eben Gesagten

$$K = W - R,$$

woraus folgt

$$R = W - K,$$

man hat also die berechnete Kraft K nur von dem Gewichte der Wagschale abzuziehen, um die Grösse der Reibung zu erhalten.

Gesetze der gleitenden Reibung. Aus der Vergleichung 154
der Resultate sehr vieler Versuche hat Morin den Schluss gezogen, dass die von Coulomb bereits aufgestellten Gesetze der gleitenden Reibung vollständig richtig sind.

Hiernach ist die gleitende Reibung der Bewegung:

1. proportional dem Druck, mit welchem zwei Körper senkrecht zu ihrer Berührungsfläche zusammengepresst sind;
2. unabhängig von der Grösse der Fläche, mit welcher die Körper sich berühren;
3. unabhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung.

Die Reibung der Ruhe ist ebenfalls

1. proportional dem Drucke;
2. unabhängig von der Grösse der Berührungsfläche.

Bei sehr harten Körpern, z. B. den Steinen, den meisten Metallen, ist die Reibung der Ruhe ebenso gross, als die der Bewegung; bei leicht zusammendrückbaren Körpern aber, z. B. bei Hölzern, ist die Reibung der Ruhe erheblich grösser, als die der Bewegung. Wenn von zwei auf einander liegenden Körpern wenigstens einer leicht zusammendrückbar ist und man sucht dann einen über den andern hinwegzuziehen, so ist der Reibungswiderstand keineswegs unter allen Umständen derselbe; er ist in gewissen Grenzen um so grösser, je längere Zeit die beiden Körper vor der Bewegung auf einander gelegen haben. Bei zwei Körpern von Holz erreicht die Reibung der Ruhe schon nach zwei oder drei Minuten ihren grössten Werth; für die Reibung von Holz auf Metall ist hierzu eine viel längere

Zeit, bisweilen von mehreren Tagen erforderlich; in allen Fällen erreicht jedoch die Reibung der Ruhe nach Verlauf einer bestimmten Zeit ihren grössten Werth, und nimmt dann nicht mehr zu, selbst wenn die Körper darüber hinaus noch lange auf einander liegen bleiben.

Auf den ersten Blick erscheint es befremdend, dass die Reibung, sei es der Ruhe oder der Bewegung, nicht von der Grösse der sich reibenden Flächen abhängig ist; man wird geneigt sein zu glauben, dass die Reibung um so grösser werde, je grösser die sich reibenden Flächen sind; allein man bedenke, dass zwar die grössere Reibungsfläche eine grössere Zahl der sich reibenden Theilchen enthält und daher unter sonst gleichen Umständen zu einer grösseren Reibung Veranlassung geben würde, dass aber, so lange der Druck, dem die sich reibenden Körper ausgesetzt sind, unverändert bleibt, die Grösse des auf eine bestimmte Fläche kommenden Druckes um so kleiner wird, je grösser die Fläche ist. Wenn also durch die Vergrösserung der Fläche die Reibung zunimmt, so nimmt sie durch die dadurch entstehende Verminderung des Drucks gegen die Einheit der Fläche um ebenso viel wieder ab, sie ist also von der Grösse der Reibungsfläche ganz unabhängig.

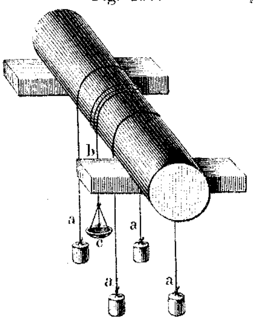
Unter der Voraussetzung eines gleichen Druckes ist die Reibung je nach der Beschaffenheit der sich reibenden Materialien sehr verschieden. Die folgende Tabelle giebt eine Anschauung davon, wie bedeutend in gewissen Fällen die gleitende Reibung sein kann; die Zahlen sind die Reibungscoefficienten und geben also die Grösse der Reibung an für die Druckeinheit.

Namen der reibenden Körper.	Reibungscoefficient der Ruhe.	Reibungscoefficient der Bewegung.
Holz auf Holz, ohne Schmiere, im Mittel	0,50	0,36
„ „ „ mit trockener Seife geschmiert, im Mittel . . .	0,36	0,14
„ „ „ mit Talg geschmiert, im Mittel	0,19	0,07
Holz auf Metall, ohne Schmiere, im Mittel	0,60	0,42
„ „ „ mit Talg geschmiert, im Mittel	0,12	0,08
Metall auf Metall, ohne Schmiere, im Mittel	0,18	0,18
„ „ „ mit Oel geschmiert, im Mittel	0,12	0,07
Seile (Leder) auf Holz, ohne Schmiere, im Mittel	0,63	0,45
„ „ „ „ mit Wasser benetzt, im Mittel	0,87	0,33

Die rollende Reibung. Der Widerstand, den man verspürt, wenn man einen cylindrischen Körper auf einer ebenen horizontalen Fläche fortzurollen sucht, rührt einestheils aus ähnlichen Ursachen her, wie die gleitende Reibung, anderntheils aber aus dem Umstande, dass durch den Druck des Cylinders auf die Unterlage beide eine Formveränderung erleiden. Der Cylinder plattet sich ab und die Unterlage bekommt eine Vertiefung, so dass bei der Bewegung der Walze über die Fläche erstere jeden Augenblick eine Art von schiefer Ebene ersteigen muss. 155

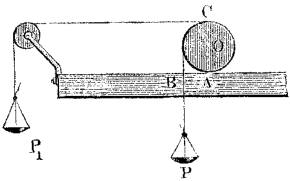
Auch über die rollende Reibung hat Coulomb Versuche angestellt. Er nahm zu diesem Zweck eine Walze, welche auf zwei parallel zu einander gestellte horizontale Balken gelegt wurde; Walze und Balken wurden von denjenigen Materialien genommen, für welche die Reibung bestimmt werden sollte. Zwischen beiden Balken befand sich ein freier Raum und der Druck der Walze gegen ihre Unterlage wurde durch Gewichte hervorgebracht, die an Schnüren *a a*, Fig. 257, befestigt waren und zu beiden Seiten der Walze herunterhingen. Eine in der Mitte der Walze einige Mal um die Walze geschlungene Schnur *b* trug an ihrem Ende eine Schale *c*, in welche man Gewichte legen konnte. Bei jedem Versuche legte Coulomb so viele Gewichte in die Schale, bis die Walze sich in Bewegung setzte; diese Gewichte dienten dann als Maass für den Widerstand der rollenden Reibung.

Fig. 257.



Für eine sehr kurze Zeit kann man den rollenden Körper so ansehen, als ob er sich um die gerade Linie drehe, mit welcher er auf der Unterlage aufliegt. Der Widerstand der Reibung wirkt dann dem Bestreben des in der Wagschale *c* liegenden Gewichtes, die Drehung der Walze um die Stützlinie zu bewirken, entgegen, und es kann so lange eine Drehung nicht erfolgen, bis dieses Gewicht P, Fig. 258, mit dem Reibungswiderstande im Gleichgewicht ist. In dem vorliegenden Falle wirkt das Gewicht P vertical abwärts und der Hebelarm desselben in Bezug auf die Stützlinie ist AB oder der Halbmesser r der Walze; bezeichnet man nun die Reibung der Walze auf der Unterlage mit R, so ist Gleichgewicht zwischen P und R, wenn

Fig. 258.



$$P \cdot r = R, \text{ also } P = \frac{R}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}$$

Man kann auch an die Stelle des Gewichtes P in horizontaler Richtung die Zugkraft P_1 so annehmen, dass sie mit der rollenden Reibung im Gleichgewicht steht. Da der Hebelarm dieser Kraft P_1 in Bezug auf die Stützlinie gleich CA oder das Doppelte des Halbmessers r ist, so ist auch P_1 nur die Hälfte von P, und man hat für diesen Fall:

$$P_1 = \frac{R}{2r}.$$

Aus den Versuchen Coulomb's geht hervor, dass auch die rollende Reibung proportional ist dem Drucke zwischen der Walze und ihrer Unterlage.

Aus der vorstehenden Gleichung $P = \frac{R}{r}$ geht ausserdem noch hervor, dass die Kraft P, welche in Bezug auf die Stützlinie an einem Hebelarme gleich dem Halbmesser der Walze wirkt, gerade proportional ist dem Drucke zwischen der Walze und der Unterlage und umgekehrt proportional ist dem Halbmesser der Walze.

Auch hier ist der Reibungscoefficient, das heisst, die Reibung für die Einheit des Druckes, von der Beschaffenheit der reibenden Materialien abhängig. Bezeichnet man diesen Coefficienten mit f, so ist die ganze Reibung für den Druck Q offenbar $Q \times f$, so dass man dann hat:

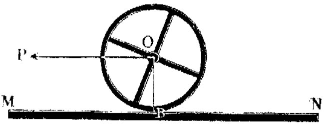
$$P = \frac{Q \cdot f}{r} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(I)}$$

Drückt man Q in preussischen Pfunden und r in preussischen Zollen aus, so ist der Reibungscoefficient f

für Walzen aus Pockholz auf eichener Unterlage 0,018
„ „ „ Ulmenholz auf eichener Unterlage 0,031
„ „ „ Gusseisen auf gusseiserner Unterlage . . . 0,018
„ „ „ Gusseisen auf eisernen Schienen 0,020

Wirkt, wie in Fig. 259, auf die Achse O eines Rades eine Kraft P, deren Richtung parallel ist zur Unterlage MN des Rades, so ist der Hebelarm von P, in Bezug auf die durch B gehende Stützlinie, OB oder der Halbmesser r des Rades. Ist nun der Druck des Rades gegen die Unterlage 1200 Pfund und der Halbmesser r desselben = 18 Zoll, ist ferner das Rad

Fig. 259



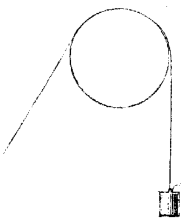
und die Unterlage von Gusseisen, so ist nach (I) die Kraft P, welche der rollenden Reibung das Gleichgewicht halten soll:

$$P = \frac{1200 \,.\, 0{,}018}{18} = 1{,}2 \text{ Pfund.}$$

Da bei der gleitenden Reibung der Reibungscoefficient für Metall ohne Schmiere nach §. 154 gleich 0,18 ist, so würde die gleitende Reibung des Rades $1200 \times 0{,}18 = 216$ Pfund betragen, woraus man ersicht, wie ausserordentlich klein die rollende Reibung im Verhältnisse zu der gleitenden ist. Aus diesem Grunde versieht man auch die Wagen, Schubkarren u. s. w. nicht mit festen Schienen, um sie auf ihren Bahnen fortzuschleifen, sondern mit Rädern, um die gleitende Reibung in eine rollende zu verwandeln. Aus demselben Grunde legt man grossen Lasten, die auf dem Erdboden fortgeschafft werden sollen, hölzerne Walzen unter, weil die Reibung dadurch eine rollende wird.

156 **Steifigkeit der Seile.** Man kann sich auf zweierlei Weise eine Vorstellung machen von dem Widerstande, der aus der Steifigkeit der Seile herrührt. Es ist nämlich klar, dass es beim Aufwickeln eines Seiles auf eine Rolle oder eine Trommel einer gewissen Kraft bedarf, um das mehr oder weniger steife Seil zu biegen und so zu krümmen, dass es sich auf die Rolle oder die Trommel auflegen kann. Da die hierzu erforderliche Kraft für den Betrieb der Maschine, bei welcher ein solches Seil verwendet wird, nutzlos verloren geht, so ist die Seilsteifigkeit als ein Widerstand anzusehen, der in allen Fällen überwunden werden muss. Aber man kann die Sache auch noch aus einem anderen Gesichtspunkte betrachten. Die beiden Theile des Seiles befinden sich auf beiden Seiten der Rolle nicht unter denselben Umständen; dasjenige Seilstück, welches sich aufrollt, in der Fig. 260 auf der rechten Seite der Rolle, kann nicht plötzlich die Krümmung der Rolle annehmen, es krümmt sich daher allmälig und nimmt an der Stelle, wo es sich aufrollen soll, nicht genau die Richtung einer Tangente an. Indem es daher an dieser Stelle etwas von dem Umfange der Rolle entfernt bleibt, wie es in Fig. 260 gezeichnet ist, ist der Hebelarm der

Fig. 260.



daran aufgehängten Last etwas grösser als der Halbmesser der Rolle, also grösser, als er sein würde, wenn das Seil vollkommen biegsam wäre. In Folge des grösseren Hebelarmes ist das statische Moment der Last grösser und es ist daher auch für das Gleichgewicht auf der anderen Seite der Rolle eine grössere Kraft nöthig, als wenn das Seil vollkommen biegsam wäre.

Der Seilsteifigkeitswiderstand wächst mit der Spannung des Seiles, aber nicht in demselben Verhältnisse; ausserdem ist er abhängig von der Beschaffenheit und der Dicke des Seiles.

Die Riemen ohne Ende, welche über Rollen oder Scheiben laufen, verursachen ebenfalls einen Steifigkeitswiderstand.

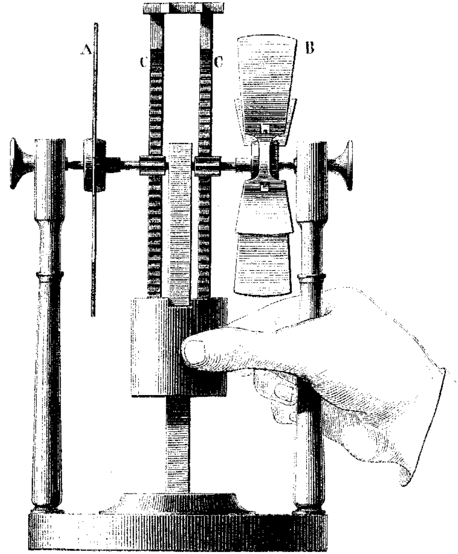
Widerstand der Flüssigkeiten. Wenn sich ein Körper 157
in einer Flüssigkeit oder durch die Luft bewegt, so wirkt ihm ein Widerstand entgegen, der seine Geschwindigkeit fortwährend zu verändern strebt. Die Ursache hiervon liegt, wie wir bereits gesagt haben, darin, dass der Körper seine Bewegung auf die benachbarten Theilchen der ihn umgebenden tropfbar flüssigen oder luftförmigen Flüssigkeit überträgt und eben hierdurch selbst an Bewegung verliert. Dass diese Art Widerstand von den Widerständen der Reibung wesentlich verschieden ist, liegt auf der Hand. Wenn man einen Körper auf einer Unterlage zu bewegen sucht, so erfährt man den Widerstand schon, bevor die Bewegung eingetreten ist; dieser Widerstand wirkt zwar auch während der Bewegung, aber in den meisten Fällen ist er dann geringer, als beim Beginne der Bewegung, ausserdem aber ändert er sich nicht mit der Geschwindigkeit der Bewegung.

Anders ist es mit dem Widerstande der Flüssigkeiten; so lange sich ein Körper in Ruhe befindet, ist ein solcher Widerstand nicht vorhanden, er entsteht erst während der Bewegung und ändert sich sehr bedeutend in dem Maasse, als die Geschwindigkeit des Körpers zunimmt.

Wir kommen auf diesen Widerstand, den die Körper erfahren, wenn sie sich im Wasser oder in der Luft bewegen, später nochmals zurück; für jetzt führen wir nur an, dass derselbe proportional ist 1) der Fläche, welche die Flüssigkeit oder die Luft aus der Stelle verdrängt, und 2) dem Quadrate der Geschwindigkeit, mit welcher der Körper sich bewegt. Ausserdem ist der Widerstand der Flüssigkeiten im Wasser viel grösser, als in der Luft.

Dass in der That der Widerstand der Flüssigkeiten um so grösser ausfällt, je grösser die Oberfläche des Körpers ist, welche die Flüssigkeit direct trifft und aus der Stelle verdrängt, lässt sich leicht mit Hülfe des folgenden Apparates nachweisen. Von zwei kleinen Rädern, *A*, *B*, Fig. 261, hat jedes seine besondere Achse, auf welcher es sich sehr leicht drehen kann. Die beiden Achsen haben kleine Getriebe von durchaus gleichen Dimensionen, welche in zwei ebenfalls gleiche Zahnstangen eingreifen. Wenn man nun die beiden Zahnstangen in der Weise, wie es die Fig. 261 zeigt, gleichzeitig rasch her-

Fig. 261.



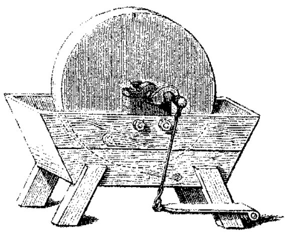
unterzieht, bis sie mit den Trieben nicht mehr im Eingriffe stehen, so können sich letztere in den Einschnitten *C*, *C* der Zahnstange frei bewegen, und die beiden Räder *A* und *B* haben dadurch eine durchaus gleiche Umdrehungsgeschwindigkeit erhalten. Jedes Rad besteht aus vier Windflügeln. Bei dem Rade A sind dieselben mit der Achse fest verbunden, ihre Ebene steht senkrecht zu der Achse und sie durchschneiden daher bei der Umdrehung des Rades die Luft mit der scharfen Seite. Bei dem Rade B dagegen sind die Flügel beweglich; man kann sie sowohl stellen, wie die Flügel des Rades A stehen, oder man kann ihnen eine beliebige Neigung zur Achse geben; in der Figur haben sie eine Stellung, die von der Stellung der Flügel in A um 90^0 verschieden ist, so dass sie bei der Drehung des Rades mit der vollen Fläche die Luft treffen. Giebt man den Flügeln des Rades B dieselbe Stellung, wie bei A, und setzt dann beide Räder in Bewegung, so laufen sie eine lange Zeit hindurch mit derselben Geschwindigkeit und sie kommen beide fast zu derselben Zeit in Ruhe. Giebt man aber den Flügeln des Rades B eine andere Stellung, wie Fig. 261, so ist der Unterschied in der Geschwindigkeit der Bewegung beider Räder sogleich sehr deutlich wahrzunehmen. Das Rad B bewegt sich langsamer als das Rad A, und die Verzögerung des ersteren ist um so grösser, je mehr sich die Neigung der Flügel derjenigen Stellung nähert, wobei sie die Luft mit der vollen Fläche treffen.

---

9. Die Maschinen in dem Zustande der ungleichförmigen Bewegung.

Wenn eine in Bewegung befindliche Maschine mehreren 158
bewegenden und widerstehenden Kräften unterworfen ist, die sich das Gleichgewicht halten, so ist die Bewegung nothwendig eine gleichförmige. Aber dieses ist sehr selten der Fall, ja es giebt eine Reihe von Maschinen, bei denen dieses niemals eintreten kann, wie das folgende Beispiel zeigen wird.

Fig. 262.



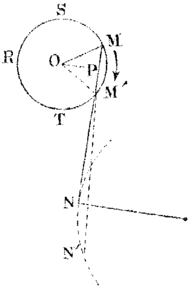
Die Fig. 262 zeigt die Anordnung, wie sie bei den gewöhnlichen Schleifsteinen häufig vorkommt. Die Achse des Steines hat eine Kurbel, deren Endpunkt mit dem einen Ende einer Zug- oder Bläuelstange verbunden ist; das andere Ende dieses Bläuels ist an ein Tretbrett befestigt, welches sich um einen festen Punkt drehen kann. Die Zugstange ist also einerseits mit der Kurbel, andererseits mit dem Tretbrett verbunden. Wenn man den Schleifstein unmittelbar mit der Hand rund dreht, so dreht sich auch die Kurbel rund, die Zugstange geht abwechselnd auf und nieder, wobei sie sich bald nach der einen, bald nach der anderen Seite hinneigt, und das Tretbrett, das sich um seinen Endpunkt dreht, bewegt sich auf und ab. Der Schleifer unterhält die Bewegung des Schleifsteines, indem er den einen Fuss auf dem Tretbrette hält und dasselbe in der Zeit, wo die Zugstange niedergeht, herabdrückt; wenn die Zugstange sich aufwärts bewegt, zieht er seinen Fuss von dem Tretbrette nicht weg, aber er hält ihn in der Schwebe, damit er keinen Druck auf das Brett ausübe. Während der Stein rund läuft, drückt er den zu schleifenden Gegenstand gegen denselben fest an.

Es ist leicht zu übersehen, dass eine derartige Bewegung keine gleichförmige sein kann. Wenn man den ganzen Vorgang während einer vollen Umdrehung des Schleifsteines von dem Augenblicke an verfolgt, wo das Tretbrett seine höchste Lage einnimmt, so wird man bemerken, dass der Fuss nur während der ersten Hälfte der Drehung wirkt, während der ganzen anderen Hälfte aber unthätig ist. Dagegen bleibt der Widerstand, der aus der Reibung zwischen dem zu schleifenden Gegenstande und dem Schleifsteine herrührt, während der ganzen Umdrehung fast unverändert derselbe. Während der zweiten Hälfte der Drehung kann daher kein Gleichgewicht zwischen der bewegenden Kraft und dem Widerstande eintreten, da die Kraft Null, der Widerstand aber nicht Null ist. Auch während der ersten Hälfte der Bewegung kann das Gleichgewicht nur in zwei bestimmten Momenten stattfinden, wie aus dem Folgenden sich ergeben wird.

Während der Bewegung des Schleifsteins beschreibt das Ende M der Kurbel, Fig. 263, den Umfang eines Kreises und die Bläuelstange MN geht, wenn man sie nöthigenfalls verlängert denkt, bald rechts, bald links am Mittelpunkte O vorbei. Während der niedergehenden Bewegung des Tretbrettes bleibt die Bläuelstange stets auf einer und derselben Seite des Mittelpunktes O, aber ihr Abstand OP vom Mittelpunkte, d. i. der Hebelarm, an welchem die Kraft wirkt, ändert sich in jedem

Augenblick. Dieser Hebelarm ist Null, wenn der Endpunkt des Bläuels sich in dem höchsten Punkte S befindet und anfängt abwärts zu gehen; dann wird er immer grösser, bis er gleich OM wird; von nun an wird er fortwährend kleiner und wieder Null, wenn der Endpunkt des Bläuels in dem tiefsten Punkte T angekommen ist und seine aufsteigende Bewegung beginnt. Da also die Kraft an einem sich fortwährend ändernden Hebelarm wirkt, so ändert sich auch ihr statisches Moment in jedem Augenblick, und sie kann daher nicht fortwährend mit einem und demselben Widerstande im Gleichgewicht sein. Wie aber der Hebelarm während seines Wachsens in einer bestimmten Lage des Bläuels gerade die Grösse erreicht, wobei die Kraft mit dem Widerstande im Gleichgewicht steht, so erreicht er denselben Werth noch einmal während der Zeit, wo er in der Abnahme begriffen ist. Die Kraft kommt daher während der absteigenden Bewegung des Bläuels zweimal mit dem Widerstande ins Gleichgewicht, wie etwa in den Stellungen MN und $M'N'$.

Fig. 263.



Wenn sich die Kurbel zwischen den Punkten M und M befindet, wirkt die Kraft an einem grösseren Hebelarm, als es den beiden Gleichgewichtslagen entspricht; das statische Moment der Kraft ist dann grösser, als das des Widerstandes, es wirkt also nur ein Theil der Kraft zur Ueberwindung des Widerstandes, der andere Theil hat eine Beschleunigung der Bewegung des Schleifsteines zur Folge. Wenn dagegen während der absteigenden Bewegung des Bläuels der Endpunkt der Kurbel sich über M oder unter M' befindet, so kann die Kraft, weil ihr Hebelarm zu klein ist, nicht mehr dem ganzen Widerstande das Gleichgewicht halten; es wirkt also in diesen Fällen der Ueberschuss des Widerstandes als verzögernde Kraft und die Bewegung des Schleifsteines nimmt ab. Dasselbe findet statt, wenn die Bläuelstange MN zwischen den Punkten T, R und S eine aufsteigende Bewegung hat, da während dieser Zeit nur der Widerstand, nicht aber zugleich die bewegende Kraft des Fusses thätig ist. Hieraus ist klar, dass die Geschwindigkeit des Schleifsteines zunimmt während der Zeit, dass die Kurbel sich vom Punkte M bis zu M' bewegt, dagegen während des übrigen Theiles ihrer Umdrehung, wenn sie den Bogen $M'\ T\ R\ S\ M$ durchläuft, abnimmt. Der Stein hat seine kleinste Geschwindigkeit, wenn sich die Kurbel in der Stellung OM befindet, seine grösste Geschwindigkeit, wenn die Kurbel in OM' steht.

159 Es giebt viele industrielle Anlagen, in denen eine einzige Betriebsmaschine, z. B. eine Dampfmaschine, eine grosse Anzahl von Arbeitsmaschinen, z. B. Bohr-, Hobel-, Sägemaschinen, Drehbänke u. dgl. in Bewegung setzt. In der Regel sind diese Maschinen nicht gleichzeitig in Thätigkeit, bald ist die eine, bald die andere ausser Betrieb. Alle erhalten ihre Bewegung von der einen Dampfmaschine durch Riemen ohne Ende, wie es bereits in §. 65 beschrieben ist. Im Laufe eines Tages pflegt die Anzahl der gleichzeitig arbeitenden Maschinen sehr verschieden zu sein, da jede derselben öfter aus- und wieder eingeschaltet wird. Die Betriebsmaschine hat daher Widerstände der verschiedensten Art zu überwinden, so dass nur selten und zufällig einmal zwischen der bewegenden Kraft und dem Widerstande Gleichgewicht eintritt. Wenn die Kraft grösser ist als die Widerstände, so werden alle mit der Betriebsmaschine in Verbindung stehenden Arbeitsmaschinen in ihrer Bewegung beschleunigt, im umgekehrten Falle, wenn die Widerstände das Uebergewicht bekommen, erleiden alle in Bewegung befindlichen Maschinentheile eine Verzögerung.

160 **Das Schwungrad.** Fast in allen Fällen ist es von der grössten Wichtigkeit, die Bewegung der Maschinen derart zu reguliren, dass die Geschwindigkeit der einzelnen Theile in gewissen Gränzen weder zu- noch abnimmt. Man erreicht dieses auf folgende Weise.

Wenn die Kraft das Uebergewicht hat über die Widerstände, so wird die Bewegung eine beschleunigte. Aber ein und derselbe Ueberschuss an Kraft kann je nach der Grösse und der Anordnung der einzelnen sich bewegenden Theile sehr verschiedene Beschleunigungen hervorrufen. Verbindet man mit einer Maschine Körper von grosser Masse, die an der Bewegung der Maschine Theil nehmen müssen, derart, dass sie in der Regel eine grosse Geschwindigkeit annehmen, so wird dadurch die ganze

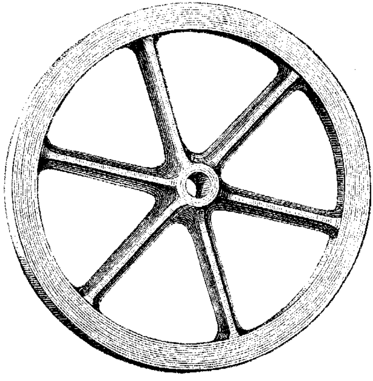
Maschine gegen den Einfluss einer jeden beschleunigenden Kraft viel weniger empfindlich. Da sich die durch diese Kraft erzeugte Bewegungsgrösse auf alle in Bewegung begriffenen Glieder der Maschine vertheilen muss, so kommt auf jedes Glied ein um so geringerer Antheil an Bewegungsgrösse, je grösser die Masse der Körper ist, welche man mit der Maschine verbunden hat. Das Vorhandensein solcher grosser Massen vermindert daher die Zunahme an Bewegung, welche aus dem Ueberschusse der Kraft über die Widerstände nothwendig hervorgehen muss.

Wenn umgekehrt die Widerstände grösser sind, als die Kraft, so muss die Bewegung immer mehr abnehmen; aber auch diese Abnahme erfolgt um so langsamer und ist daher um so weniger fühlbar, je grösser die Masse der mit der Maschine verbundenen Körper ist.

Im ersten Falle, wenn die Kraft grösser ist, als der Widerstand, kann die Bewegung der einzelnen Maschinentheile wegen der grossen Masse der hinzugefügten Körper nicht sogleich merklich schneller werden; bei einer Abnahme der Geschwindigkeit beharrt die grosse Masse noch eine Zeit lang in dem früheren Bewegungszustande und diese Abnahme macht sich ebenfalls nicht sogleich bemerkbar.

Gewöhnlich giebt man den der Maschine beizufügenden Körpern von grosser Masse die Form eines Rades, Fig. 264, dessen Welle an der Bewegung der Maschine Theil nehmen muss. Bei einer und derselben Winkelgeschwindigkeit haben die im Umfange liegenden Massentheilchen eine um so grössere Bewegung, je grösser der Durchmesser des Rades ist. Ein solches Rad heisst Schwungrad.

Fig. 264.



Anstatt eines Rades verbindet man mit der umlaufenden Welle der Maschine auch wohl zwei oder drei gleich lange und an den Enden mit gusseisernen oder messingenen Stücken versehene Speichen, Fig. 265 und Fig. 266. Diese Stücke erhalten gewöhnlich die Form einer Linse, damit sie den Widerstand der Luft, der bei einer grossen Geschwindigkeit sehr bedeutend werden kann, leichter überwinden können; ausserdem aber werden sie so angebracht, dass der Schwerpunkt des ganzen Systems in der Umdrehungsachse liegt.

Fig. 265.

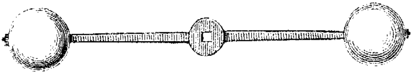
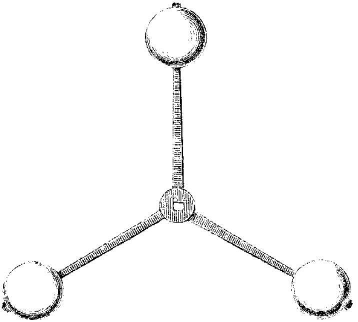


Fig. 266.



Das Schwungrad bedingt indessen keineswegs zur Unterhaltung der Bewegung eine grössere Kraft. So lange die zu überwindenden Widerstände dieselben bleiben, ist auch dieselbe bewegende Kraft erforderlich, die Maschine mag ein Schwungrad haben, oder nicht. Letzteres hat nur den Zweck, die Veränderung in der Geschwindigkeit der Maschine in engen Gränzen zu halten, wenn zeitweise die bewegenden Kräfte oder die Widerstände das Uebergewicht bekommen.

Offenbar wird die Bewegung der Maschine um so regelmässiger, je mehr das Schwungrad wiegt; durch sein Gewicht wird aber ein bedeutender Druck auf das Zapfenlager und in Folge hiervon eine grosse Reibung der Welle im Lager verursacht. Zur Ueberwindung dieser Reibung, die nicht vorhanden ist, wenn das Schwungrad fehlt, ist dann auch eine entsprechende Vergrösserung der bewegenden Kraft erforderlich. In so ferne bedingt das Vorhandensein eines Schwungrades an einer Maschine allerdings eine grössere bewegende Kraft, als wenn dasselbe fehlt, es ist jedoch dieser Mehrbetrag meist so klein, dass man ihn gänzlich vernachlässigen kann.

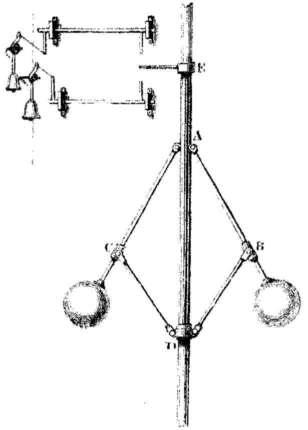
Man kann die Wirksamkeit eines Schwungrades auf zweierlei Art vermehren, entweder durch Vergrösserung des Gewichtes, ohne seine Form zu ändern, oder indem man sein Gewicht beibehält und seinen Durchmesser vergrössert. Gewöhnlich greift man zu dem letzteren Mittel, da hierdurch die Welle desselben nicht zu sehr belastet wird; man sieht daher auch bei einigermaassen kräftigen Maschinen fast immer sehr grosse Schwungräder. Dass es jedoch auch hier eine gewisse Gränze giebt, haben wir bereits in §. 138 gesehen; wenn man den Durchmesser eines Schwungrades zu gross macht, ohne den einzelnen Theilen ein grösseres Gewicht zu geben, so hat der Radkranz nicht mehr die gehörige Festigkeit und fliegt bei einer gewissen Geschwindigkeit in Folge der erzeugten Schwungkraft in Stücke.

Der Schwungregulator. Das Schwungrad bringt einen 161
regelmässigen Gang in die Maschine, indem es bewirkt, dass die aus den Schwankungen der bewegenden Kraft oder der Widerstände entstehenden Ungleichheiten der Bewegung möglichst wenig fühlbar werden; aber in sehr vielen Fällen reicht diese Regulirung nicht aus. Wenn die Widerstände, welche die Maschine zu überwinden hat, sich zu sehr vermindern und in Folge davon die Kraft eine Zeit lang im Ueberschusse wirksam ist, so muss die Geschwindigkeit der Bewegung fortwährend zunehmen. Das Schwungrad kann zwar verhüten, dass diese Zunahme der Bewegung nicht plötzlich eintritt, aber es kann die allmälige Beschleunigung im Gange der Maschine nicht verhindern. Die Maschine wird also immer geschwinder gehen, bis die Bewegung zuletzt so gross wird, dass einzelne Theile in Gefahr kommen zu brechen oder doch Nachtheile für die Arbeit der Maschine daraus entstehen. Wenn dagegen die Widerstände eine längere Zeit das Uebergewicht über die bewegende Kraft behalten, so muss, auch wenn ein Schwungrad vorhanden ist, der Gang der Maschine immer langsamer werden, bis sie zuletzt still steht.

In solchen Fällen ist es unerlässlich, direct auf die an der Maschine wirksamen Kräfte einzuwirken, und entweder die bewegende Kraft, oder die Widerstände je nach den Umständen so zu vergrössen oder zu verkleinern, dass die Bewegung der Maschine stets einen und denselben Gang beibehält. Da es nicht möglich ist, ein- und für allemal die Kräfte so zu bestimmen, dass sie sich das Gleichgewicht halten und von unveränderlicher Grösse bleiben, so muss man dieselben derart zu reguliren suchen, dass, mag sich die Bewegung beschleunigen oder verzögern wollen, dennoch die Geschwindigkeit niemals sich von derjenigen entfernt, welche der besten Arbeit der Maschine entspricht. Um dieses zu erreichen, wendet man sehr häufig den sogenannten Schwungregulator an, Fig. 267.

In der Hauptsache besteht derselbe aus zwei Metallkugeln, die an den Enden zweier durch Charniere mit der verticalen Achse AD verbundener Metallstücke AB, AC angebracht sind. Mit diesen Stangen sind zwei andere Stäbe CD, BD ebenfalls durch Charniere verbunden; während diese einerseits bei C und B an die erstgenannten Stangen eingelenkt sind, vereinigen sie sich andererseits durch Gelenke an einem Ringe D, der die Achse AD umgiebt und dieselbe frei hindurchgehen lässt. Entfernt man die beiden Kugeln mit der Hand voneinander, so nimmt das Viereck $ABCD$ eine andere Gestalt an, indem die Diagonale CB sich verlängert, die andere AD aber sich verkürzt; in Folge hiervon rückt der Ring D auf der verticalen Achse in die Höhe, wogegen er herabsinkt, wenn man die beiden Kugeln einander näher bringt.

Fig. 267.



Da die verticale Achse AD von der Maschine, welche durch diese Vorrichtung regulirt werden soll, rund gedreht wird, so müssen sich auch die damit fest verbundenen Kugeln um diese Achse rund drehen. Hierdurch entwickelt sich aber in jeder Kugel nach Maassgabe ihres Gewichtes und ihrer Geschwindigkeit eine gewisse Schwungkraft, welche dieselbe so weit von der Umdrehungsachse entfernt, bis die Resultirende aus ihrem Gewichte und der Schwungkraft die Richtung der Stange hat, an welcher sie befestigt ist.

Geht die Maschine schneller, so drehen sich auch die Kugeln schneller; die Schwungkraft wird grösser und die Kugeln entfernen sich weiter von der Achse AD; im entgegengesetzten Falle, wenn die Maschine langsamer geht, wird die Schwungkraft kleiner und die Kugeln nähern sich der Achse. Im ersten Falle rückt der Ring D in die Höhe, im zweiten Falle sinkt er herunter. Diese auf- und absteigende Bewegung des Ringes D benutzt man nun, um regulirend auf die bewegende Kraft oder den Widerstand einzuwirken.

In einigen Fällen wirkt der Schwungregulator unmittelbar auf die bewegende Kraft der Maschine ein, indem er sie vermindert, wenn die Bewegung zunimmt, und vermehrt, wenn der Gang der Maschine langsamer wird. Dieses ist, wie wir später sehen werden, fast bei allen Dampfmaschinen der Fall. In anderen Fällen macht der Schwungregulator bloss den Maschinenwärter darauf aufmerksam, dass der Gang der Maschine entweder zu schnell oder zu langsam ist; der Aufseher hat dann die bewegende Kraft oder den Widerstand so abzuändern, wie es dem normalen Gange der Maschine entspricht. Die Fig. 267 zeigt eine Anwendung des Regulators der letztern Art, wie sie in den Mahlmühlen vorzukommen pflegt. Von dem Ringe D gehen zwei verticale Stäbe zu einem zweiten höher gelegenen Ringe E hinauf, der alle Bewegungen des unteren mitmachen muss; er hebt oder senkt sich, je nachdem die Bewegung der Maschine zu schnell oder zu langsam erfolgt, übrigens nimmt er an der rotirenden Bewegung der Achse Theil. Auf dem Ringe E ist ein Querstab befestigt, der mit rund läuft, und, so lange die Maschine eine normale Geschwindigkeit hat, nirgendwo anstösst. Wird jedoch diese Geschwindigkeit zu gross oder zu klein, so hebt oder senkt sich der Ring E; der daran befestigte Querstab schlägt dann bei jeder Umdrehung gegen einen oberen oder einen unteren Hebel und setzt dadurch eine Glocke in Bewegung. Es ist dieses für den Maschinenwärter ein Signal, dass die Bewegung der Maschine zu schnell oder zu langsam ist, und er hat es nun in der Hand, die bewegende Kraft zu vermindern oder zu vergrössern, bis das Läuten aufhört und die normale Geschwindigkeit wieder eingetreten ist. Da die beiden Glocken verschiedene Töne haben, einen hohen und einen tiefen, so hört der Aufseher sofort, ob die Maschine zu schnell oder zu langsam geht.

162 **Fortpflanzung der Arbeit in einer Maschine.** Es ist bereits wiederholt hervorgehoben worden, dass bei einer in gleichförmiger Bewegung befindlichen Maschine die Arbeit der bewegenden Kraft oder die Bewegungsarbeit der in derselben Zeit gelieferten Widerstandsarbeit gleich ist; anders ist es, wenn die Geschwindigkeit der Maschine in jedem Augenblicke sich ändert.

Damit die Bewegung einer Maschine zunehme, muss die bewegende Kraft grösser sein, als der Widerstand; ein Theil der ersteren hält dann den Widerständen das Gleichgewicht und der übrige Theil bewirkt die Beschleunigung. Die von dem ersten Theile der bewegenden Kraft geleistete Arbeit ist dann ebenfalls gleich der ganzen Widerstandsarbeit; sie allein würde eine gleichförmige Bewegung der Maschine zur Folge gehabt haben. Es ist also klar, dass die ganze geleistete Bewegungsarbeit um denjenigen Betrag die Widerstandsarbeit übertrifft, welcher aus dem Ueberschusse der bewegenden Kraft herrührt.

Damit die Maschine langsamer gehe, müssen die Widerstände grösser sein, als die bewegende Kraft. Letztere hält dann bloss einem Theile der Widerstände das Gleichgewicht und die Arbeit dieses Theiles ist gleich der ganzen Bewegungsarbeit; est ist also die ganze Widerstandsarbeit um denjenigen Betrag grösser als die Bewegungsarbeit, welcher aus dem Ueberschusse der Widerstände über die bewegende Kraft herrührt.

Je nachdem also die Maschine schneller oder langsamer geht, ist die in irgend einer Zeit geleistete Bewegungsarbeit grösser oder kleiner, als die Arbeit des Widerstandes. Es ist aber ohne Weiteres klar, dass der Ueberschuss an Bewegungsarbeit, welcher eine gewisse Beschleunigung zur Folge hat, genau so gross ist als der Ueberschuss an Widerstandsarbeit, der erforderlich ist, um diese Beschleunigung wieder aufzuheben und die Bewegung auf die ursprüngliche Geschwindigkeit zurückzuführen. Hat z. B. irgend eine Kraft bei einer Maschine eine gewisse Vermehrung der Geschwindigkeit zu Stande gebracht, so braucht man offenbar unter denselben Umständen dieselbe Kraft während derselben Zeit nur in der entgegengesetzten Richtung wirken zu lassen, um die ertheilte Geschwindigkeitsvermehrung vollständig wieder aufzuheben und die Maschine auf die anfängliche Geschwindigkeit zurückzuführen; statt der in der entgegengesetzten Richtung wirkenden Kraft kann man aber auch einen gleichen Widerstand thätig sein lassen; der Erfolg ist in beiden Fällen derselbe. Es ist also klar, dass auch die von der Kraft zur Erhöhung der Geschwindigkeit geleistete Arbeit genau gleich ist der zur Vernichtung dieser Geschwindigkeitsvermehrung erforderlichen Widerstandsarbeit.

Hat also eine Maschine zu zwei verschiedenen Zeiten eine und dieselbe Geschwindigkeit, so sind die in der Zwischenzeit von der bewegenden Kraft und von den Widerständen geleisteten Arbeiten genau gleich; denn wäre dieses nicht der Fall, so müsste die Geschwindigkeit entweder grösser oder kleiner geworden sein, je nachdem die in der Zwischenzeit geleistete Arbeit der Kraft grösser oder kleiner gewesen wäre, als die Arbeit des Widerstandes. Es gilt dieses offenbar für jede beliebige Geschwindigkeit, also auch, wenn zu den beiden verschiedenen Zeiten die Geschwindigkeit der Maschine Null ist. Wir gelangen also zu dem Satze, dass in der Zeit zwischen dem Beginne der Bewegung und dem Stillstande einer Maschine die Arbeit der bewegenden Kraft gleich ist der Arbeit der Widerstände.

Wenn eine Maschine ihrer Natur nach sich nicht gleichförmig bewegen kann, wie z. B. der Schleifstein (§. 158), so nimmt sie in der Regel eine Bewegung an, welche man die periodische nennt; die Beschleunigungen und Verzögerungen der Bewegung kehren dabei in denselben grösseren oder kleineren Zeitabschnitten (Perioden) regelmässig wieder, so dass die einzelnen Maschinentheile eine und dieselbe Lage mit gleicher Geschwindigkeit passiren. Der Schleifstein z. B. hat in den einzelnen Stadien seines Rundlaufes sehr ungleiche Geschwindigkeiten, aber ein jeder Punkt desselben hat, so oft er durch eine und dieselbe Lage hindurchgeht, stets dieselbe Geschwindigkeit. Bei einer Sägemühle wirkt der Widerstand periodisch, da die Sägen nur beim Niedergange des Sägegatters einschneiden, beim Aufsteigen aber leer gehen; es kann also auch bei constanter Kraftеinwirkung die Bewegung der Sägemühle nur periodisch sein. Ebenso bewirkt die oscillirende Bewegung einzelner Maschinentheile, z. B. des Kolbens, des Balanciers einer Dampfmaschine u. s. w., eine periodische Bewegung, da die hin- und hergehenden Theile bei jeder einzelnen Bewegung von Neuem in Bewegung gesetzt und dann wieder zur Ruhe gebracht werden.

In allen diesen Fällen ist ebenfalls während der Dauer einer Periode die Bewegungsarbeit gleich der Arbeit des Widerstandes.

Vergleicht man diese beiden Arbeiten, die geleistet werden vom Anfange der Bewegung bis zu der Zeit, wo dieselbe periodisch geworden ist, so findet man, dass die Arbeit der bewegenden Kraft grösser ist, als die Widerstandsarbeit; der Ueberschuss der ersteren Arbeit über die zweite ist eben dazu verwandt worden, der Maschine die Bewegung zu geben, welche sie am Ende dieser Zeit besitzt. Von nun an ist während der ganzen Dauer der periodischen Bewegung die Arbeit der Kraft genau gleich der Arbeit des Widerstandes. Sobald aber die periodische Bewegung der Maschine aufhört und diese sich dem Stillstande nähert, wird die Arbeit des Widerstandes grösser als die der Kraft, und zwar um denselben Betrag, um welchen bei dem Anlaufe der Maschine die Arbeit der Kraft grösser war, als die des Widerstandes. Man findet also auch bei der periodischen Bewegung den obigen Satz bestätigt, dass die während der ganzen Dauer der Bewegung geleistete Arbeit der bewegenden Kraft genau gleich ist der Arbeit des Widerstandes.

163 **Wirkung des Schwungrades.** Wenn die Arbeit der Kraft grösser ist als die des Widerstandes, so bewirkt der Ueberschuss eine Bewegung und es findet in Folge davon eine Vergrösserung der vorhandenen Geschwindigkeit statt; je grösser dabei die in Bewegung zu setzende Masse ist, desto kleiner wird die Vergrösserung der Geschwindigkeit, und die Einschaltung eines Schwungrades hat daher zunächst den Zweck, zu bewirken, dass die Geschwindigkeit der Maschine in Folge einer Vergrösserung der bewegenden Kraft nicht merklich grösser werde. Aber wenn auch das Schwungrad den Zuwachs an Geschwindigkeit vermindert, so vermindert es doch nicht die Wirkung, welche dieser Zuwachs überhaupt hervorbringen kann. Wenn die bewegende Kraft die Widerstände überwiegt, so entwickelt sich ein Ueberschuss an Arbeit, welcher sich über eine grössere Masse vertheilt, als wenn das Schwungrad nicht vorhanden wäre, in Folge hiervon wird eben die Geschwindigkeit eines jeden Theiles dieser Masse nur wenig beschleunigt. Aber dieser Ueberschuss an Arbeit, obgleich nicht bemerkbar, ist doch nicht verloren und kann jeden Augenblick wieder nutzbar gemacht werden. Es lässt sich also die mechanische Arbeit in einer grösseren Masse a n s a m m e l n, und indem man fortwährend neue

Arbeit hinzufügt, in grosser Menge anhäufen. Das Schwungrad einer Maschine erscheint daher als ein **Arbeitsreservoir**, in welchem man die Arbeit der bewegenden Kraft, wenn sie das Uebergewicht über die Widerstände hat, ansammeln kann und das später, wenn die Gelegenheit sich darbietet, entweder in kleinen Quantitäten nach und nach, oder mit einem Male den ganzen Vorrath der Arbeit nutzbar wieder abgiebt.

Eine Maschine, die mit einem Schwungrade versehen ist, erfordert eine grössere Kraft, um aus der Ruhe in eine bestimmte Geschwindigkeit versetzt zu werden, als eine gleiche Maschine ohne Schwungrad; die in dieser Zeit geleistete Bewegungsarbeit ist daher im ersten Falle auch grösser als im zweiten; aber dieser Mehrbetrag von Arbeit ist nicht verloren, vielmehr ist derselbe im Schwungrade angesammelt und verharrt darin so lange, bis die Maschine anfängt, langsamer zu gehen. Geschieht dieses, so setzt sich jener Mehrbetrag der Arbeit wieder in Bewegung um und vergrössert die Geschwindigkeit; ebenso wird derselbe bei dem Endlaufe der Maschine vollständig als bewegende Kraft verausgabt und so die Bewewegung noch lange Zeit unterhalten, wenn die ursprüngliche bewegende Kraft bereits aufgehört hat zu wirken. Wir werden später ausführlicher zeigen, wie man von dieser Eigenschaft des Schwungrades, als Arbeitsreservoir zu dienen, bei den Hammerwerken und Prägemaschinen vielseitig Anwendung macht.

Einfluss der passiven Widerstände. Bei unseren bis- 164
herigen Untersuchungen über die Maschinen haben wir auf die Reibung ihrer einzelnen Theile und die übrigen sogenannten passiven Widerstände (§. 151) keine Rücksicht genommen. Die früher erhaltenen Resultate bedürfen daher noch der Vervollständigung und zwar in der Weise, dass wir die bisher schon in Rechnung gezogenen Widerstände der Maschine noch um den Betrag der passiven Widerstände vermehren und dann die Kraft ermitteln, welche erforderlich ist, um die Gesammtheit dieser Widerstände zu überwinden.

Die einzelnen Fälle, in denen bei den verschiedenen Maschinen Gleichgewicht zwischen Kraft und Last besteht, haben wir bereits oben erörtert und sind nun im Stande, die Kraft zu berechnen, die einer gegebenen Last das Gleichgewicht hält, wenn keine Reibung vorhanden wäre. Um auch für den Fall der vorhandenen Reibung diese Kraft zu bestimmen, ist nur erforderlich, diese Reibung selbst zu ermitteln und sie zu der

Last hinzuzufügen; die Berechnung der Kraft erfolgt dann nach den bereits gefundenen Regeln. In allen Fällen wird also für den Gleichgewichtszustand die Kraft grösser sein müssen, als wenn keine Reibung vorhanden wäre.

Ebenso haben wir bereits gesehen, dass, wenn eine Maschine sich in gleichförmiger Bewegung befindet, die Arbeit der bewegenden Kraft stets gleich ist der Arbeit der Widerstände, und dass wir bei einer ungleichförmigen Bewegung der Maschine dasselbe Resultat erhalten, wenn man diese Arbeiten auf eine Zeitdauer bezieht, bei deren Anfang und Ende die Maschine eine und dieselbe Geschwindigkeit hatte. Diese Sätze behalten ihre Gültigkeit auch dann, wenn die Reibung und die übrigen passiven Widerstände mit berücksichtigt werden, vorausgesetzt, dass man darauf achtet, bei der Berechnung der gesammten Widerstandsarbeit diese passiven Widerstände zu den übrigen Widerständen der Maschine hinzuzufügen.

Man hat daher bei jeder in Bewegung befindlichen Maschine zweierlei Widerstände zu unterscheiden; die einen sind die nützlichen oder beabsichtigten Widerstände, deren Ueberwindung der Zweck der Maschine ist, die anderen sind die unbeabsichtigten oder schädlichen Widerstände, wie Reibung, Seilsteifigkeit, Luftwiderstand. Demgemäss unterscheidet man auch die **Nutzarbeit**, welche in der Ueberwindung der beabsichtigten Widerstände, also in der Hervorbringung der beabsichtigten Orts- oder Formveränderung besteht, und die **schädliche oder Nebenarbeit**, welche die passiven Widerstände zu überwinden hat. Wir können daher das oben ausgesprochene Princip der Fortpflanzung der Arbeit auch so ausdrücken: **Die Arbeit der bewegenden Kraft ist gleich der Summe aus der Nutzarbeit und der Nebenarbeit.** Die ganze von einer Maschine in einer bestimmten Zeit verrichtete Arbeit nennt man den **Maschineneffect**; derselbe zerfällt daher in einen **Nutzeffect** und in einen **Nebeneffect**, welchen letzteren man auch wohl **Effectverlust** nennt. Es ist daher die ganze von der bewegenden Kraft geleistete Arbeit gleich dem Nutzeffect der Maschine, vermehrt um den Nebeneffect derselben.

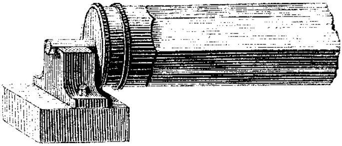
Wenn man die passiven Widerstände unberücksichtigt lässt, so ist es, wie wir in den §§. 58 bis 92 gesehen haben, sehr leicht, bei jeder Maschine die Kraft zu bestimmen, welche einer bestimmten Last das Gleichgewicht hält; dagegen ist die Bestimmung der passiven Widerstände im Allgemeinen nicht so einfach. Am leichtesten lässt sich noch die Reibung berechnen, namentlich dann, wenn die Maschine sich nicht mit sehr grosser Geschwindigkeit bewegt. Die zahlreichen Versuche, die zur Bestimmung der Gesetze und der Grösse der Reibung gemacht worden sind, gestatten in den meisten Fällen eine ziemlich genaue Berechnung derselben; indessen bleibt doch stets einige Ungenauigkeit in den Resultaten der Rechnung, weil man einestheils in der Wirklichkeit nicht dieselben Materialien hat, welche bei den Versuchen gedient haben, und anderentheils der Druck, mit welchem die sich reibenden Körper zusammengepresst sind, nicht mit voller Schärfe bestimmt werden kann. Schlimmer als dieses ist aber der Umstand, dass die Maschinen meistens eine grosse Anzahl von Reibungen enthalten; es entwickelt sich nämlich Reibung zwischen den Zähnen der Räderwerke, zwischen den Zapfen der rundlaufenden Räder und deren Lager, zwischen den Riemen und ihren Scheiben u. s. w., so dass man zu sehr verwickelten Rechnungen kommt, wenn man alle diese einzelnen Reibungen bestimmen will. Dazu kommt, dass ausser der Reibung die anderen passiven Widerstände in den meisten Fällen nur sehr annähernd bestimmt werden können, so dass es also geradezu unmöglich ist, mit vollständiger Genauigkeit die Kraft zu berechnen, welche an einer Maschine sämmtliche Widerstände im Gleichgewicht zu halten vermag, es sei denn, dass die Maschine äusserst einfach wäre. Aus demselben Grunde ist es auch sehr schwer, die von den verschiedenen Widerständen in einer gewissen Zeit geleistete Arbeit mit vollständiger Schärfe zu berechnen und hieraus zu bestimmen, um wie viel die Bewegungsarbeit grösser ist als der Nutzeffect der Maschine. Indess ist so viel klar, dass zur Erzielung eines bestimmten Nutzeffects die bewegende Kraft um so grösser sein muss, je grösser der Einfluss der passiven Widerstände ist, und dass demgemäss zur Leistung einer und derselben Nutzarbeit die Bewegungsarbeit um so grösser sein muss, je grösser die Arbeit dieser passiven Widerstände ist. Da nun die Aufgabe einer jeden Maschine darin besteht, eine gegebene Nutzarbeit mit einer möglichst kleinen Arbeit der bewegenden Kraft hervorzubringen, so hat man bei der Construction derselben besonders darauf zu achten, den Einfluss der passiven Widerstände möglichst zu vermindern und dadurch die Nebenarbeiten auf ein Minimum zu reduciren. Es ist daher ein grosser Irrthum, durch Complicirtheit oder durch besondere künstliche Einrichtungen einer Maschine einen besonders grossen Nutzeffect erzielen zu wollen, etwa gar einen grösseren, als der Effect oder die Arbeit des Motors ist. Ein möglichst grosser Nutzeffect kann nur dadurch erreicht werden, dass man die Anzahl der einzelnen Maschinentheile möglichst klein macht und ihnen keine grössere Dimensionen giebt, als es die Festigkeit des Materials verlangt. Von dem ökonomischen Standpunkte aus betrachtet, richtet sich die Vollkommenheit einer Maschine nach der Grösse des Verhältnisses, in welchem die Nutzarbeit zu der Bewegungsarbeit steht; da jene um den Betrag der Nebenarbeit stets kleiner ist als diese, so ist dieses Verhältniss bei allen Maschinen kleiner als Eins; aber eine bestimmte Maschine ist um so vollkommener, je näher der Werth dieses Verhältnisses der Einheit steht.

165 **Die Mittel, um den Einfluss der passiven Widerstände zu vermindern.** Die Mittel, welche man anwendet, um die passiven Widerstände möglichst klein zu machen, sind verschieden und richten sich nach der Beschaffenheit der Widerstände selbst. Wir wollen sie der Reihe nach einer Besprechung unterziehen.

Die Arbeit, welche die gleitende Reibung zweier Körper erzeugt, hängt ab von der Grösse der Reibung und von dem Wege, durch welchen hindurch dieselbe wirkt; sie wird also ausgedrückt durch das Product aus der Reibung in den Weg, auf welchem dieselbe thätig ist. Ist bei einem Maschinentheile die Reibung 15 Pfund und muss dieselbe auf einer Strecke von 10 Fuss überwunden werden, so ist zur Ueberwindung derselben eine Arbeit von $15 \times 10 = 150$ Fusspfund erforderlich; die Nebenarbeit, d. h. die Arbeit des Reibungswiderstandes, beträgt daher ebenfalls 150 Fusspfund. Man kann diese Arbeit vermindern, indem man einen oder die beiden Factoren dieses Productes vermindert. Um die Grösse der Reibung möglichst klein zu machen, hat man Materialien zu wählen, deren Reibungscoefficienten (§. 154) an und für sich klein sind; ausserdem lässt sie sich durch sorgfältige Bearbeitung und Glätte der reibenden Flächen und durch Anwendung passender Schmiermittel, wie Oel, Fett u. s. w. bedeutend vermindern. Um andererseits auch den Weg der Reibung möglichst klein zu machen, giebt man den Theilen, die sich auf einander bewegen müssen und dadurch Reibung erzeugen, besonders hierzu geeignete Formen.

Zu diesem Zwecke versieht man eine Welle, die sich drehen soll, mit cylindrischen eisernen Zapfen von kleinem Durchmesser, Fig. 268. Der Drehung des Zapfens in seinem Lager wirkt eine Art gleitender Reibung entgegen. Aber während die Welle eine ganze Umdrehung macht, ist die Reibung des Zapfens nur auf dem viel kleineren Wege des Umfanges dieses Zapfens zu überwinden; der Weg der Reibung und daher auch die ganze schädliche Arbeit derselben ist daher um so kleiner, je kleiner der Halbmesser des Zapfens ist. Man macht daher die Zapfen so dünn als möglich und jedenfalls nicht dicker, als es die Festigkeit des Materials und der Druck, den sie auszuhalten haben, erfordern.

Fig. 268.



Ist der Druck auf den Zapfen D, der Reibungscoefficient der Materialien, aus denen der Zapfen und sein Lager angefertigt sind, f, so ist nach §. 154 die Grösse der Zapfenreibung $f.D$. Wenn nun der Halbmesser des Zapfens r ist, so wirkt diese Reibung an dem Halbmesser r als Hebelarm und das statische Moment derselben ist daher $f.D.r$.

Nach den Versuchen von Morin ist der Coefficient f für die Zapfenreibung bei denselben Materialien etwas kleiner, als bei der gewöhnlichen gleitenden Reibung; derselbe beträgt z. B. für Zapfen von Schmied- oder Gusseisen, die sich in Lagern von Gusseisen oder Glockengut drehen und mit Oel oder Talg geschmiert werden,

bei ununterbrochener Erneuerung der Schmiere $f = 0{,}054$,
bei der gewöhnlichen Anwendung der Schmiere $f = 0{,}7$ bis $0{,}8$.

Ein Beispiel wird die Art und Weise, wie man bei der Berechnung der Kraft die Reibung mit in Rechnung zieht, noch klarer machen; wir wählen dazu der Einfachheit wegen die Gleichgewichtsbedingung für die feste Rolle mit parallelen Seilrichtungen, Fig. 269 und 270 (a. f. S.). Bekanntlich ist an einer solchen Maschine, wenn von der Reibung der Rolle in ihrem Lager abgesehen wird, Gleichgewicht vorhanden, wenn die an dem einen Seilende wirkende Kraft P gleich ist der an dem andern Seilende wirkenden Last Q. Anders stellt sich die Sache, wenn die Kraft zugleich noch die am Zapfen der Rolle wirkende Reibung zu überwinden hat. Um auch für diesen

Fall die Bedingung des Gleichgewichtes zu bestimmen, nehmen wir an, das Gewicht der Rolle sei V, die Last sei Q, die Kraft welche der Last und der Reibung das Gleichgewicht hält, sei P; es ist dann der Druck auf die beiden Zapfen $P + Q + V$, mithin die Zapfenreibung, wenn f der Reibungscoefficient ist, $f(P + Q + V)$. Ist nun der Halbmesser der Rolle r_1, der des Zapfens r_2, so ist das statische Moment der Kraft gleich $P \cdot r_1$, das der Last gleich $Q \cdot r_1$ und das der Reibung gleich $f(P + Q + V) \cdot r_2$; mithin ist Gleichgewicht vorhanden, wenn das Moment der Kraft gleich ist den in dem entgegengesetzten Sinne wirkenden Momenten der Last und der Reibung. Man erhält also als Bedingung für den Zustand des Gleichgewichtes

Fig. 269.

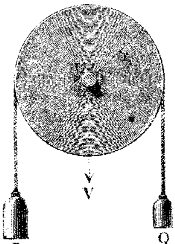
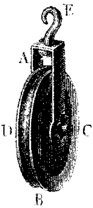


Fig. 270.



$$P \cdot r_1 = Q \cdot r_1 + f(P + Q + V) \cdot r_2,$$

und hieraus

$$P = \frac{Q \cdot r_1 + f(Q + V) r_2}{r_1 - f \cdot r_2}.$$

Nehmen wir die Last Q zu 1000 Pfund, das Gewicht der Rolle V zu 5 Pfund, den Reibungscoefficient f zu 0,7, den Halbmesser der Rolle r_1 zu 4 Zoll, den des Zapfens r_2 zu $\frac{1}{2}$ Zoll an, so giebt die Rechnung nach der vorstehenden Gleichung für die Kraft P einen Werth von 1192,26 Pfund, die erforderlich sind, um der Last von 1000 Pfund und der Reibung das Gleichgewicht zu halten, während P ebenfalls nur 1000 Pfund beträgt, wenn von der Reibung abgesehen wird.

Bei den Räderwerken vermindert man die Arbeit der Reibung, indem man die Räder mit möglichst kurzen Zähnen versieht, denn je länger diese sind, um so grösser sind auch die Wege, welche die Reibung längs derselben zu durchlaufen hat. Wie bei der Dicke der Zapfen wird der Kürze der Zähne durch die Rücksicht auf die Festigkeit des Materials, aus welchem sie bestehen, und auf den Druck, den sie auszuhalten und fortzupflanzen haben, eine Gränze gesetzt.

Um die schädliche Arbeit der rollenden Reibung mög- 166
lichst klein zu machen, ebenet und glättet man die Oberflächen, mit denen sich die Körper beim Rollen berühren, und sorgt ausserdem dafür, dass die Kraft, welche der Reibung das Gleichgewicht zu halten hat, an einem grossen Hebelarm wirke.

Die schädliche Arbeit der Seilsteifigkeit vermindert man durch Anwendung von möglichst biegsamen Seilen; in dieser Beziehung sind alte Seile, die bereits öfter gebraucht worden sind, besser, als neue.

Um endlich diejenigen Maschinentheile, welche sich im Wasser oder in der Luft bewegen, dem Widerstande dieser Flüssigkeiten möglichst zu entziehen, giebt man ihnen solche Formen und Stellungen, dass sie denselben nur kleine Oberflächen darbieten und sie unter spitzen Winkeln durchschneiden. Aus diesem Grunde giebt man den Schwungkugeln (§. 160) die Linsenform, damit sie die Luft leicht durchschneiden; die Schiffe erhalten die zugeschärfte Form eines Keiles, wodurch der Widerstand des Wassers bedeutend gebrochen wird.

Umänderung der gleitenden Reibung in die rollende; 167
Leitrollen, Frictionsräder. Ausser den erwähnten Mitteln, den Einfluss der passiven Widerstände möglichst zu vermindern, ohne die Natur derselben zu ändern, giebt es zu demselben Zwecke noch ein anderes sehr wirksames Mittel; dasselbe besteht darin, dass man die gleitende Reibung in eine rollende verwandelt.

Wir haben bereits im §. 155 gesehen, dass bei gleichem Druck die rollende Reibung weit kleiner ist als die gleitende; es ist daher überall da, wo ein Körper sich über einen andern zu bewegen hat, von grossem Vortheil, solche Anordnungen zu treffen, dass statt der gleitenden Reibung nur die rollende ins Spiel kommt; in allen solchen Fällen wird der durch die Reibung bewirkte Effectverlust bedeutend vermindert.

Aus diesem Grunde schleift man die Lasten nicht auf dem Boden von der Stelle, sondern legt sie auf Karren, Wagen, Schiebkarren u. s. w., die mit Rädern versehen sind, um statt der gleitenden Reibung eine rollende zu erzeugen. Ebenso versieht man schwere Meubel, die verschoben werden sollen, mit Rollen; wollte man dieselben ohne Rollen von der Stelle bringen, so wäre eine viel grössere Kraft erforderlich, als wenn sie mit Rollen versehen sind. Wenn dabei die Bewegung der Gegenstände nur in einer einzigen Richtung geschehen soll, wie bei Betten, so liegen die Zapfen der Rollen in Lagern, die an den Füssen derselben befestigt sind, Fig. 271; wenn dagegen die Bewegung nach allen Richtungen möglich sein soll, wie bei Tischen, Pianos, Sesseln u. s. w., so ist die Achse A der Rolle, Fig. 272, an einer starken Scheere B befestigt, welche selbst wieder um eine verticale Achse D drehbar ist. Wenn man einen mit solchen Leitrollen versehenen Gegenstand von der Stelle zieht, so drehen sich die Scheeren B zuerst um den Zapfen CD und stellen die Rollen A in eine Richtung, welche der Richtung der Bewegung entgegengesetzt ist; ist dieses geschehen, so fangen die Rollen selbst an sich zu drehen.

Fig. 271.

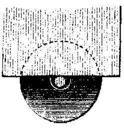
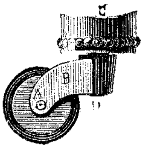


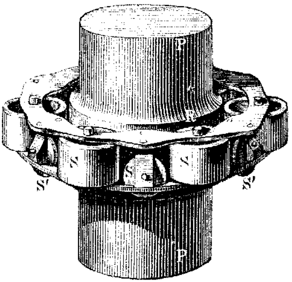
Fig. 272.



Die Rollen, welche man zu dem gedachten Zwecke bei den Maschinen in Anwendung bringt, nennt man Leitrollen, auch wohl Frictionsrollen. Wir haben dieselben bereits vorübergehend bei dem auf S. 129 (Fig. 126) beschriebenen Krahn kennen gelernt. Die Achse PP desselben hat an dem Theile, wo sie aus dem umgebenden Mauerwerke heraustritt, ein cylindrisches Stück R. Dieses Stück übt gegen seine Umgebung einen sehr bedeutenden Druck aus und würde bei der Umdrehung des Krahns um seine Achse PP eine sehr grosse gleitende Reibung erzeugen, wenn es einfach von einer feststehenden Hülse umfasst würde.

Es ist daher von der grössten Wichtigkeit, diese gleitende Reibung in eine rollende zu verwandeln, und man erreicht dieses auf folgende Weise. Das Stück R ist von einem ringförmigen Gehäuse umgeben, welches sich um dasselbe frei drehen kann und eine Reihe von Rollen S, Fig. 273, enthält. Die Rollen berühren einerseits die Achse R des Kreises, andererseits die innere Fläche einer das Stück R concentrisch umgebenden, in das Mauerwerk eingelassenen eisernen Hülse, wie aus der Figur leicht zu ersehen ist. Wenn der Krahn gedreht wird, nehmen die Rollen S eine rollende Bewegung an; die Achsen derselben bleiben dabei nicht an ihrer Stelle, sondern sie ziehen das ganze Gehäuse, worin sie stecken, mit herum. Da das Gehäuse mit den Rollen nicht befestigt ist, so muss es von einem im Mauerwerke liegenden eisernen und wohl geebneten Ringstück getragen werden. Damit nun bei seiner Drehung um das Stück R an der unteren Fläche keine gleitende Reibung entstehe, liegt es mit anderen vertical stehenden Rollen S', S', die sich um horizontale Achsen drehen, auf der Unterlage auf.

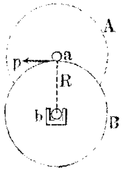
Fig. 273.



Die Zapfenreibung selbst lässt sich dadurch sehr bedeutend vermindern, dass man den Zapfen der Welle oder des Rades, welches sich drehen soll, nicht in ein Lager, sondern auf den Umfang einer besondern Rolle legt, die man dann ebenfalls Frictionsrad oder Frictionsrolle nennt.

In Fig. 274 sei a der Zapfen des rundgedrehten Rades; legte man denselben einfach in ein Lager, so würde, wenn der Druck gegen das Lager gleich D und der Reibungscoefficient gleich f wäre, die Reibung des Zapfens in seinem Lager nach §. 154 $f.D$ sein. Legt man dagegen den Zapfen a auf den Umfang einer zweiten Rolle B, und nehmen wir an, dass auch hier der Druck des Zapfens b gegen sein Lager wie vorhin gleich D, der Reibungscoefficient wieder f sei, so ist die Reibung des Zapfens b in seinem Lager wieder $f.D$. Bezeichnet man nun den Halbmesser des Zapfens b mit r, so wirkt die Reibung desselben an dem Hebelarme r und das statische Moment der Zapfenreibung ist $f.D.r$. — Um dieser Reibung durch eine am Umfange der Rolle B wirkende Kraft das Gleichgewicht zu halten, braucht man eine um so kleinere Kraft, je grösser der Halbmesser der Rolle B im Verhältnisse zu dem Halbmesser r des Zapfens b ist. Bezeichnet man diese

Fig. 274.



Kraft mit p, so ist das statische Moment derselben $p \,.\, R$, und es ist zwischen p und der Reibung des Zapfens b Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$p \,.\, R = f \,.\, D \,.\, r;$$

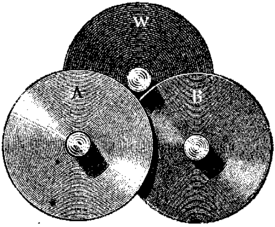
woraus folgt

$$p = f \,.\, D \,.\, \frac{r}{R}.$$

Der Zapfen a hat daher bei seiner Drehung auf dem Umfange der Rolle B diesen Widerstand $f \cdot D \cdot \frac{r}{R}$ und noch die rollende Reibung zwischen sich selbst und der Rolle B zu überwinden. Da die Rolle B nicht fest steht, sondern sich in der entgegengesetzten Richtung des Zapfens a bewegt, so kann man die zuletzt genannte Reibung wegen ihrer Kleinheit vernachlässigen, so dass die Rolle A bei ihrer Drehung nur den Widerstand $f \,.\, D \cdot \frac{r}{R}$ zu überwinden hat. Liegt also der Zapfen a der Rolle A in einem Lager, so ist nach dem Obigen die Reibung $f \,.\, D$; liegt er dagegen auf dem Umfange einer andern Rolle, die den Halbmesser R und einen Zapfenhalbmesser r hat, so ist die Reibung unter denselben Umständen nur $f \cdot D \cdot \frac{r}{R}$, woraus folgt, dass durch Anwendung einer Frictionsrolle die wirkliche Reibung im Vergleich zu der Reibung eines Zapfens in seinem Lager in demselben Verhältnisse kleiner wird, als der Halbmesser des Zapfens der Frictionsrolle kleiner ist, als der Halbmesser dieser Rolle.

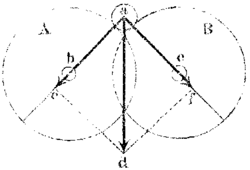
Will man den Zapfen a nur auf eine einzige Frictionsrolle B legen, so muss man ihn durch seitliche feste Backen oder andere Leitrollen am Abrutschen hindern; da jedoch hierdurch wieder neue Reibungen entstehen, so legt man häufig den Zapfen des zu drehenden Rades W, Fig. 275, in den Winkel, welchen zwei gleich grosse und dicht hintereinander gestellte Frictionsrollen A, B bilden. Die Achsen dieser letzteren Rol-

Fig. 275.



len liegen dann natürlich in horizontalen festen Lagern. Um in diesem Falle die Zapfenreibung zu bestimmen, bezeichne in Fig. 276 ad die Grösse D des Druckes, welchen der Zapfen a ausübt. Diesen Druck zerlege man in zwei Seitenkräfte ae, af, deren Richtungen durch die Mittelpunkte der Rollenzapfen b und c gehen und die einander gleich sind. Ist dieser Druck $ae = af = d$, und

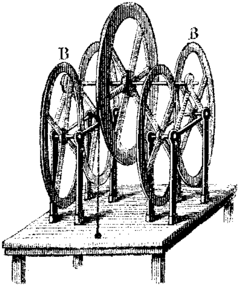
Fig. 276.



bezeichnet man wieder die Halbmesser der Zapfen und der Frictionsrollen resp. mit r und R, so ist die Reibung des Zapfens a am Umfange der beiden Frictionsrollen A und B nach dem Vorigen $2f \cdot d \cdot \frac{r}{R}$.

Bei der bereits beschriebenen Atwood'schen Fallmaschine (S. 193) ist es von der grössten Wichtigkeit, dass sich die auf dem oberen Theile befindliche Rolle mit der grössten Leichtigkeit drehe, da die Maschine nur dann einigermaassen genaue Resultate liefert, wenn die Reibung der Rolle vernachlässigt werden kann. Man erreicht diesen Zweck durch Anwendung von vier Frictionsrollen B, deren Anordnung aus der Fig. 277 ersichtlich ist. Die Achse der Rolle A, über welche die Schnur geschlungen ist, ist sehr fein und liegt in den beiden Winkeln, welche von je zwei Frictionsrollen gebildet werden. Die Halbmesser dieser Rollen sind sehr gross im Verhältnisse zu den Halbmessern ihrer Zapfen, und daher ist nach dem Vorigen die Reibung des Rades A auf den Umfängen der Räder B äusserst gering. Um dieses an einem Zahlenbeispiel noch klarer zu machen, nehmen wir an, die Achse des Rades A liege statt auf den Rollen B in einem Lager; der Reibungs-

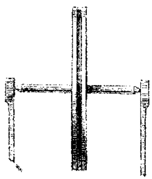
Fig. 277.



coefficient f sei 0,8 und der Druck D gegen das Lager $\frac{1}{6}$ Pfund, so ist die gleitende Reibung der beiden Zapfen $2f \cdot D = 2 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{1}{6} = 0{,}26$ Pfd. Legen wir statt dessen die Achse des Rades A, wie Fig. 277, auf die Umfänge der vier Frictionsrollen B, und ist der Druck d gegen die einzelnen Lager, in denen sich die Zapfen der Rolle B drehen, $\frac{1}{10}$ Pfund, der Halbmesser dieser Zapfen $\frac{1}{2}$ Linie oder $\frac{1}{24}$ Zoll, der Halbmesser der Rollen selbst 3 Zoll, so ist nun die gesammte Reibung $4 \cdot f \cdot d \frac{r}{R} = 4 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{\frac{1}{24}}{3} = 0{,}0044$ Pfund, also eine so unbedeutende Grösse, dass sie auf die Resultate der Maschine fast ganz ohne Einfluss ist.

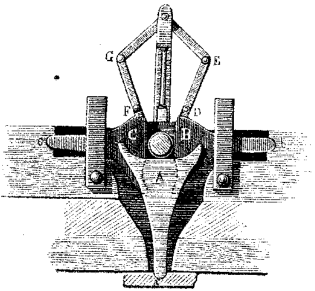
Damit die Achse des Rades A sich nicht der Länge nach verschiebe, stösst sie mit ihren zugespitzten Enden gegen zwei kleine Stahlplättchen, Fig. 278, und erhält dadurch eine unveränderliche Lage.

Fig. 278.



Als letztes Beispiel, wie die gleitende Reibung durch eine rollende ersetzt zu werden pflegt, wollen wir noch die bereits länger als 400 Jahre bestehende Aufhängung und Bewegung der grossen Glocke zu Metz näher beschreiben. Die Krone dieser Glocke hat, wie gewöhnlich, zwei runde Zapfen, um welche sie beim Läuten hin- und herschwingt. Ruhen diese Zapfen in Lagern, so übt das bedeutende Gewicht der Glocke einen grossen Druck gegen dieselben aus und erzeugt dadurch bei der Bewegung eine so beträchtliche Reibung, dass zu der Ueberwindung derselben allein schon eine grosse Kraftanstrengung erforderlich ist. Um dieses zu vermeiden, liegt jeder Zapfen der Glocke auf einem Stücke A, Fig. 279, welches um sein unteres abgerundetes Ende a drehbar und am oberen Ende nach einem Bogen gekrümmt ist, des-

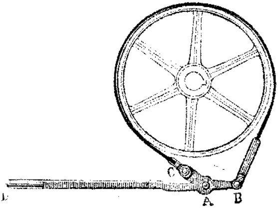
Fig. 279.



sen Mittelpunkt in a liegt. Wenn nun die Glocke in Bewegung ist, so rollt der Zapfen derselben auf diesem Stücke A hin und her und dreht dasselbe dadurch um den Punkt a ebenfalls nach rechts oder links, je nachdem sie selbst nach rechts oder links schwingt. Es ist klar, dass das Kreisstück A eine Art Frictionsrolle bildet, welche in a ihr Lager hat; ist daher r der Halbmesser der unteren Abrundung bei a, R der Halbmesser des Bogenstückes A oder die Höhe des Stückes A, so ist die Reibung am Zapfen der Glocke nur der $\frac{r}{R}$te Theil derjenigen Reibung, welche entstehen würde, wenn die Zapfen direct im Lager ruhten. Um das Abrollen des Zapfens zu verhüten und denselben genau über dem Punkte a zu erhalten, sind zu seinen beiden Seiten zwei ähnliche Kreisstücke B, C angebracht, die eine seitliche Verschiebung nicht zulassen. Wären diese beiden Stücke fest, so würde der Zapfen an ihnen eine gleitende Reibung erleiden; um dieses zu verhindern, hat man denselben wieder die Form von Kreisstücken gegeben, welche sich um die Punkte b und c drehen können und dadurch die gleitende Reibung in eine rollende verwandeln. In Folge des bedeutenden Druckes des Glockenzapfens gegen das Stück A haften beide stark genug aneinander, um mit der Drehung des Zapfens zugleich eine Drehung des Kreisstückes A zu bewirken und dadurch jedes Gleiten zu verhüten. Anders ist es mit den beiden seitlichen Backen B und C, da der seitliche Druck des Zapfens abwechselnd gegen den einen oder den anderen gerichtet und keineswegs so stark ist, dass man auf ein vollständiges Anhaften derselben gegen den Zapfen und eine daraus hervorgehende rollende Bewegung mit Sicherheit rechnen darf. Die Bewegung dieser Stücke B und C wird daher noch durch einen besonderen Hebelmechanismus unterstützt. Derselbe besteht aus einer auf der Krone der Glocke befestigten verticalen Stange, an deren oberem Theile zwei kleinere Arme in unveränderlicher Stellung zu der Stange angebracht sind; diese Arme und die Kreisstücke B und C sind mittelst Gelenke durch die beiden anderen Stangen ED und GF derart verbunden, dass, wenn die Glocke hin- und herschwingt, die obere Stange sich abwechselnd nach links und rechts bewegt und durch die festen Arme und die Gelenkstücke ED, GF abwechselnd das eine oder das andere Kreisstück B oder C in eine drehende Bewegung versetzt. Auf diese Weise wird es erreicht, dass jede gleitende Reibung vermieden wird, und statt derselben nur rollende Reibungen vorkommen.

168 **Die Mittel, um den Einfluss der passiven Widerstände zu vergrössern.** In den meisten Fällen sucht man die Widerstände so viel als möglich zu vermindern, um mit einer bestimmten Bewegungsarbeit einen möglichst grossen Nutzeffect zu erzielen; aber es giebt auch Fälle, wo man darauf ausgeht, die Widerstände zu vergrössern, sei es, um den Lauf einer Maschine zu hemmen, die Geschwindigkeit einer Bewegung zu verkleinern, oder überhaupt dem Einflusse einer bewegenden Kraft entgegen zu wirken. Man erreicht dieses dadurch, dass man eine künstliche Reibung erzeugt, welche bei dem gewöhnlichen Gange der Maschine nicht vorhanden ist. Ein einfaches Beispiel hiervon giebt die sogenannte Bandbremse, Fig. 280, wie sie bei dem Krahn vorkommt, um die Bewegung des Räderwerkes zu mässigen, wenn eine an der Kette hängende Last herabgelassen werden soll. Die Bremse besteht aus einer abgedrehten Scheibe von Gusseisen, welche von einem dünnen schmiedeeisernen Bande umgeben ist. Die Scheibe ist mit einem der Räder verbunden und nimmt Theil an der Umdrehung des Räderwerkes. Man sieht

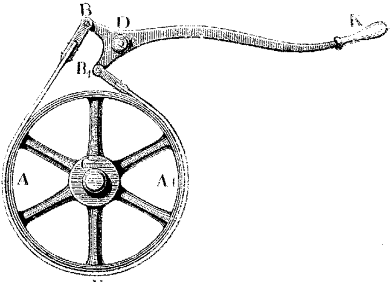
Fig. 280.



diese Bremsscheibe in der Fig. 127, zur linken Seite des Rades F, mit welchem sie fest verbunden ist. Die Enden des Bremsbandes sind mit den Enden B, C der beiden kleinen Arme AB, AC eines dreiarmigen Hebels BCD verbunden, der seinen festen Drehpunkt in A hat. Drückt man den längeren Arm AD in die Höhe, so wird das Band gegen die Scheibe gepresst und erzeugt, wenn die Scheibe rundläuft, am Umfange derselben eine um so grössere Reibung, je stärker der Druck ist, der am Endpunkte D des Hebels wirkt. Wenn die Reibung nicht mehr wirken soll, lässt man den Hebel los, wodurch das Band sich von der Scheibe lostrennt und dieselbe höchstens in einigen Punkten berührt, ohne dadurch eine merkliche Reibung hervorzurufen. Am Krahn lässt man die

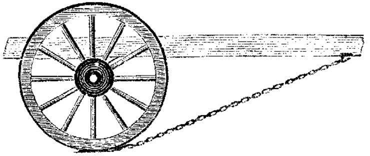
Bremse während der Zeit, wo die Last in die Höhe gewunden wird, ausser Thätigkeit; hat man aber die Last gehoben und durch Drehung des Krahns über die Stelle gebracht, wo sie niedergelegt werden soll, so lässt man die Kurbeln los; die Last sinkt nun durch ihr eigenes Gewicht herab und versetzt das Räderwerk nebst den Kurbeln in die entgegengesetzte Bewegung; durch ein kräftiges Anziehen des Bremsbandes mittelst Aufhebung des Hebels D erzeugt man dann eine Reibung, mit welcher man im Stande ist, der Last das Gleichgewicht zu halten, und diese so langsam herabzulassen, als man will.

Fig. 281.



Die Fig. 281 zeigt eine ähnliche Bandbremse mit der Einrichtung, dass man durch Niederdrücken des Hebelarmes K das Band um die Scheibe anzieht. Auf andere Einrichtungen von Bremsen werden wir später zurückkommen.

Fig. 282.

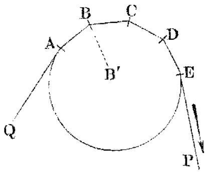


Wenn in einer Maschine irgendwo eine rollende Reibung vorkommt, so lässt sich dieselbe dadurch bedeutend vergrössern, dass man die rollende Bewegung in eine gleitende verwandelt. Bei den Wagenrädern erreicht man u. A. diesen Zweck durch Unterlegen eines Hemmschuhes, Fig. 282, unter eines der Räder; da hierdurch das betreffende Rad verhindert wird, sich zu drehen, so wird eine bedeutende Reibung zwischen dem flachen Hemmschuhe und dem Erdboden erzeugt.

Seilreibung. Eine sehr bedeutende Reibung wird erzeugt, 169
wenn ein um eine Welle geschlungenes Seil über die Oberfläche

derselben gezogen wird. Es sei AE, Fig. 283, der Theil des feststehenden Cylinders, der von dem Seile umspannt und über welchen dasselbe in der Richtung des Pfeiles gezogen wird. Das Seil ist durch zwei Kräfte gespannt, von denen die eine (P) es in der Richtung der Bewegung zieht, die andere (Q) als Widerstand nach der entgegengesetzten Richtung wirkt. Wenn die Bewegung des Seiles gleichförmig ist, so ist die Kraft P gleich der Summe aus der Kraft Q und der gesammten auf dem Bogen AE erzeugten Reibung, weil beide Kräfte an demselben Hebelarme, nämlich dem Halbmesser des Cylinders wirken. Um ein klares Bild von der Art und Weise zu erhalten, wie hierbei die Reibung erzeugt wird, denken wir uns den Bogen AE in mehrere kleine Theile AB, BC, CD, $DE\ldots$ so eingetheilt, dass man jedes Theilchen als eine kleine gerade Linie ansehen kann; der Bogen AE erscheint dann als ein Theil eines Vielecks, über welches das Seil gleitet. Da das Seil mit einer gewissen Kraft gegen die feste Welle angepresst ist, so übt es in jedem Punkte einen gewissen Normaldruck gegen dieselbe aus; nehmen wir an, dass die Spannungen in den beiden Seilstücken AB und BC gleich seien, was in der Wirklichkeit, wie wir gleich sehen werden, nicht genau der Fall ist, so können wir diese beiden Spannungen zu einer Mittelkraft zusammensetzen, deren Richtung BB' und deren Grösse die Diagonale des Parallelogramms aus AB und BC ist. Diese Mittelkraft bestimmt die Grösse der Pressung, welche das Seil im Punkte B gegen die Welle ausübt. Bezeichnen wir dieselbe mit p, und ist f der Reibungscoefficient für das Seil- und das Wellenmaterial, so ist die Reibung des Seiles im Punkte B oder für die Bogenstrecke AB gleich $f.p$. Es muss folglich, wenn sich das Seil in der Richtung $ABCDE$ bewegen soll, in dem Seilstücke BC eine Spannung vorhanden sein, die im Stande ist, sowohl die Last Q, als auch noch die Reibung $f.p$ des Seilstücks AB zu überwinden. Aus demselben Grunde muss in dem Seilstücke CD eine Spannung herrschen, die sowohl die Last Q, als auch die in den vorhergehenden Seilstücken AB und BC vorhandenen Reibungen zu überwinden vermag, woraus folgt, dass die Spannung des ganzen Seiles von A bis E fortwährend zunimmt, sowie auch, dass diese Zunahme nicht

Fig. 283.

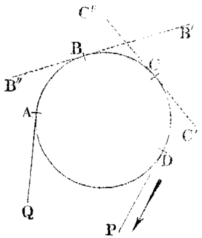


einfach proportional ist zu der Anzahl der Bogenelemente, weil die Spannung eines jeden folgenden Bogens grösser ist, als die des vorangehenden.

Um das Gesetz zu finden, nach welchem die Spannung in den verschiedenen Theilen des die Welle umspannenden Seiles zunimmt, denken wir uns, dass die Last Q in Fig. 283 doppelt so gross würde, als sie anfangs war; wenn man dann die Kraft P ebenfalls doppelt so gross nimmt, so wird sie immer noch wie vordem der Last Q und der sämmtlichen Reibung das Gleichgewicht halten. Denn da die Kräfte Q und P das Doppelte geworden sind, so sind auch die aus ihnen hervorgehenden Normalpressungen des Seiles gegen die Welle in den Punkten B, C, D auf das Doppelte gestiegen, und daher sind auch die Reibungen, welche dem Drucke stets proportional sind, doppelt so gross geworden, als sie anfangs waren. War also anfänglich P im Gleichgewichte mit Q und mit der Seilreibung, so muss auch das Doppelte, Dreifache, Vierfache von P mit dem Doppelten, Dreifachen, Vierfachen von Q und den dadurch erzeugten Seilreibungen im Gleichgewichte stehen, da alle dabei ins Spiel kommenden Grössen gleich vielmal vergrössert worden sind.

Es folgt hieraus schon, dass sich die Kraft P direct mit der Last Q ändert. Es sei nun AD, Fig. 284, der von dem Seile umspannte Bogen der Welle, welchen wir der grösseren Einfachheit wegen in drei gleiche Theile AB, BC, CD theilen wollen. Das Seilstück AB verhält sich dann genau ebenso, als wenn es bei A beginne sich aufzuwickeln und bei B sich wieder in der tangentialen Richtung BB' abwickele, vorausgesetzt, dass die Last Q unverändert bleibe und bei B' eine Zugkraft angebracht werde gleich der Spannung, die in B herrscht. Ebenso ist das Verhalten des Seilstücks BC genau dasselbe, als wenn es in B beginne sich aufzurollen und bei C sich wieder in der Richtung CC' abwickele, wenn nur in B'' und C' Zugkräfte angebracht sind, die den in den Punkten B und C herrschenden Spannungen gleich kommen. Endlich können wir das Seilstück CD ansehen, als gehöre es zu einem Seile $C''CDP$, welches sich bei C auf-, und bei D wieder in

Fig. 284.



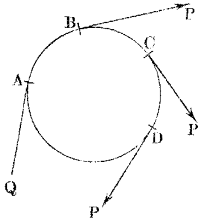
der Richtung DP abwickelt, wenn an dessem Ende C'' eine Kraft gleich der Spannung in C, und an dem anderen Ende eine Kraft P gleich der Spannung in D angebracht ist.

Nehmen wir nun, der leichteren Uebersicht wegen, an, dass die Reibung, welche sich bei der Bewegung zwischen dem Seilstück AB und dem entsprechenden Wellenbogen entwickelt gerade ebenso gross sei, als die Last Q, so wird die in B' anzubringende Zugkraft, um der Last Q und der Reibung Q das Gleichgewicht halten zu können, gleich $2\ Q$, also das Doppelte dieses Widerstandes sein müssen; dieses ist daher auch die im Punkte B herrschende Spannung des Seiles. Die in B'' an dem Seile $B''BCC'$ anzubringende Zugkraft ist also $2\ Q$. Nun befindet sich aber der Bogen BC in Bezug auf die in B'' und C' anzubringenden Kräfte genau unter denselben Verhältnissen, als der Bogen AB in Bezug auf die Kräfte in Q und in B'; die Kraft in B' war das Doppelte der Last Q, daher muss auch für das Gleichgewicht die Kraft in C' das Doppelte von der Kraft in B'' sein. Letztere Kraft in B'' war aber schon $2\ Q$, die Kraft in C', oder, was dasselbe ist, die Spannung in C ist daher $2 \times 2\ Q = 4\ Q$. Ebenso verhält es sich mit dem Seilbogen CD; die am Ende des Seiles anzubringende Kraft P muss für den Gleichgewichtszustand das Doppelte der Kraft in C'' sein. In C'' ist aber die Kraft gleich der Spannung in C, also gleich $4\ Q$; daher muss die am Ende des Seiles anzubringende Zugkraft P auch $2 \times 4\ Q = 8\ Q$ sein. Wir sehen hieraus unzweideutig, wenn wir auf dem die Welle berührenden Theile des Seiles verschiedene Punkte B, C, D so annehmen, dass ihre Entfernungen BA, CA, DA von dem Anfangspunkte A in arithmetischer Progression (z. B. wie die Zahlen 1, 2, 3) wachsen, dass die in diesen Punkten herrschenden Spannungen in geometrischer Progression zunehmen. Wäre z. B. die Spannung im Punkte B nicht das Doppelte, sondern das $1\frac{1}{2}$fache der Last Q, so würde die Spannung in dem zweimal so weit entfernten Punkte C das $(1\frac{1}{2}) \cdot (1\frac{1}{2})$ fache, d. h. das $2\frac{1}{4}$fache der Last Q sein; in dem Endpunkt D des dreimal so langen Bogens AD wäre die Spannung das $(1\frac{1}{2}) \cdot (1\frac{1}{2}) \cdot (1\frac{1}{2}) = 3\frac{3}{8}$fache der Last Q, und eine ebenso grosse Kraft P wäre erforderlich, um der Last Q am Ende des Seiles und der Seilreibung das Gleichgewicht zu halten.

Das vorstehende Resultat kann man auch so ausdrücken: Wenn ein Seil, an dessen einem Ende die Last Q wirkt, nach und nach immer grössere Bogen einer Welle umspannt, deren

Längen wie die Glieder einer arithmetischen Progression wachsen, so muss die Kraft P, welche dem gesammten Widerstande das Gleichgewicht halten soll, nacheinander Werthe haben, welche die Glieder einer geometrischen Reihe bilden. Wenn z. B. in Fig. 285 das Seil $QABP$ bloss auf dem Bogen AB der Welle gleitet, und die Kraft P 3mal so gross sein muss als die Last Q, um diese und die Seilreibung auf dem Bogen AB zu überwinden, so muss die Kraft P, wenn das Seil über dem doppelten Bogen AC gleiten soll, bei derselben Last schon 3×3 oder 9mal so gross sein, als die Last; bespannt das Seil einen 3mal so grossen Bogen AD, so muss die Kraft P schon $3 \times 3 \times 3$ oder 27mal so gross sein, als die Last Q, um diese und die Seilreibung zu überwinden u. s. w.

Fig. 285.



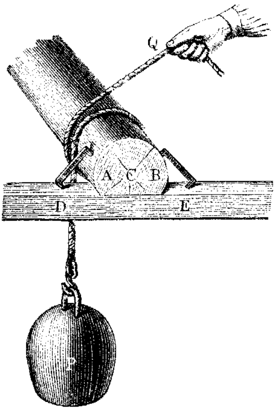
Eine tiefer eingehende Untersuchung zeigt, dass die Seilreibung unabhängig ist von dem Halbmesser der umschlungenen Welle; die Grösse Q des an dem einen Seilende anzuwendenden Zuges, um damit einen an dem anderen Ende wirkenden Zug P im Gleichgewicht zu halten, hängt, wie bereits oben gezeigt wurde, von der Grösse des letzteren Zuges selbst, von dem Reibungscoefficienten der Materialien und von der Länge des vom Seile umschlungenen Bogens ab. Nimmt man den Coefficienten für Seile auf Holz im Mittel zu 0,4, so ist

bei $\frac{1}{4}$ Umschlingung $Q = 0{,}53\ P$,
" $\frac{1}{2}$ " $Q = 0{,}28\ P$,
" 1 " $Q = 0{,}081\ P$,
" 2 " $Q = 0{,}0066\ P$,
" 3 " $Q = 0{,}00054\ P$,
" 4 " $Q = 0{,}000044\ P$.

Anwendungen der Seilreibung. In vielen Fällen macht 170
man von der Seilreibung die vortheilhafte Anwendung, um einer Bewegung, welche man vermindern oder ganz aufheben will, kräftig entgegenzuwirken. Das Herablassen von schweren Lasten geschicht häufig in der Weise, dass man die Last P, Fig. 286 (a. f. S.), an einem Seile befestigt, dieses ein oder mehre Mal um einen festliegenden Cylinder windet und an dem

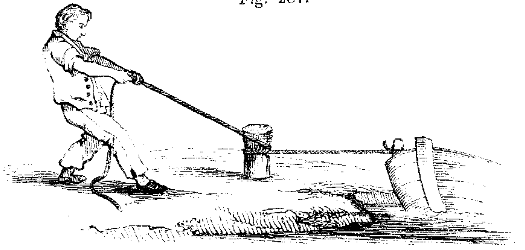
anderen freien Ende eine Zugkraft Q ausübt. Es bedarf, nach dem vorigen Paragraphen, nur einer geringen Zugkraft Q, um unter Mitwirkung der Seilreibung am Umfange der festen Welle ACB einer grossen Last das Gleichgewicht zu halten. Ist z. B. die herabzulassende Last $P = 1200$ Pfund, so ist, wenn das Seil nur einmal um die Welle geschlungen ist, mit der Hand nur eine Zugkraft von $0,081 \times 1200 = 97,2$ Pfund auszuüben, um die Last im Gleichgewicht zu halten; bei zweimaliger Umschlingung reicht hierzu schon eine Zugkraft von $0,0066 \times 1200 = 7,92$ oder nahe 8 Pfund aus.

Fig. 286.



Um ein Schiff in seiner Bewegung anzuhalten, schlingt man, wie Fig. 287 zeigt, ein an demselben befestigtes Seil einige Mal um einen am Ufer eingeschlagenen Pflock und zieht an dem freien Seilende. Ein mässiger Zug genügt, um der Zugkraft des Schiffes, welches,

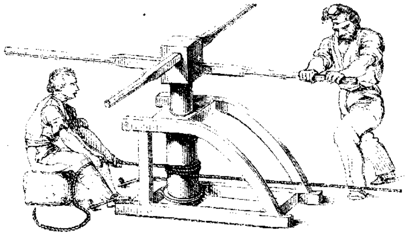
Fig. 287.



um sich bewegen zu können, noch die bedeutende Reibung des Seiles überwinden muss, das Gleichgewicht zu halten.

Bei der Beschreibung der Erdwinde, Fig. 288 (S. 110), haben wir bereits hervorgehoben, dass man das Seil, mit welchem die Last aufgewunden werden soll, nicht auf dem Um-

Fig. 288.



fange der Welle befestigt, sondern einige Mal um dieselbe schlingt und dann an dem freien Ende einen Arbeiter daran ziehen lässt. Auch hier ist nur eine geringe Zugkraft erforderlich, um das Gleiten des Seiles auf der Welle der Winde zu verhindern, selbst wenn der zu überwindende Widerstand der Last sehr gross ist.

Arbeitsverlust in Folge von Stössen. Durch den Stoss 171
unelastischer Massen tritt ein Verlust an Arbeit ein, weil damit eine Zusammenpressung und Formveränderung verbunden ist und hierzu eine gewisse Arbeitsgrösse verbraucht wird. Nehmen wir an, dass eine Bleikugel A mit einer gewissen Geschwindigkeit gegen eine andere ruhende Bleikugel B von derselben Masse anstösst; wir haben bereits in §. 145 gesehen, dass sich diese beiden Kugeln nach dem Stosse mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit fortbewegen, welche halb so gross ist, als die Geschwindigkeit der Kugel A vor dem Stosse war. Um nun die Arbeitsfähigkeit der in Bewegung befindlichen Kugel A vor dem Stosse und die Arbeit der beiden Kugeln A und B nach dem Stosse zu vergleichen, nennen wir die Masse jeder derselben m, die Geschwindigkeit der Kugel A in dem Augenblicke des Stosses v, so ist die Wirkungsfähigkeit der Kugel A vor dem Stosse nach §. 118, $\frac{m \cdot v^2}{2}$. Nach dem Stosse bewegen sich beide Kugeln mit der Masse $2m$ und einer Geschwindigkeit $\frac{v}{2}$; die Wirkungsfähigkeit derselben ist daher

nach demselben Gesetze: $\frac{2m \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{4}$, also nur die Hälfte der früheren, welche vor dem Stosse vorhanden war. Die plötzliche Formveränderung der beiden Kugeln in Folge des Stosses ist daher mit einem Verlust von der Hälfte derjenigen Arbeit verbunden, welche die Bewegung der Kugel A hätte hervorbringen können, wenn sie nicht auf die Kugel B gestossen wäre.

Ganz anders verhält sich die Sache, wenn wir statt der ganz unelastischen Bleikugeln zwei vollkommen elastische Elfenbeinkugeln nehmen. Wir haben bereits in §. 146 gefunden, dass, wenn die Kugel A mit einer gewissen Geschwindigkeit auf die ruhende Kugel B von derselben Masse stösst, erstere sofort in Ruhe kommt, und die ganze Geschwindigkeit derselben auf die zweite Kugel B übergeht. Die Bewegung der Kugel B nach dem Stosse kann daher genau dieselbe Arbeit leisten, welche die Kugel A vor dem Stosse hätte liefern können, so dass der Stoss vollkommen elastischer Kugeln nicht mit einem Arbeitsverluste verbunden ist.

Es ist nicht schwer, diese Verschiedenheit in dem Stosse unelastischer und elastischer Körper zu erklären. Bei dem Stosse der Bleikugeln entsteht eine Formveränderung, welche nach dem Stosse nicht verschwindet. In dem Augenblicke, wo dieselben zusammentreffen, beginnt die Wirkung der Molekularkräfte, welche sich dem Streben nach einer Veränderung der Form widersetzen; aus dieser Wirkung entsteht eine gewisse Widerstandsarbeit, zu deren Ueberwindung eine gleiche Arbeit der bewegenden Kraft erforderlich ist; gerade dieser Antheil der Bewegungsarbeit ist es, welcher durch den Stoss verloren geht. Bei dem Stosse der Elfenbeinkugeln dagegen entsteht anfangs zwar auch eine Veränderung der Form, aber in Folge der Elasticität nehmen die Kugeln gleich darauf ihre ursprüngliche Form wieder an. Die Entfernung der Moleküle aus ihren primitiven Lagen verbraucht zwar ebenfalls eine gewisse Bewegungsarbeit, aber wenn dieselben gleich darauf in ihre alte Lage zurückspringen, entwickeln sie wieder ebenso viel Arbeit, als sie vorhin zu der entgegengesetzten Bewegung verbraucht haben. Die erste Hälfte des Stosses, während welcher die Formveränderung entsteht, ist daher, wie bei den unelastischen Körpern, mit einem Verlust an Arbeit verbunden; aber die zweite Hälfte, während welcher die Formveränderung wieder verschwindet, giebt einen ebenso grossen Gewinn an Arbeit; bei dem Stosse vollkommen elastischer Körper tritt daher überhaupt eine Aenderung in der Arbeitsfähigkeit derselben nicht ein.

Was wir in diesen beiden einfachen Beispielen erörtert haben, tritt auch in allen übrigen Fällen des Zusammenstosses zweier Körper ein. Sind dieselben unelastisch, so entsteht allemal ein Verlust an Arbeit, welche Gestalt und Masse auch die Körper haben und unter welchen Bedingungen sie auch zusammenstossen mögen; der Stoss vollkommen elastischer Körper ist dagegen niemals von einem Verlust an Arbeit begleitet.

Die Theile einer Maschine sind weder ganz unelastisch, noch vollkommen elastisch, sie gehören also, streng genommen, nicht zu denjenigen Körpern, auf welche das vorhin Gesagte anwendbar ist. Aber wenn sich diese Theile stossen, so treten doch bezüglich des Verlustes an Arbeitsfähigkeit fast ganz dieselben Erscheinungen ein, als wenn sie ganz unelastisch wären. Wenn sich nämlich zwei Maschinentheile stossen und, wie es meist zu geschehen pflegt, sich wieder von einander trennen, bevor die durch den Stoss bewirkte Formveränderung verschwunden ist, so ist es rücksichtlich des Arbeitsverlustes gleichgültig, ob dieselbe nachher wirklich wieder verschwindet oder nicht. In diesem Falle erzeugt die aus der Rückkehr der Moleküle in ihre ursprünglichen Gleichgewichtslagen entstehende Bewegungsarbeit in den Maschinentheilen nur Erschütterungen oder Vibrationen, welche sich schrittweise durch die ganze Maschine verbreiten und endlich ganz verschwinden. Die hierdurch erzeugte Arbeit kann in keiner Weise den Verlust an Arbeit ersetzen, welcher während der ersten Hälfte des Stosses durch die Formveränderung herbeigeführt worden ist. Hieraus folgt also, dass alle Stösse in den Maschinen von Arbeitsverlust begleitet sind, und es ist daher dringend geboten, die Anordnungen derselben so zu treffen, dass darin keine Stösse vorkommen, oder doch, wenn dieses nicht zu erreichen ist, dafür zu sorgen, dass die sich stossenden Theile einen möglichst hohen Grad von Elasticität besitzen. Es muss um so mehr hierauf Rücksicht genommen werden, als im entgegengesetzten Falle nicht bloss Effectverluste, sondern auch Erschütterungen entstehen, welche den Zusammenhang der Maschinentheile auflockern, dadurch zu Reparaturen vielfach Veranlassung geben und die Maschinen in kurzer Zeit verderben.

172 **Schlussfolgerungen.** Werfen wir nochmals einen Blick auf dasjenige, was wir über die Maschinen in dem Zustande einer ungleichförmigen Bewegung gesagt haben, so können wir die Resultate dieser Untersuchung kurz so zusammenfassen:

1. Die bewegende Kraft braucht nicht immer den Widerständen das Gleichgewicht zu halten; wenn zu einer gewissen Zeit ein Ueberschuss an bewegender Kraft vorhanden ist, so entsteht eine Beschleunigung der Bewegung, welche später dieselbe Arbeit wieder erzeugen kann, wie sie früher von dem Ueberschusse der Kraft geleistet worden ist.

2. Wenn sich die bewegende Kraft und die Widerstände nicht immer das Gleichgewicht halten und daher die Maschine zu gewissen Zeiten den Ueberschuss an Bewegungsarbeit in der Form von Bewegung ansammelt, so fügt man ein Schwungrad hinzu, damit die aus dem Ueberschusse der Bewegungsarbeit entstehende Zunahme der Bewegungsgrösse eine möglichst kleine Aenderung in der Geschwindigkeit der Bewegung zur Folge habe.

3. Wenn der Ueberschuss an Bewegungsarbeit länger andauert und dadurch zu befürchten ist, dass die Zunahme an Bewegung und die Geschwindigkeit der Maschine doch zu gross werde, so wirkt man, um die Intensität der bewegenden Kraft direct zu reguliren, durch einen Centrifugal-Regulator derart auf dieselbe ein, dass die Geschwindigkeit der Maschine nur in engen Gränzen sich verändern kann.

4. Da die passiven Widerstände einen Theil der bewegenden Kraft unnütz verbrauchen, so muss man stets darauf achten, ihren Einfluss so gering als möglich zu machen.

5. Ebenso muss man überall dahin wirken, dass die Stösse der Maschinentheile vermieden werden, weil sie ebenfalls Arbeit verbrauchen und noch dazu die Maschinen sehr bald verderben. Lassen sich die Stösse nicht vermeiden, so müssen die betreffenden Theile so elastisch als möglich gemacht werden.

Nachdem wir in dem Vorstehenden die wichtigsten Grundsätze, nach denen die Maschinen und ihre Wirkungen beurtheilt werden müssen, kennen gelernt haben, wollen wir dieselben auf einige der interessantesten Maschinen näher anwenden.

10. Anwendung der bisherigen Untersuchungen auf einige besondere Maschinen.

Niederlegung, Transport und Aufrichtung des Obelisken von Luxor. Der Obelisk, der gegenwärtig in der Mitte des Eintrachtsplatzes (*place de la Concorde*) zu Paris steht, ist vor mehreren Jahren aus Oberägypten, wo er der Schmuck des Haupteinganges des Palastes von Luxor war, nach Europa gebracht worden. Die Art und Weise, wie man diesen colossalen Stein niedergelegt, in das Schiff gebracht und an seiner jetzigen Stelle wieder aufgerichtet hat, bietet uns ein vortreffliches Beispiel, wie man vermittelst der Maschinen sehr grosse Widerstände durch verhältnissmässig kleine Menschenkräfte überwinden kann.

Der Obelisk ist ein einziges Stück Granit und hat die Form einer sehr gestreckten, abgekürzten vierseitigen Pyramide, welche an ihrem oberen Ende durch einen pyramidalen Körper bekrönt ist. Die Seite der unteren quadratischen Grundfläche ist gleich 7 Fuss $8^1/_2$ Zoll, die der oberen Grundfläche gleich 4 Fuss $10^3/_4$ Zoll. der Abstand dieser beiden Grundflächen auf der Achse der Pyramide gemessen oder die Höhe derselben ist 68 Fuss 10 Zoll; endlich beträgt die Höhe der Schlusspyramide 3 Fuss 10 Zoll. Hiernach ergiebt sich der Inhalt des Obelisken zu 2720 Kubikfuss, und da ein Kubikfuss Granit $181^1/_2$ Pfund wiegt, so beträgt das Gewicht des ganzen Obelisken 493680 Pfund oder nahe 4937 Centner. Hätte der Obelisk überall gleichen Querschnitt, so läge sein Schwerpunkt in der Mitte seiner Achse; da jedoch die obere Grundfläche kleiner ist als die untere, so liegt der Schwerpunkt tiefer, und zwar ergiebt die Rechnung, dass er auf der Achse in einer Entfernung von $28^2/_3$ Fuss von der unteren Grundfläche liegt. Wir wissen bereits, dass die Kenntniss der Lage des Schwerpunktes überall da, wo es sich um die Bewegung grosser Lasten handelt, von grosser Wichtigkeit ist.

Um den Obelisken von Oberägypten nach Paris zu schaffen, hatte man ein besonderes Schiff gebaut, welches ihn von einem dem Palaste zu Luxor zunächst gelegenen Punkte des Nils direct bis in das Innere von Paris bringen konnte. Dieses Schiff, der Luxor genannt, musste daher den Nil in einer Länge von 100 deutschen Meilen hinunterfahren, dann bei der Rückfahrt durch das Mittelmeer und den Atlantischen Ocean bis nach

Havre steuern und endlich noch 50 Meilen weit die Seine hinauf von Havre bis Paris fahren. Wegen der besonderen Form, die man dem Schiffe geben musste, um unter so verschiedenen Umständen mit einer so bedeutenden Ladung fahren zu können, verursachte dieser Transport sowohl auf dem Meere als auf den beiden genannten Flüssen sehr grosse Schwierigkeiten. Wir werden uns jedoch hiermit nicht weiter beschäftigen und in dem Folgenden nur die Mittel näher besprechen, welche man angewandt hat, um den Obelisken in Aegypten niederzulegen und in das Schiff zu laden, und deren man sich in Paris bedient hat, um denselben aus dem Schiffe auf den Eintrachtsplatz zu schaffen und dort auf den für ihn bestimmten Sockel aufzurichten.

174 Zunächst benutzte man das Wachsen des Nils dazu, um das Schiff an einen Ort zu bringen, den man für das Einladen geeignet hielt und wo es beim Fallen des Wassers trocken zu liegen kam; von hier aus legte man bis zum Obelisken einen ansteigenden Weg an. Um demselben eine grössere Neigung zu geben und dadurch den Transport des Obelisken zu dem Schiffe zu erleichtern, liess man den Weg nicht an der Basis des Obelisken endigen, sondern in einer Höhe von 16 Fuss über demselben. Zunächst musste nun der Obelisk umgelegt und auf dem oberen Theile des eine schiefe Ebene bildenden Weges niedergelassen werden; dann blieb noch übrig, denselben auf diesem Wege in das Schiff zu bringen, zu welchem Zwecke man das Vordertheil des Schiffes weggenommen und den übrigen Theil in die Verlängerung des geneigten Weges gebracht hatte.

Die ersten Arbeiten waren die schwierigsten; man musste den aus einem Stück bestehenden Obelisken beim Umlegen so halten, dass er ganz langsam und ohne Stösse in eine fast horizontale Lage gebracht werden konnte. Hätten die hierzu angewandten Maschinen nicht die erforderliche Festigkeit gehabt, so würden sie dem bedeutenden Gewichte des Obelisken nachgegeben haben; derselbe würde dann unfehlbar niedergestürzt und zerbrochen sein.

Nachdem man seine vier Seitenflächen mit Brettern bekleidet hatte, um die darauf befindlichen Inschriften zu schützen, wurde die der schiefen Ebene zugekehrte Kante der unteren Grundfläche ganz frei gelegt und mit einem nach ihr ausgeschnittenen starken Stücke Holz umgeben. Dieses Holzstück A, Fig. 289, war nach Aussen abgerundet und passte in eine Art

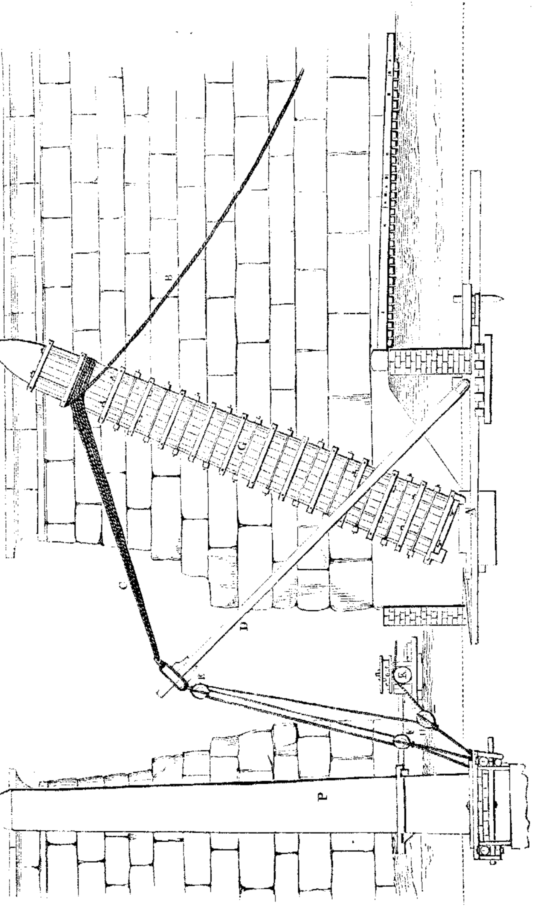
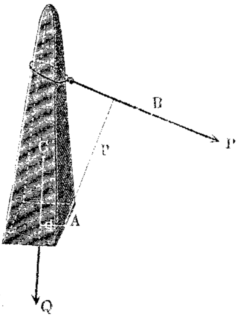


Fig. 289.

Rinne, die in einem anderen grösseren und sehr starken Holzstück angebracht war. Letzteres war auf dem Boden wohl befestigt, das Holzstück A aber nahm an der Bewegung des Obelisken Theil, so dass durch diese beiden Hölzer eine Art Charnier entstand, um welches sich der Obelisk drehen musste, um auf die schiefe Ebene zu gelangen.

Um diese Drehung zu bewirken, befestigte man starke Seile B am oberen Theile des Obelisken; indem man durch Winden auf diese Seile einen hinlänglich starken Zug ausübte, wurde derselbe um das Gelenk A gedreht und mit seinem oberen Ende der schiefen Ebene genähert. Es ist leicht einzusehen, dass die zu dieser ersten Bewegung des Obelisken erforderliche Zugkraft oder die Spannung des Seiles B nur ein kleiner Bruchtheil seines Gewichtes zu sein brauchte. Denn wenn in Fig. 290 A die Kante der unteren Basis ist, um welche der Obelisk gedreht werden soll, G der Schwerpunkt und B das Zugseil ist, so stellt die Verticale $G\,Q$ die Richtung des Gewichtes Q des Obelisken, die von der Kante A auf $G\,Q$ gefällte Senkrechte q aber den Hebelarm dieser Kraft dar. Der Hebelarm der am Seile B wirkenden Zugkraft P ist die auf die Richtung des Seiles B gefällte Senkrechte p; es ist daher zwischen P und Q Gleichgewicht vorhanden, wenn mit Bezug auf die Umdrehungsachse A die statischen Momente beider Kräfte gleich sind, oder wenn

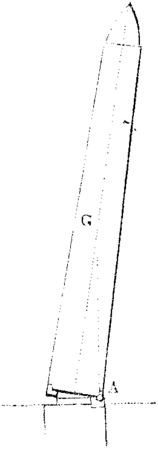
Fig. 290.



$$P \,.\, p = Q \,.\, q, \text{ oder wenn } P : Q = q : p \text{ ist.}$$

Im Anfange der Drehung war $q : p = 1 : 15$, so dass also die Zugkraft P auch nur $^1/_{15}$ des Gewichtes 493680 Pfund oder ungefähr 33000 Pfund zu sein brauchte, zu deren Ausübung, wie bereits gesagt, Erdwinden verwandt wurden. Je weiter die Drehung des Obelisken um die Achse A fortschritt, um so kleiner wurde der Hebelarm q der Last Q und desto kleiner konnte auch die Zugkraft P sein, um eine weitere Drehung zu bewirken. War endlich der Obelisk so weit herübergelegt, dass sein Schwerpunkt G, wie in Fig. 291, vertical über die Drehungskante A fiel, so war der Hebelarm q des Gewichtes Q und daher auch das statische Moment dieses Gewichtes gleich Null; in diesem Augenblicke wirkte dem Bestreben der Kraft P, den Obelisken zu drehen, ausser der Reibung bei A, keine Kraft mehr entgegen und eine ganz geringe Zugkraft am Seile B war ausreichend, eine fernere Drehung hervorzurufen. Von nun an, wo die verticale Schwerlinie jenseits der Drehungskante lag, suchte das Gewicht des Obelisken denselben umzustürzen, so dass man im Gegentheil Kräfte anwenden musste, um das rasche Umstürzen zu verhindern und das Sinken ganz langsam und regelmässig zu machen.

Fig. 291.



Es würde äusserst schwierig gewesen sein, den Obelisken mit Seilen C (Fig. 289), die in ähnlicher Weise wie die Seile B, aber auf der entgegengesetzten Seite angebracht worden wären, am Umfallen zu verhindern, da dieselben gegen das Ende der Operation eine gar zu grosse Spannung auszuhalten gehabt haben würden. In dem Maasse nämlich, wie die Drehung des Obelisken von der labilen Gleichgewichtslage der Fig. 291 an gerechnet, weiter fortschreitet, entfernt sich die durch den Schwerpunkt G gehende Verticale immer weiter von der Drehungsachse A, wogegen sich die Richtung der Seile C immer mehr der Horizontalen und damit auch der Achse A nähert; der Hebelarm q, an welchem das Gewicht des Obelisken wirkt, wird also immer grösser, dagegen der Hebelarm der an den Seilen C wirkenden Kraft, welche dem Gewichte und der sinkenden Bewegung des Obelisken entgegen zu wirken hat, immer kleiner. Hätte man also die zum Zurückhalten des Obelisken angebrachten Seile C, wie früher die Seile B, vermittelst fester Leitrollen horizontal gemacht und dann ohne Weiteres auf die Wellen der Erdwinden gebracht, so hätte gegen das Ende der Operation die Gegenkraft an den Seilen C viel grösser werden müssen, als das Gewicht des Obelisken, weil ihr Hebelarm dann viel kleiner gewesen wäre, als der des Gewichtes. Einen so bedeutenden Zug hätte man aber mit Seilen gar nicht ausüben können.

Man musste daher zu anderen Mitteln übergehen, um die Niederlegung des Steinkolosses ohne Anwendung von so bedeutenden Gegenkräften zu bewirken, und erreichte dieses auf folgende Weise.

Acht Balken D, Fig. 292, von denen sich je vier auf bei-

Fig. 292.

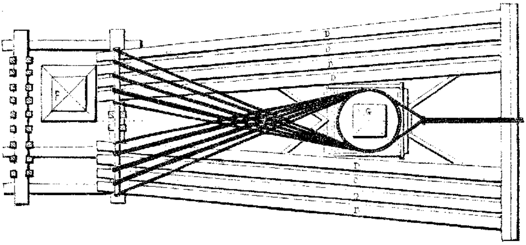
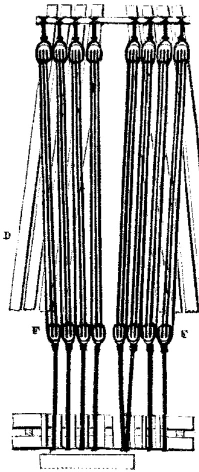


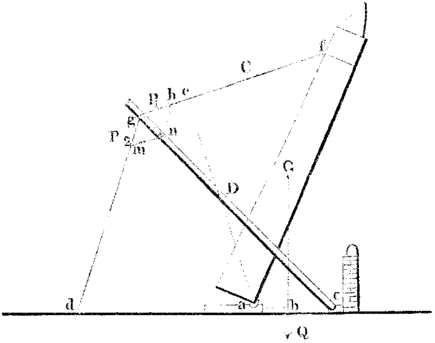
Fig. 293



den Seiten des Obelisken befanden, waren an ihren Enden durch starke Querhölzer zu einem einzigen festen Rahmen verbunden, der sich mit dem unteren und breiteren Ende gegen die durch die Endmauer der schiefen Ebene gebildete Ecke anlehnte und um diese Stützlinie sich drehen konnte. Die Seile C, welche das obere Ende des Obelisken umfassten, waren an dem oberen Ende der Balken D befestigt. An demselben Ende eines jeden Balkens D war die lose Flasche E eines Flaschenzuges aufgehängt (Fig. 289 und 293), während die andere feste Flasche F nebst einer Leitrolle H durch starke Seile an dem Fusse eines zweiten, auf der anderen Seite des Palasteinganges stehenden Obelisken befestigt waren. Wenn man die verschiedenen Lagen des Obelisken bei seinem Niederlegen und die gleichzeitigen Stellungen des Rahmens *D* genauer untersucht, so findet man, dass die Seile *C* stets eine grosse Entfernung von der Umdrehungskante *A*, und gleicherweise die Seile der Flaschen *E*, *F* eine angemessene Entfernung von der Umdrehungslinie des Rahmens *D* behielten. Die Hebelarme, an welchen die Spannungen dieser Seile wirken mussten, konnten daher nicht unter eine gewisse Grösse herabsinken und behielten vielmehr in allen Lagen des Obelisken eine angemessene Grösse, sie brauchten daher auch, um dem Gewichte des sinkenden Obelisken entgegenzuwirken, nicht so übermässig gross zu sein, als es der Fall hätte sein müssen, wenn die Flaschenzüge unmittelbar an der Spitze des Obelisken angebracht worden wären.

Aus der Fig. 294 ist diese Wirkungsweise des Rahmens *D* mit seinen Flaschenzügen leicht zu erkennen. Die Drehungs-

Fig. 294.



kante des Obelisken ist mit *a*, die des Rahmens *D* mit *c* bezeichnet; *C* ist eines der acht bei *g* an dem oberen Ende der Balken *D* befestigten Seile, welche den Obelisken am Fallen zu hindern haben; bei *g* ist ferner die eine lose Flasche *E*, bei *d* die andere zugehörige feste Flasche *F* befestigt. Das Gewicht *Q* des Obelisken wirkt in der Richtung *GQ* der durch den Schwerpunkt *G* gehenden Verticalen, die Senkrechte *ab*, die von der Drehungskante *a* auf die Richtung dieser Kraft gezogen wird, ist der Hebelarm dieser Kraft, mithin ist *Q*.*ab* das statische Moment des sinkenden Obelisken, dem durch die an den Seilen C anzubringende Zugkraft das Gleichgewicht gehalten werden muss.

Da beim Niederlassen des Obelisken die gegenseitige Lage der Punkte a, e, d und folglich auch die Länge der Linien af, eg, gf unverändert bleibt, so kann man für jede Lage des Obelisken durch Zeichnung die Richtung der Seile C und gd leicht bestimmen. Bezeichnet man nun mit P_1 die in der Richtung der Seile C wirkende Kraft, welche erforderlich ist, um dem Drehungsbestreben $Q \,.\, ab$ des Obelisken das Gleichgewicht zu halten, so ist, wenn ac senkrecht zu fg gezogen wird, für den Gleichgewichtszustand

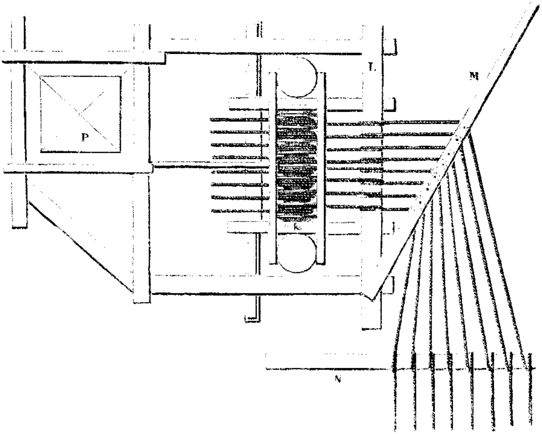
$$P_1 \,.\, ac = Q \,.\, ab.$$

Um nun die Kraft P_2 zu finden, welche in der Richtung der Seile gf wirken muss, damit in der Richtung gf der Zug P_1 entstehe, beachte man, dass diese Kraft P_2 im Stande ist, einer in der Richtung von g nach f wirkenden Kraft P_1 das Gleichgewicht zu halten, und daher aus der Zusammensetzung beider Kräfte sich eine Mittelkraft ergeben muss, welche unwirksam ist. Die Richtung dieser letzteren Kraft wird also ge sein, weil jede in dieser Richtung thätige Kraft durch den Widerstand des festen Punktes e aufgehoben wird. Man trage daher von g aus auf gf eine Linie gh ab, welche die nach dem Obigen bereits gefundene Kraft $P_1 = Q \,.\, \frac{ab}{ac}$ darstellt; ziehe durch h zu gd die Parallele hn und durch n zu gf die Parallele nm, so stellt die Linie gm die Kraft P_2 dar, welche in der Richtung der Flaschenzugsseile gd ausgeübt werden muss, um auf die Seile C den Zug P_1 hervorzubringen.

Eine genauere Untersuchung dieser Kräfte für die verschiedenen Lagen des Obelisken ergiebt, dass diese Kraft P_2 oder die gesammte Spannung in allen Flaschenzugsseilen den Werth von 208000 Pfund nicht übersteigen konnte, und da acht Flaschenzüge vorhanden waren, so konnte bei gleicher Anspannung aller Seile die Gesammtspannung der Seile eines einzigen Flaschenzuges nicht grösser werden, als $^1/_8 \,.\, 208000$ d. h. 26000 Pfund. Jeder Flaschenzug bestand aus drei festen und drei losen Rollen; es war daher nach §. 59 die höchste Spannung eines einzigen Seiles in jedem Flaschenzuge etwa $^1/_6 \,.\, 26000 = 4330$ Pfund. Diese Spannung brachte man auf folgende Weise zu Stande.

Ein jedes von der losen Flasche F (Fig. 289 und Fig. 293) kommende Seil erhielt zuerst durch eine Leitrolle H die horizontale Richtung, Fig. 295, wurde dann zweimal um eine

Fig. 295.

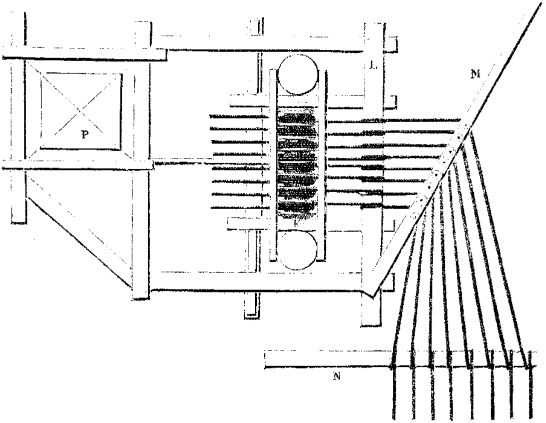


frei drehbare Walze K geschlungen, lief darauf mit einer Umschlingung über die feste Walze L, änderte nochmals durch Leitrollen M seine Richtung, ging dann abermals mit einer Umschlingung über die feste Walze N, und wurde schliesslich an seinem freien von der letzten Walze kommenden Ende von der Hand eines Matrosen erfasst und angezogen. Damit der Obelisk niedergelassen werden konnte, mussten sich die oberen festen Flaschen E von den unteren losen immer weiter entfernen; es musste sich daher eine immer grösser werdende Seilstrecke zwischen den beiden Flaschen ausspannen. Diese Seilstrecken, welche durch die Hand der acht Matrosen hindurchgingen, mussten unter starker Reibung die beiden festen Walzen N und M passiren, bevor sie zu der drehbaren Welle K kamen, von welcher sie dann ohne weitere Reibung einfach abgewickelt wurden. Die Welle K hatte, da sie sich frei drehen konnte, auf die Spannung der Seile keinen Einfluss, wir werden ihren Zweck sogleich näher kennen lernen; aber es ist aus §. 170 leicht einzusehen, dass es nur eines schwachen Zuges von der Hand des Matrosen an dem freien von der festen Walze N kommenden Seile bedurfte, um durch die bedeutende Seilreibung an den beiden Walzen N und L die grosse Spannung von 4330 Pfund in jedem nach der losen Flasche F gehenden Seile hervorzubringen. In der That bedurfte es nur eines Zuges von ungefähr 30 Pfund höchstens, den jeder der acht Matrosen an dem freien Seilende auszuüben hatte, um den Obelisken in jeder beliebigen Lage schwebend zu halten und ihn durch allmäliges Nachlassen des Seiles langsam und sicher umzulegen.

Es ist bereits gesagt, dass die drehbare Walze K, um welche jedes Seil zweimal geschlungen war, die Spannung der Seile nicht veränderte; gleichwohl bildete sie einen der wichtigsten Theile der ganzen Vorrichtung.

Sie diente nämlich dazu, um während der ganzen Dauer der Operation die Last auf die acht Flaschenzüge gleichmässig zu vertheilen, und zu verhüten, dass in den Spannungen der Flaschenzugsseile Ungleichheiten vorkommen konnten. Wenn einer der Matrosen einen schwächeren Zug auf das in seiner Hand befindliche Seil ausübte, als die anderen, so musste dieses Seil leichter über die Reibungswalzen N und L gleiten, als die anderen, und die Spannung in den entsprechenden Flaschenzugsseilen war dann ohne Anwesenheit der Walze K ebenfalls geringer, als in den übrigen. Die Folge davon wäre eine Ueberlastung der anderen Flaschenzüge mit einer grösseren Kraft, als wofür sie berechnet waren, und die Gefahr gewesen, dass der eine oder der andere Flaschenzug zerbrechen würde und nun die übrigen vollends nicht mehr im Stande wären, die Last des Obelisken auszuhalten. Hier trat die freie drehbare Walze K, Fig. 296, als Ausgleichungsapparat ins Mittel, indem sie die aus den ungleichen Zugkräften der acht Matrosen hervorgehende Gesammtspannung der Seile gleichmässig auf die acht zu den Flaschenzügen führenden Seile vertheilte, und dadurch bewirkte, dass in den 48 einzelnen zwischen den acht Flaschenzügen hin und her laufenden Seilen unter allen Umständen eine gleiche Spannung herrschte. Da nämlich jedes der von den Flaschenzügen kommenden Seile zweimal um die Walze K geschlungen war, so konnten dieselben wegen des grossen Reibungswiderstandes auf der Walze nicht gleiten und es mussten daher die durch Drehung derselben von ihr abgewickelten Seilstücke für alle acht Seile stets eine gleiche Länge haben. Wenn also beim Beginne der Operation in diesen Seilstücken eine gleiche Spannung vorhanden war, so konnte im Laufe der Operation eine Ungleichheit der Spannungen nicht mehr eintreten und die Last blieb unter allen Umständen auf die acht Flaschenzüge gleichmässig vertheilt. Wirkte einer der Matrosen nicht so stark, als die anderen, so glitt zwar das Seil desselben bis zur Walze K leichter und mit geringerer Spannung über die Walzen N und L, als die Seile der übrigen Arbeiter; da aber jenes Seil wegen der starken Reibung nicht über die Walze K gleiten konnte, so konnte auch seine geringere Spannung sich nicht jenseits der Walze K fortpflanzen, so dass in den einzelnen Seilen zwischen dieser Walze und den festen Flaschen F der Flaschenzüge stets eine gleiche Spannung auch dann noch herrschen musste, wenn die einzelnen Arbeiter ungleiche Zugkräfte auf ihre Seile ausübten.

Fig. 296.



übten. Die Einschiebung der Vertheilungswalze K machte es möglich, die Flaschenzüge und ihre Seile von geringeren Dimensionen zu nehmen, als sie ohne Anwendung dieser Walze hätten sein müssen. Aus der Fig. 296 ersieht man übrigens, dass die Oberfläche der Walze K nicht einfach cylindrisch ist; sie enthält vielmehr acht Rinnen, von denen jede die beiden Umschlingungen eines der acht Seile aufnimmt, und sie erhält dadurch das Aussehen, als bestände sie aus acht nebeneinanderliegenden Rollen. Die Nothwendigkeit dieser Einrichtung erhellt leicht, wenn man bedenkt, dass, wenn sich ein Seil einige Mal um einen Cylinder auf- und wieder abwickelt, dasselbe die Oberfläche des Cylinders nicht immer in denselben Punkten berührt, sondern mit seinen einzelnen Windungen in der Längenrichtung des Cylinders bis an das Ende desselben fortschreitet. Hätte man daher bei der Walze K die Seile einfach um die cylinderförmige Oberfläche gelegt, so wäre dieses Fortrücken der Seilwindungen gegen das eine Ende der Walze hin ebenfalls eingetreten und dadurch die Sicherheit der Operation gefährdet worden. Deshalb versah man die Walze mit acht Rinnen und gab diesen, um die Seile noch sicherer darin zu erhalten, die Form eines abgestumpften Kegels. Bei der Drehung der Walze K wickelte sich das von der festen Reibungswalze L kommende Seil auf dem dickeren Ende der Kegelrinne auf und von dem dünneren Ende nach seinem Flaschenzuge wieder ab; die nachfolgenden Seilstücke rutschten daher stets in den tieferen Theil der Rinne ab, von wo aus sie die Walze verliessen; ein Fortschreiten des Seiles auf der Oberfläche der Walze war also hierdurch verhindert.

Das Niederlegen des Obelisken vermittelst der eben beschriebenen Vorrichtungen fand ohne Unfall am 31. October 1831 statt und erfolgte in der kurzen Zeit von 25 Minuten.

175 Wir haben bereits oben gesagt, dass die schiefe Ebene, auf welcher der Obelisk zum Schiffe gebracht werden musste, sich auf eine Höhe von 16 Fuss über die horizontale Basis erhob. Indem sich der Obelisk um das untere Holzstück A drehte, musste er sich, bevor er noch die wagerechte Lage angenommen hatte, an die Erdmauer dieser Ebene (Fig. 289) anlehnen, und da sein Schwerpunkt sich in dieser Lage vertical jenseits dieser Mauer oberhalb der schiefen Ebene befand, so musste er sich bei weiterem Niederlassen um das obere Ende dieser Mauer als Drehungsachse drehen und dabei die frühere Drehungskante A verlassen. In der Wirklichkeit trat aber etwas Anderes ein, da die genannte Erdmauer unter der ungeheuren Last des Obelisken nachgab und der Obelisk fortfuhr sich um die Kante A zu drehen. Als jedoch die Mauer der weiteren Bewegung des Obelisken einen hinreichenden Widerstand entgegensetzte, war die Verschiebung der Mauer so gross geworden, dass nun der

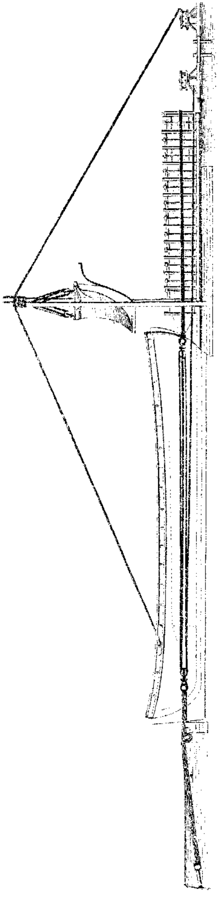


Fig. 297.

Schwerpunkt des Obelisken nicht mehr vertical über der schiefen Ebene, sondern über der neuen Stützfläche lag, folglich auch die erwartete Drehung um die obere Kante dieser Stützfläche nicht mehr durch das Gewicht des Obelisken allein bewirkt werden konnte.

Um daher den Obelisken auf das obere Ende der schiefen Ebene umzulegen, musste man ihn mit Hülfe von Flaschenzügen und Erdwinden an seiner unteren Grundfläche in die Höhe heben und ihn gleichzeitig in der Richtung seiner Länge fortziehen. Nachdem er auf die schiefe Ebene gebracht worden war, brauchte man ihn nur durch Erdwinden, die man nach und nach versetzte und tiefer aufstellte, auf der ganzen schiefen Ebene herunter zu ziehen, wobei man, um die Reibung zu vermindern, den ganzen Weg mit Balken belegte und diese ebenfalls in dem Maasse, wie der Obelisk fortrückte, hinter demselben wegnahm und vor demselben hinlegte; ausserdem wurden diese Balken fortwährend eingeschmiert.

Als der Obelisk das die Fortsetzung der schiefen Ebene bildende Schiff, dessen Vordertheil weggenommen worden war, erreicht hatte, wurden die Windevorrichtungen so aufgestellt, wie es die Figur 297 zeigt, und damit der Obelisk vollends bis in die Mitte des Schiffes gezogen. Es blieb jetzt nur noch übrig, denselben im Schiffe gehörig zu befestigen und das Vordertheil in solcher Weise mit dem übrigen Schiffskörper zu verbinden, dass während der Fahrt eine Beschädigung nicht zu befürchten war.

176 Das Schiff trat seine Rückreise nach Frankreich am 26. August 1832 an und traf zu Paris in der Nähe des Eintrachtsplatzes am 23. December 1833 ein. Die Vorrichtungen, welche man zur Ausschiffung und Aufrichtung des Obelisken anwandte waren genau dieselben, deren man sich in Aegypten zu den entgegengesetzten Arbeiten bedient hatte.

Man entfernte zunächst das Vordertheil des Schiffes, um die Oeffnung wieder herzustellen, durch welche man den Obelisken eingeladen hatte; dann zog man denselben mit Erdwinden aus dem Luxor heraus und schaffte ihn auf das Ufer. Beim Einladen in das Schiff war die Spitze des Obelisken vorausgegangen; beim Ausladen ging die Basis voran.

Vom Ufer aus zog man ihn auf einer schiefen Ebene bis zu dem obern Ende des Sockels, auf den er aufgestellt werden sollte, und zwar in einer solchen Lage, dass man ihn nur noch um seine untere Kante zu drehen brauchte, um ihm seine aufrechte Stellung auf dem Sockel zu geben. Diese Drehung wurde in derselben Weise, wie bei der Niederlegung, um ein starkes Holzstück, welches die Basis des Obelisken umfasste, vorgenommen. Es war nun zunächst erforderlich, den Obelisken mit seiner Spitze so weit empor zu heben, bis sein Schwerpunkt die durch die Drehungskante gelegte Vertical-Ebene erreichte; von da an bewirkte das Gewicht desselben die weitere Drehung, bis seine Basis mit der obern Fläche des Sockels zusammenfiel und die Stellung erreicht war, die er für immer behalten sollte.

Die Vorrichtungen, mit welchen der Obelisk während der ersten Hälfte der Operation bis zu dem Punkte gehoben wurde, wo der Schwerpunkt die höchste Stelle in dem von ihm zu beschreibenden Kreisbogen einnahm, waren ganz dieselben, welche in Aegypten für den entsprechenden Theil des Niederlegens angewandt worden waren. Die Seile, welche von den acht Flaschenzügen kamen, waren jedoch nicht um feste Walzen geschlungen und in die Hände der Arbeiter geführt, sondern um die Wellen von ebenso vielen Erdwinden gelegt, mittelst deren der erforderliche Zug hervorgebracht wurde.

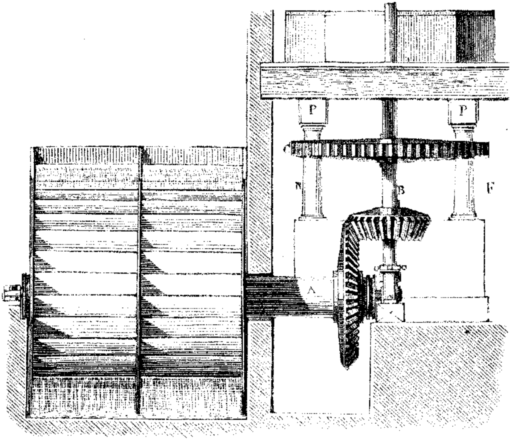
Während der zweiten Hälfte der Operation, wo der Obelisk durch sein eigenes Gewicht den Rest der Drehung bewirkte, wurde er durch Seile, die an der Spitze befestigt waren, in derselben Weise zurückgehalten, wie es in Aegypten beim Beginne der Niederlegung geschehen war.

Die Aufrichtung des Obelisken fand zu Paris am 25. October 1836 statt. Die sämmtlichen Arbeiten zum Niederlegen in Aegypten, der Transport von hier nach Frankreich und die Aufrichtung zu Paris wurden unter der Leitung des Marine-Ingenieurs Lebas ausgeführt. Die Idee zu den beim Niederlegen und Wiederaufrichten angewandten Vorrichtungen rührte von dem Marine-Ingenieur Mimerel her.

Getreide- oder Mahlmühlen. — Um das Getreide in Mehl 177
zu verwandeln, zerreibt man dasselbe zwischen Steinen; die äussere Hülle der Körner wird dadurch zerkleinert und bildet so die Kleie, welche sich dem Mehl beimengt; es bleibt dann nur übrig, das Gemenge vermittelst eines Siebes oder einer Beutelvorrichtung, welche das Mehl durchlässt, die Kleie aber zurückhält, zu trennen. Alle diese Arbeiten verrichtet die Getreidemühle, die daher aus vier wesentlichen Theilen besteht, aus dem Rumpfzeuge oder einer Vorrichtung zum Zuführen des Getreides, dem eigentlichen Mahlwerke, der Beutelvorrichtung und dem Mühlgerüste.

In der älteren Zeit wurden die Mühlsteine, welche das Getreide zu zerreiben hatten, durch Menschenhände oder durch Thiere in Bewegung gesetzt; gegenwärtig erhalten dieselben ihre Bewegung durch die Kraft des Wassers, des Dampfes oder des Windes. Die Fig. 298 und 299 (a. f. S.) zeigen die Einrichtung einer Wassermühle, in welcher ein Wasserrad durch den Fall des Wassers rundgetrieben wird. Die Welle A dieses Rades geht bis in das Innere der Mühle und treibt vermittelst zweier Winkelräder die verticale Welle B rund. Auf dieser Welle sitzt ein grosses wagerechtes Zahnrad C, welches seine Bewegung vermittelst zweier anderer kleinerer Zahnräder D, E, Fig. 299, zwei Mühlsteinen mittheilen kann. Ein jedes dieser kleinen Zahnräder lässt sich auf seiner Welle verschieben, und in der Lage, die man ihm gegeben hat, durch passend angebrachte Keile befestigen. Auf diese Weise kann man die Räder D, E nach Belieben so hoch stellen, dass sie mit dem Hauptrade C im Eingriff stehen, oder auch so niedrig, dass sie von demselben nicht berührt werden. Die Fig. 299 zeigt das Rad D mit dem Rade C im Eingriff, während das Rad E so tief gestellt ist, dass es an der Bewegung des Rades C keinen Antheil nimmt. Man kann daher nach Belieben beide Mühlsteine gleichzeitig oder nur einen derselben in Bewegung setzen, wie es gerade das Bedürfniss erfordert. Die Fig. 299 zeigt zwar die beiden Paare von Mühlsteinen, welche zu den Rädern D und E gehören, jedoch auf zweierlei Weise. Der links liegende Theil der Figur zeigt in verticalem Durchschnitt die gegenseitige Lage der

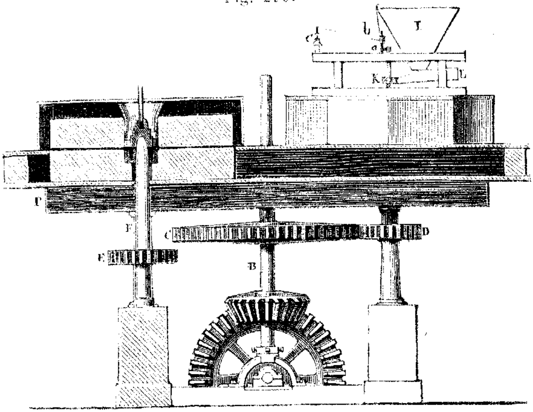
Fig. 298.



beiden Steine, zwischen denen das Getreide zerrieben wird; der Theil zur Rechten zeigt eine eben solche Vorrichtung, umgeben von einem achteckigen Kasten nebst der darüber befindlichen Vorrichtung zum Zuführen des Getreides, dem sogenannten Rumpfzeuge.

Die Welle F, auf welcher das Rad E sitzt, geht durch den ersten Mühlstein frei hindurch; auf seinem oberen Ende ist der zweite Mühlstein befestigt; während der untere Stein in dem Kasten (dem Steingeschlinge) völlig fest liegt, kann der obere in Umdrehung versetzt werden. Ersterer wird gewöhnlich Bodenstein, letzterer Läufer genannt. Da der Läufer ausschliesslich auf der Welle F ruht, so muss sein Schwerpunkt eine solche Lage haben, dass seine untere Grundfläche stets horizontal bleibt und der Zwischenraum zwischen beiden Steinen bei der Umdrehung des Läufers sich nicht ändert. Um dieses zu erreichen und dem Läufer eine gleichmässig schwebende Lage zu geben, giesst man an verschiedenen Stellen seiner oberen Fläche so lange Gyps auf, bis er nach keiner Seite mehr von der Horizontalen abweicht. Um den beiden Mühlsteinen

Fig. 299.



die richtige Entfernung von einander zu geben, hebt oder senkt man den Läufer, zu welchem Zweck sich das untere Lager der Welle *F* vermittelst einer Schraube höher und tiefer stellen lässt.

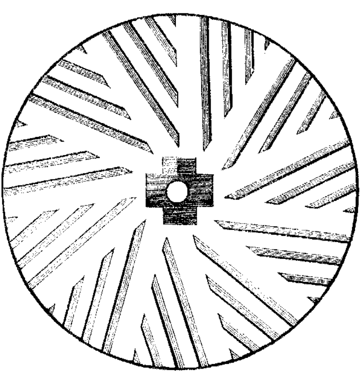
Das zu mahlende Getreide wird in einen Trichter *I*, den Mühlrumpf, geschüttet, dessen untere Oeffnung sich erweitern und verengern lässt. Unmittelbar unter dieser Oeffnung ist das Mühlgerinne *L* in einer geneigten Lage so angebracht, dass es vermittelst der Lappen *K*, die auf der verlängerten Achse des Läufers sitzen und also an der Umdrehung desselben Theil nehmen, in eine hin- und hergehende Bewegung gesetzt wird. Bei der Umdrehung des Läufers stossen diese Lappen von der Seite her gegen das Gerinne *L* und versetzen es in eine schaukelnde Bewegung, wodurch das aus dem Rumpfe *I* fallende Getreide in kleinen Quantitäten den Mühlsteinen zugeführt wird. Damit das Getreide zwischen die Steine gelangen könne, befindet sich in der Mitte des Läufers eine die Achse F desselben rings umgebende Oeffnung, durch welche es hindurchfällt und so auf die obere Fläche des festen Bodensteins gelangt. Die kreisförmige Oeffnung dieses letzten Steines, durch welche die Welle F des Läufers frei hindurchtreten muss, ist mit Leder und Wollenzeug ausgefüttert, damit das Korn nicht hindurchfalle. Der Läufer setzt die einzelnen Körner in eine rotirende Bewegung, wobei dieselben in Folge des geringen Zwischenraumes, der sich zwischen beiden Steinen befindet, auf ihrem Wege zerrieben werden. Wenn diese einzelnen Theilchen auf dem Läufer befestigt wären, so würden sie concentrische Kreise um den Mittelpunkt desselben beschreiben; da sie aber zwischen beiden Steinen lose liegen, so nehmen sie in Folge der Schwungkraft sogleich eine Bewegung an, welche sie vom Mittelpunkte der Drehung immer weiter entfernt. Das Gemenge von Mehl und Kleie gelangt auf diese Weise alsbald bis zum äussersten Rande des Bodensteines und fällt dann in einen diesen Stein rings umgebenden Zwischenraum hinab. In diesem Raume theilt es anfangs noch die Bewegung des Läufers und wird dadurch einer Seitenöffnung zugeführt; von hier aus gelangt es in die Beutelvorrichtung, welche ebenfalls wie die Reinigungsvorrichtungen durch das Wasserrad in Bewegung gesetzt wird.

Wenn der Rumpf I kein Getreide mehr enthält, wird der Müller durch das Signal einer kleinen Glocke c darauf aufmerksam gemacht. Die Glocke ist durch einen Faden an einen hölzernen Pflock b, der sich auf einer runden eisernen Stange leicht auf- und abbewegen lässt, befestigt; vermittelst eines leichten hölzernen Gegengewichtes, welches in dem Rumpfe I liegt und durch einen über eine feste Rolle gehenden Faden ebenfalls mit dem Pflocke b verbunden ist, kann letzterer in der erforderlichen Höhe gehalten werden. Das hölzerne Gegengewicht liegt im Korne versenkt und bleibt darin so lange liegen, als noch Korn genug im Rumpfe vorhanden ist; wenn aber letzteres zu Ende geht und das Gegengewicht durch den Druck des Korns nicht mehr niedergehalten wird, fällt der Pflock b herab und zieht dabei das Gegengewicht in die Höhe. In dieser tiefen Lage aber wird der Pflock b von einem auf der verlängerten Achse des Läufers sitzenden Daumen a getroffen. Da der Daumen mit dem Läufer rundläuft, so stösst er bei jeder Umdrehung gegen den Pflock b an, dreht ihn ein wenig um die Eisenstange und setzt so die Glocke in Bewegung. Hat der Müller den Rumpf mit Getreide wieder angefüllt, so steckt er das hölzerne Gegengewicht in die Tiefe des Korns, wodurch der Pflock *b* aus dem Bereiche des Daumens *a* in die Höhe gehoben und die Glocke in Ruhe gesetzt wird.

Vier Säulen *N*, die auf zwei Steinsockeln stehen, tragen zwei starke hölzerne Balken *P*, auf denen die Bodensteine ruhen; dieselben Steinsockel tragen die Lager für die unteren Wellenzapfen der Läufer.

Da die Mühlsteine, welche aus einem Stück bestehen, sel- 178
ten überall dieselbe Dichtigkeit haben und dann leicht schadhaft werden, so setzt man häufig mehrere Stücke von einerlei Structur zu einem Steine zusammen und verbindet sie durch Gyps und eiserne Reifen miteinander. Der Durchmesser der Mühlsteine betrug bei den älteren Mühlen 5 Fuss 9 Zoll bis 7 Fuss 4 Zoll, ist aber bei den neueren sogenannten englischen Mühlen nur 4 Fuss 2 Zoll. Damit sie die für das Abschälen der Hülsen erforderliche Rauhigkeit erhalten, werden sie behauen. Letzteres geschieht gewöhnlich nach excentrischen, entsprechend angeordneten geraden Linien, wie es die Fig. 300 zeigt.

Fig. 300.



Die Steine erhalten hierdurch Furchen, welche nicht vom Mittelpunkte auslaufen und daher mit den Richtungen der Halbmesser verschiedene Winkel bilden. Da die Oberflächen der beiden zugehörigen Mühlsteine auf dieselbe Weise behauen werden, so ist leicht einzusehen, dass, wenn man dieselben einander zukehrt, die Rinnen des Läufers mit denen des Bodensteines sich kreuzen und bei dem Umlaufe des Läufers diese Rinnen wie zwei schneidende Scheerenblätter wirken müssen. Die Rinnen haben nur die geringe Tiefe von $1/4$ bis $3/8$ Zoll.

Die Leistungsfähigkeit der Mühlen ist ausserordentlich verschieden und hängt wesentlich von der Kraft des Motors ab, womit dieselben betrieben werden. Die vorstehende beschriebene Mühle mit zwei Gängen kann in 24 Stunden 27 bis 28 Scheffel Getreide mahlen, wobei der Läufer ungefähr 70 Umläufe in der Minute machen muss. Hieraus und aus der Anzahl der Räderzähne ist nun leicht zu berechnen, wie viele Umgänge das Wasserrad selbst in der Minute machen muss, damit die genannte Arbeit wirklich geleistet werde.

179 **Die Sägewerke** sind mechanische Vorrichtungen, mittelst deren man alle Arten von Holz zu Bohlen, Brettern, Latten, Fournüren u. s. w. schneidet und deren Bewegung nach Art der Mahlmühlen, durch Wasser-, Wind-, oder Dampfkraft bewirkt wird. Man findet diese Maschinen besonders häufig in gebirgigen Gegenden, wo sowohl das Holz als auch die Wasserkraft in Fülle vorhanden zu sein pflegt; in Holland werden dieselben seit undenklichen Zeiten durch den Wind betrieben.

Die Einrichtungen der Sägemaschinen sind sehr mannigfaltig, doch bestehen alle in der Regel aus drei Haupttheilen:

1) aus dem Sägegatter, einem Rahmwerke, in welchem ein oder mehrere Sägeblätter eingespannt sind und welches zum Schneiden des Holzes in eine hin- und hergehende Bewegung versetzt wird,

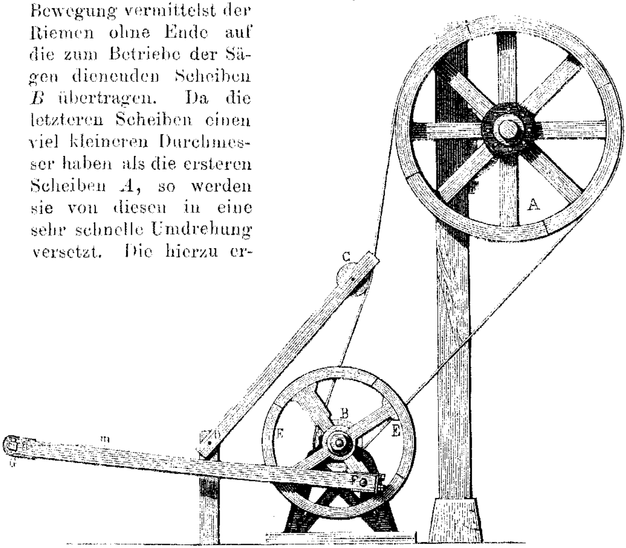
2) aus dem Klotz- oder Blockwagen, einer schlittenartigen Vorrichtung, um den zu durchsägenden Block den Sägen entgegenzuführen, und

3) aus den Treib- und Regulirungsmechanismen, um das Sägegatter und den Blockwagen in Bewegung zu setzen und ihnen die angemessenen Geschwindigkeiten zu geben.

Als Beispiel dieser Art von Maschinen wählen wir die Sägemaschine, welche sich in St. Maur in der Nähe von Paris befindet und die aus 16 Sägen besteht, welche alle durch eine Turbine in Bewegung gesetzt werden. Die meisten dieser Sägen zerschneiden die feinen harten Hölzer, wie Mahagoni, Jakaranda, Nussbaum u. s. w. in dünne Blätter, die zum Fourniren und Einlegen von Tischlerarbeiten verwandt werden; einige dienen auch zum Schneiden von Bohlen. In dem Folgenden werden wir eine Fournirschneidemaschine näher beschreiben.

Die Turbine, welche durch Wasser getrieben wird, setzt eine horizontale Welle, die durch die ganze Länge der Werkstätte hindurchgeht, in Bewegung. Auf dieser Welle sind in einiger Entfernung von einander Riemenscheiben A, Fig. 301, aufgesetzt, welche ihre Bewegung vermittelst der Riemen ohne Ende auf die zum Betriebe der Sägen dienenden Scheiben B übertragen. Da die letzteren Scheiben einen viel kleineren Durchmesser haben als die ersteren Scheiben A, so werden sie von diesen in eine sehr schnelle Umdrehung versetzt. Die hierzu erforderliche Spannung erhält der Riemen durch die Spannrolle C, welche sich am Ende des um das Gelenk D drehbaren Holzstückes $C\,D$ befindet und bei der Bewegung des Riemens sich frei drehen kann. Um die mit der Scheibe B in Verbindung stehende Sägemaschine in Stillstand zu setzen, braucht man nur das Holzstück $C\,D$ von dem Riemen zurückzuschlagen; da dieser hierdurch seine Spannung verliert, so kann er bei seiner Bewegung die Scheibe B nicht mehr mitziehen; der Riemen gleitet also über die Oberfläche der Scheibe weg, ohne sie in Bewegung zu setzen.

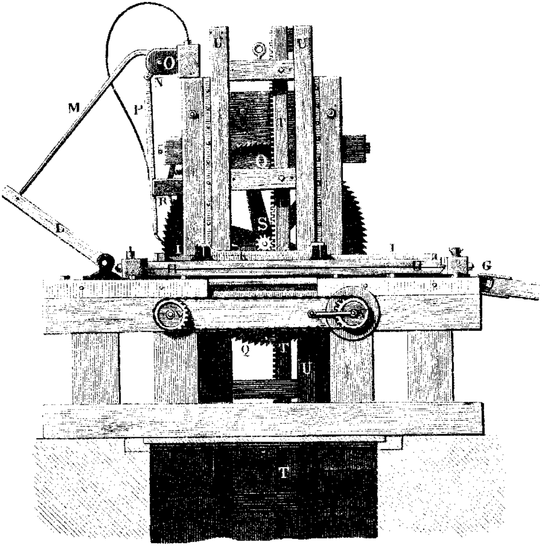
Fig. 301.



Auf das Ende der Riemenscheibe B ist ein Schwungrad $E\,E$ aufgesetzt und dieses mit einem Bläuel $F\,G$, der sich um die Kurbelwarze F drehen lässt, verbunden. Bei der Umdrehung des Schwungrades geht daher der Bläuel FG hin und her und sein Endpunkt G erhält dadurch eine horizontale Bewegung in der Richtung der Linie nm.

Das Sägegatter, bei den gewöhnlichen Brettersägen vertical gestellt, liegt hier horizontal und hat wie immer die Form eines Rechtecks, durch dessen Mitte sich eine hölzerne Stange HH, Fig. 302, hinzieht; die eine Seite dieses Recht-

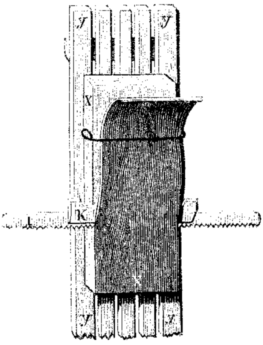
Fig. 302.



ecks, welche hinter der Holzstange HH liegt, besteht aus dem vertical stehenden Sägeblatte II, dessen Zähne also abwärts gerichtet sind; die andere Seite des Rechtecks wird durch eine Eisenstange gebildet, die vor der Holzstange HH liegt und an ihren Enden mit Schrauben versehen ist, um dadurch einen starken Zug in der Längenrichtung des Sägeblattes auf dieses ausüben und dasselbe dadurch stark anspannen zu können. Auf der Vorderseite des Sägeblattes befindet sich ein eisernes

Stück K, welches auf seiner ganzen unteren Seite einen Einschnitt hat und dazu dient, das Sägeblatt während seiner schnell hin- und hergehenden Bewegung, die ihm durch die Bläuelstange G (Fig. 301 und 302) ertheilt wird, stets in derselben Lage zu erhalten. Um jede seitliche Bewegung des Sägegatters zu verhüten und dessen Bewegung in derselben Ebene zu erhalten, ist dasselbe mit vier eisernen Gleitbacken versehen, welche in eisernen an den vier Ecken des Gestelles befestigten Führungen laufen. Auf diese Weise kann das Sägeblatt sich weder heben noch senken und behält bei seiner hin- und hergehenden Bewegung genau dieselbe Höhe. Es ist also nur nöthig, dass das Holzstück, welches zersägt werden soll, von der Stelle geschoben und der Säge entgegengeführt werde; es geschieht dieses auf folgende Weise. Das Mahagonistück $X\,X$, Fig. 303, welches in dünne Blätter geschnitten werden soll, wird auf einen Rahmen $Y\,Y$ festgeleimt; dieser Rahmen wird dann mit Bolzen auf dem Rahmen $U\,U$ (Fig. 302) befestigt, der sich in verticaler Richtung auf und ab bewegen lässt und wie das horizontale Sägegatter durch Gleitbacken und entsprechende Führungen an seitlichen Bewegungen verhindert ist. Mit dem einen Ende des horizontalen Sägegatters ist vermittelst eines Gelenkes der Bläuel L verbunden, der seinerseits wieder auf den längeren Arm M eines um den festen Punkt O drehbaren Winkelhebels $M\,N\,O$ wirkt. Die hin- und hergehende Bewegung des Sägegatters $H\,H$ bewirkt daher vermittelst des Bläuels L und des Hebelarmes M eine oscillirende Bewegung des Punktes N um den Punkt O. An diesen Punkt N ist eine Stange P aufgehängt, deren klauenförmig gestaltetes Ende in die Zähne eines Rades Q eingreift und durch eine starke gebogene Feder beständig gegen den Umfang dieses Rades angedrückt wird. R ist ein Sperrhaken, der ebenfalls vermittelst einer Feder in den Zähnen desselben Rades liegt und nur dazu dient, eine rückgängige Bewegung

Fig. 303.



desselben zu verhindern. Durch die sich ununterbrochen wiederholenden Schwingungen des Punktes N um den Punkt O wird die Schiebestange P abwechselnd auf und ab bewegt; bei jedem Hube gleitet ihre Klaue über den schiefen Rücken des vorliegenden Zahnes, aber wenn sie sich abwärts bewegt, fasst sie diesen Zahn und schiebt ihn herunter. Hieraus ist klar, dass bei der anhaltenden Bewegung des Sägegatters HH und die dadurch erzeugte Bewegung der Schiebstange P das Rad Q nach und nach und zwar ruckweise rundgedreht wird. Die Achse dieses Rades trägt ein kleines Getriebe S, welches in die mit dem Rahmen UU fest verbundene Zahnstange TT eingreift. Da nun das Stück Mahagoniholz, welches zerschnitten werden soll, mit diesem Rahmen UU ebenfalls fest verbunden ist, so muss die ruckweise Bewegung des Rades Q und seines Getriebes S auch dieses Holzstück langsam in die Höhe bewegen und den Zähnen des Sägeblattes ruckweise entgegenführen.

Für die Fournüre müssen die Blätter, in welche das Holz gesägt wird, äusserst dünn sein; sie sind daher auch sehr biegsam und können sich, wenn die Säge auf eine gewisse Länge gewirkt hat, nicht selbst mehr in verticaler Stellung halten. Die Fig. 303 zeigt, auf welche Weise diese dünnen Blätter während des Sägens zusammengehalten werden. Das Eisenstück K, welches vor dem Sägeblatt steht und gegen die verticale Verschiebung desselben angebracht ist, trennt das abgeschnittene Holzblatt von dem übrigen noch nicht zersägten Blocke und wird etwas höher von einem federnden, gegen die Seiten des Blocks sich stützenden gebogenen Eisendraht umfasst.

Die ganze Vorrichtung, welche den Rahmen UU trägt, kann vermittelst zweier sehr langer Schrauben vorwärts und rückwärts bewegt werden. Die Schraubenköpfe VV, welche in der Fig. 302 sichtbar sind, sind mit zwei gleichen Zahnrädern versehen, deren Umfänge durch eine gegliederte Kette ohne Ende mit einander verbunden sind. Dreht man daher mit Hülfe einer Kurbel die eine Schraube, so muss sich die andere in derselben Richtung und um denselben Betrag drehen. Da die Schraubenspindel keine fortschreitende Bewegung annehmen kann, so muss sich bei der Drehung derselben die Schraubenmutter mit dem daran befestigten Rahmen UU auf der Spindel je nach der Richtung der Drehung vorwärts oder rückwärts bewegen. Man begreift leicht, wie durch diese Vorrichtung der Rahmen UU mit dem darauf befestigten Holzblock vor jedem neuen Schnitte um die Dicke des abzusägenden Holzblattes der Säge genähert werden kann, und dass man vermittelst der Schrauben die Grösse dieser Verschiebung ganz in der Hand hat, folglich auch Blätter von der grössten Feinheit und Gleichmässigkeit abtrennen kann.

Die Riemenscheibe macht ungefähr 55 Umläufe in der 180
Minute, und da ihr Halbmesser fünfmal so gross ist als der der Scheibe B, so läuft diese 275 mal rund in der Minute; ebenso viele Schnitte macht die Säge in derselben Zeit. Bei jedem Schnitte der Säge hebt sich der Holzblock ungefähr um $^1/_5$ Linie in die Höhe, und man erhält in einem Tage gegen 61 Quadratfuss Holzblätter. So oft die Säge ein neues Blatt abzutrennen hat, wird der Rahmen UU und der Holzblock mit Hülfe der beiden Schrauben VV um etwas mehr als $^1/_2$ Linie verschoben, und da für den Verschnitt (Abgang als Sägemehl) 50 Procent gerechnet werden können, so beträgt die Dicke eines jeden Blattes noch nicht $^1/_4$ Linie.

Die zur Fabrikation von Bohlen und Brettern bestimmten Sägemaschinen haben vertical stehende Gatter mit mehreren parallel eingespannten Sägeblättern, aber eine viel geringere Geschwindigkeit als die Fournirschneidemaschinen und geben nur 110 bis 140 Schnitte in der Minute; bei jedem Schnitte wird dabei, je nach der Härte des Holzes, der Block um $^1/_2$ bis $2^1/_4$ Linien vorgeschoben.

Eine sehr häufige Anwendung finden die Kreissägen, kreisrunde, dünne, am Umfange mit Zähnen versehene Scheiben von Stahl, welche vermittelst eines grossen Rades und endlosen Riemens in eine sehr schnelle Umdrehung versetzt werden, während das zu schneidende Holz auf eine entsprechende Weise ununterbrochen der Säge zugeführt wird. Der Durchmesser des Sägeblattes ist verschieden, je nach der Dicke des Holzblockes, welcher durchsägt werden soll, und geht bis zu 36 Zoll. Ebenso bedient man sich der Kreissägen zum Schneiden des Marmors und anderer harter Steine, ja selbst der Metalle. Um die Endflächen der Eisenbahnschienen abzugleisen und diesen selbst eine gleiche Länge zu geben, schneidet man ihre Endstücke, nachdem sie vorher rothglühend gemacht worden sind, ab. Die hierzu dienenden Kreissägen haben Blätter aus hartem Eisenblech von 3 Fuss Durchmesser und $1^1/_4$ Linie Dicke, welche 850 Umläufe in der Minute machen. Damit die Säge sich nicht zu sehr erhitze, lässt man ihr unteres Ende durch Wasser laufen, welches beständig durch frisches ersetzt wird.

181 **Hammerwerke.** In den grösseren Schmieden werden die schweren Hämmer, welche zur Verarbeitung der grösseren Eisenstücke verwendet werden, ebenfalls durch Dampfmaschinen oder Wasserräder in Bewegung gesetzt. Zur Erläuterung dieser Vorrichtungen wählen wir als Beispiel einen solchen Hammer, wie er gegenwärtig häufig in Anwendung ist.

Der Kopf A dieses Hammers, Fig. 301, ist von Gusseisen und wiegt über 3400 Pfund. In einer Oeffnung desselben ist mittelst Keile der Stiel befestigt, in dessen Mitte zwei starke Zapfen angebracht sind. Die Zapfen liegen in zwei Lagern C, welche von zwei vertical stehenden starken Balken, zwischen denen der Stiel hindurchgeht, getragen werden. Auf der horizontalen Welle, welche mittelst der Kurbel E durch eine Dampfmaschine in Bewegung gesetzt wird, sind zwei starke Daumen D, D befestigt, welche bei der Drehung der Welle den Schwanz des Hammerstieles fassen, denselben niederdrücken und dadurch den Hammer A in die Höhe heben; einen Augenblick nachher lassen sie den Stiel wieder frei und der Hammer A fällt durch sein Gewicht herunter. Bei jeder Umdrehung der Welle wird daher der Hammer zweimal gehoben, und zweimal schlägt er auf das zum Schmieden untergelegte Eisen herab. Zu beiden Seiten der Daumen D, D sind Schwungräder auf der Welle befestigt; beide haben genau dieselben Dimensionen und gleiche Entfernungen von den Daumen; in der Zeichnung bemerkt man nur eins derselben, da das hintere durch das vordere verdeckt ist.

Um den Hammer in jedem Augenblick still halten zu können, ist ein langer Hebel GH angebracht, der sich in horizontaler Richtung um die kleine verticale Achse K drehen lässt und an seinem Ende G mit einer starken eisernen Stütze versehen ist. Im Ruhezustande der Maschine liegt der Hammer auf dieser Eisenstange; soll derselbe in Bewegung gesetzt werden, so lässt man die Dampfmaschine wirken und setzt mittelst der Kurbel E die Welle in Umdrehung. So oft einer der Daumen D den Schwanz des Hammers niederdrückt, hebt sich der Kopf A ein wenig und fällt gleich darauf nieder, wobei jedoch der Stiel bei B sich auf die Eisenstütze auflegt. Man wartet nun den Moment ab, wo der Kopf des Hammers gehoben wird und stösst dann rasch das Ende H des Hebels HG nach hinten;

da hierdurch die Eisenstütze *G* nach vorne geschoben wird, so kann der frei gewordene Hammer bei dem nächsten Hube ungehindert auf den Amboss *L* niederfallen. Soll dagegen

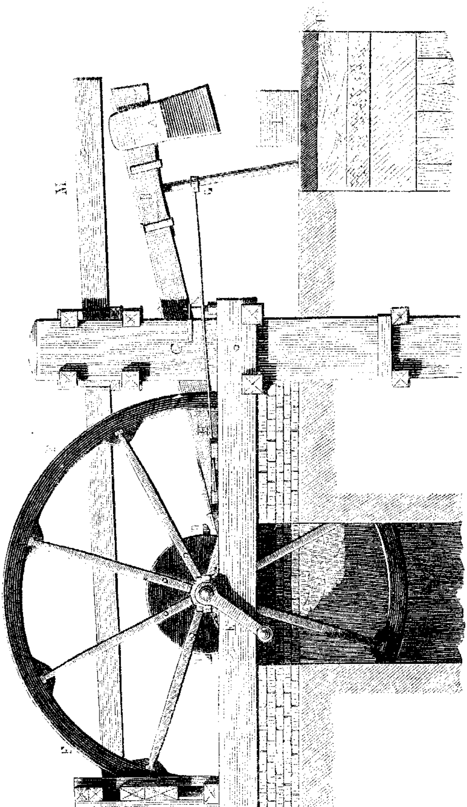


Fig. 301.

der Hammer arretirt werden, so rückt man den Hebel *H* nach vorne, wodurch das andere Ende mit der Eisenstange *G* sich nach hinten schiebt und unter den Hammerstiel legt. Wenn dann auch die Welle und ihre Daumen ihre rotirende Bewegung fortsetzen, so hebt sich zwar bei jedem Rundlaufe der Hammer ein wenig, aber er wird bei seinem Niederfall von der Stange *G* aufgefangen und kann nicht mehr gegen den Amboss schlagen.

182 Es ist leicht einzusehen, warum die Daumenwelle mit den beiden Schwungrädern versehen ist. Die Kraft des Dampfes wirkt nämlich ununterbrochen auf diese Welle und giebt derselben eine beschleunigte Bewegung, während der Widerstand jedesmal nur dann wirksam ist, wenn einer der Daumen auf den Hammerstiel trifft. In Folge dieser ungleichartigen Wirkung von Kraft und Widerstand würde die Bewegung der Welle eine sehr unregelmässige sein, wenn die Schwungräder nicht vorhanden wären. Sie würde stetig wachsen von dem Augenblicke an, wo der eine Daumen den Schwanz des Hammers verlässt, bis zu dem Momente, wo der folgende Daumen ihn wieder ergreift; sie würde dagegen jedesmal plötzlich bedeutend abnehmen, so oft ein Daumen gerade auf den Hammerstiel trifft. In welcher Weise ein Schwungrad diese Unregelmässigkeit der Bewegung auszugleichen vermag, haben wir bereits früher in §. 160 auseinandergesetzt.

Zur blossen Regulirung der Bewegung würde ein einziges Schwungrad, dem man die gehörigen Dimensionen gegeben hätte, ausreichend sein; man hätte aber dasselbe jedenfalls nur an der einen oder der anderen Seite der Daumen mit der Welle verbinden können. In diesem Falle aber würde der heftige Stoss, der jedesmal bei dem Zusammentreffen eines Daumens mit dem schweren Hammer entsteht, nothwendig einen einseitigen Druck auf das Schwungrad ausüben und dadurch dasselbe zu verdrehen streben, was nicht eintreten kann, sobald zwei Schwungräder, auf jeder Seite der Daumen eins, vorhanden sind.

183 In der Zeichnung, Fig. 304, wird man ein längeres Stück Holz *M* bemerken, das in horizontaler Richtung zwischen den beiden Schwungrädern sich bis oberhalb des Hammerkopfes erstreckt. Dasselbe dient dazu, um in einer bestimmten Zeit die Anzahl der Hammerschläge zu vermehren, ohne hierdurch die

Stärke eines jeden Schlages zu vermindern. Um dieses zu verstehen, beachte man zunächst, dass der auf den Schwanz des Hammerstieles wirkende Daumen dem Hammerkopf eine bestimmte Geschwindigkeit in der Richtung von unten nach oben ertheilt; lässt der Daumen den Hammerstiel frei, so steigt doch der Kopf A in Folge der erlangten Geschwindigkeit als beharrender Körper noch höher und zwar, wenn er kein Hinderniss antrifft, so hoch, bis die Schwerkraft seine Geschwindigkeit aufgehoben hat. Beim Herabfallen schlägt er dann gegen den Amboss mit einer Geschwindigkeit, welche der Fallhöhe entspricht (§. 106).

Soll daher der Hammer A mit einer bestimmten Geschwindigkeit auf den Amboss schlagen, so muss er zuerst auf eine ganz bestimmte Höhe steigen und dann durch diese Höhe, die sich aus der verlangten Geschwindigkeit leicht ergiebt, wieder herabfallen. Je grösser die Geschwindigkeit sein soll, mit welcher der Hammer den Amboss treffen muss, um so grösser muss auch die Höhe sein, auf welche er zuerst steigt und durch die er dann wieder herabfällt, um so grösser muss also auch die Zeit sein, die zwischen zwei aufeinander folgenden Hammerschlägen verfliesst. Hieraus ist klar, dass, wenn die Bewegung des Hammers durchaus ungehemmt ist, in einer bestimmten Zeit um so weniger Schläge erfolgen, je grösser die Geschwindigkeit ist, mit welcher jeder Schlag den Amboss treffen soll. Wenn dagegen die Bewegung des Hammers beim Steigen gehemmt wird, indem man ihn gegen einen elastischen Körper anschlagen lässt, bevor er noch die ganze der erforderlichen Geschwindigkeit entsprechende Steighöhe erreicht hat, so ertheilt ihm dieser Körper in Folge der Elasticität in der Richtung von oben nach unten eine Geschwindigkeit gleich derjenigen, mit welcher er gegen denselben aufstiess; er fällt also schneller herunter und macht in einer bestimmten Zeit mehr Schläge von derselben Stärke, als wenn der elastische Körper nicht vorhanden gewesen wäre. Hierzu dient nun der hölzerne Prellklotz H; derselbe wird von dem Hammer erreicht, bevor dessen Geschwindigkeit Null geworden ist; der Hammer überträgt seine Geschwindigkeit auf den Prellklotz und empfängt gleich darauf dieselbe Geschwindigkeit in der entgegengesetzten Richtung zurück, so dass er mit derselben Stärke auf den Amboss trifft, als wenn er durch eine grössere Höhe gefallen wäre; indem hierdurch der Weg des Hammers ohne Nachtheil für die Stärke der Schläge verkleinert wird, wächst offenbar die

Anzahl der Schläge, die in einer bestimmten Zeit gemacht werden.

Man darf indessen nicht glauben, dass das genannte Mittel, die Anzahl der in einer bestimmten Zeit auszuführenden Hammerschläge zu vergrössern, die Kraft der Maschine vergrössere und dass man mit einer bestimmten Bewegungsarbeit, welche der Dampf liefert, einen grösseren Nutzeffect erzielen könne. Denn wenn der Hammer schneller schlagen soll, so muss auch die Dampfmaschine schneller gehen und dem entsprechend eine grössere Arbeit entwickeln, als wenn in derselben Zeit weniger Hammerschläge geschehen; überhaupt muss die in einer bestimmten Zeit von der Dampfmaschine entwickelte Arbeit proportional sein, zu der Anzahl der Hammerschläge, welche in derselben Zeit erfolgen soll, wobei es auf die Dauer der Operation gar nicht ankommt. Die Anwendung des Prellklotzes *H* ist eher mit einem Verluste, als mit Gewinn an Arbeit verbunden, weil der S t o s s des Hammers gegen das Holzstück, da dieses niemals vollkommen elastisch ist, allemal einen, wenn auch nur kleinen Verlust an Arbeit herbeiführt, so dass irgend eine bestimmte Arbeit der Dampfkraft nicht eine gleiche, sondern eine kleinere Nutzarbeit hervorbringt.

184 Es ist bereits früher (§. 171) gesagt worden, dass man so viel als möglich die Stösse zwischen den einzelnen Maschinentheilen vermeiden müsse. Der vorstehend beschriebene Schmiedehammer entspricht dieser Anforderung in keiner Beziehung, allein es muss doch in den bei seinem Betriebe vorkommenden Stössen rücksichtlich des dadurch erzeugten Arbeitsverlustes ein Unterschied gemacht werden. Zunächst ist nämlich mit dem Stosse des Hammers gegen das zu schmiedende Eisenstück ein Arbeitsverlust überhaupt nicht verbunden, da ja gerade der Zweck der Maschine auf die Hervorbringung dieses Stosses gerichtet ist und man also nicht trachten darf, denselben zu vermeiden. Der Verlust an Arbeit, welcher bei dem Stosse unelastischer Körper eintritt, rührt bekanntlich von der bleibenden Formveränderung her, welche die gestossenen Theile erleiden, und gerade diese Formveränderung ist es, welche man durch den Schmiedehammer in dem zu schmiedenden Eisenstücke erzielen will. Da jedoch der Hammerschlag auch auf den Amboss und seine Unterlage einen Stoss ausübt, der mit Arbeitsverlust verbunden ist, wenn dadurch eine bleibende Formveränderung bewirkt wird, so darf der Amboss nicht unmittelbar

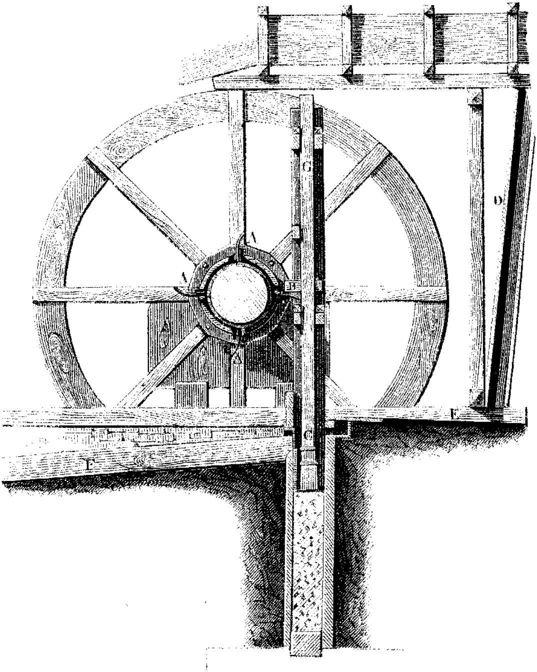
auf der Erde ruhen. Man stellt ihn daher auf ein Gerüst von hölzernen Balken, die abwechselnd horizontal und vertical auf einander gelegt werden, so dass die ganze Unterlage möglichst elastisch wird und der Amboss nach jedem Hammerschlage seine anfängliche Lage vollkommen wieder einnimmt.

Der Stoss des Hammers gegen den Prellklotz, der ihn in seiner Bewegung aufwärts unterbricht, ist dagegen mit einem wirklichen, aber wegen der Biegsamkeit und der Elasticität desselben nur kleinen Verluste an Arbeit verbunden. Dagegen verursachen die häufig wiederkehrenden Stösse der Daumen gegen den Schwanz des Hammerstieles einen grossen Verlust an Arbeit und schaden noch dazu durch die Erschütterungen, welche sie in den betreffenden Maschinentheilen erzeugen.

Pochwerke. Man bezeichnet mit dem Namen der Poch- 185
oder Stampfwerke diejenigen Vorrichtungen, bei welchen das Zerkleinern der Körper durch fallende Stempel oder Stampfer bewirkt wird. Man wendet sie an zum Zerpochen der Erze, zum Zerstampfen der Samenkörner in Oelmühlen, zum Zerkleinern der Bestandtheile des Schiesspulvers u. s. w., und setzt sie wie die Hammerwerke bald durch Dampfmaschinen, bald durch Wasserräder in Betrieb.

Die wesentlichsten Theile eines solchen Pochwerkes sind aus der Fig. 305 (a. f. S.) zu ersehen. Das Wasser wird vermittelst eines hölzernen Kanals auf ein oberschlächtiges Rad gebracht und dieses dadurch in Umdrehung versetzt. Die Welle dieses Rades ist auf der einen Seite verlängert und mit Daumen A (Heblingen) versehen. Eine gewisse Anzahl dieser Daumen, in der Figur deren vier, liegen in einer und derselben Ebene und sind mittelst eines gemeinsamen Ringes auf der Welle befestigt. Den Daumen gegenüber steht in verticaler Stellung ein Stempel oder Stampfer CC, welcher durch eine besondere Leitung in dieser Stellung erhalten wird. Der Stempel ist von hartem Holze und an seinem unteren Ende gewöhnlich mit einem eisernen Schuhe versehen; das Gewicht und die Dimensionen desselben richten sich nach dem Zwecke des Pochwerkes. Aus dem Stempel ragt rechtwinklig und seitwärts den Daumen der Welle gegenüber ein anderer Daumen B, Däumling genannt, hervor, der mit dem Stempel gleiche Breite hat und gewöhnlich an der unteren Seite mit einer eisernen Platte versehen ist, um das schnelle Abnutzen zu verhindern. Beim Umlaufe der Welle ergreifen die vier Heblinge A nach einander den Däumling *B* und heben denselben und damit den Stempel *C* in die Höhe; gleich darauf lassen sie den Däumling

Fig. 305.

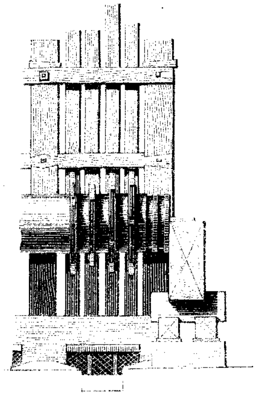


wieder frei, worauf der Stempel durch sein eigenes Gewicht wieder herabfällt. Ein jeder Umlauf der Daumenwelle bewirkt daher ein viermaliges Pochen des Stempels *C*. Um mehrere Stempel durch dieselbe Welle in Bewegung setzen zu können, versieht man letztere mit mehreren Daumenringen, die in solchen Entfernungen von einander angebracht sind, dass jede zusammengehörige Gruppe von Daumen auf einen besonderen

Stempel wirken kann, ohne die benachbarten Stempel zu hindern, wie Fig. 306 dieses für vier Stempel oder zwölf Daumen näher angiebt.

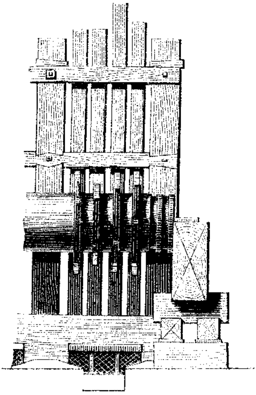
Wären die Heblinge *A* auf der Welle so angebracht, dass sie ihren Angriff auf die vier Stempel gleichzeitig beginnen müssten, so würden sie immer gleichzeitig die vier Stempel heben und wieder gleichzeitig dieselben fallen lassen. Der von der Welle zu überwindende Widerstand würde dann äusserst ungleich sein; während er nämlich beim Heben der schweren Stempel sehr bedeutend wäre, würde er plötzlich beim Abgleiten der Heblinge von den Däumlingen Null. Die drehende Bewegung der Welle würde also abwechselnd bedeutend wachsen und wieder plötzlich bedeutend abnehmen, was offenbar auf den Lauf des Wasserrades einen sehr nachtheiligen Einfluss ausüben würde. Man könnte zwar auch hier, wie bei dem Schmiedehammer (§. 181), diese Unregelmässigkeiten der Welle durch ein damit verbundenes Schwungrad ziemlich ausgleichen, aber in dem vorliegenden Falle führt ein einfacheres Mittel zum Ziele, und dieses ist folgendes.

Fig. 306.



Wir wollen annehmen, das Pochwerk bestehe im Ganzen aus zwölf Stempeln; man theilt dann dieselben in drei Abtheilungen, jede zu vier Stempeln. Die Fig. 306 zeigt eine dieser drei Gruppen, und zwar einen Theil der Welle mit vier Ringen und den zugehörigen vier Stempeln; auf jedem Ringe sind, wie bereits oben bemerkt, vier Heblinge angebracht. Die Ringe sind derart auf der Welle angebracht, dass die vier Stempel nicht gleichzeitig, sondern immer einer nach dem andern gehoben werden. Während eines ganzen Umlaufes der Welle wird jeder Stempel viermal gehoben, mithin macht die Welle zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Hüben eines Stempels eine Viertelumdrehung. Dieser Theil ist noch in vier gleiche Theile eingetheilt, von denen also jeder $\frac{1}{16}$ des ganzen Wellenumfanges einnimmt; die Heblinge sind nun auf den vier Ringen so angeordnet, dass jeder des einen Ringes von dem vorangehenden und dem nachfolgenden der beiden benachbarten Ringe um $^1/_{16}$ des Wellenumfanges aus der Längenrichtung der Welle verschoben ist. Betrachten wir eine der drei Abtheilungen mit vier Stempeln, Fig. 307, näher, und nehmen wir an, dass der erste Stempel gerade von seinem Hebling gefasst wird, so wird bei der beschriebenen Anordnung der übrigen Heblinge der zweite Stempel seine Bewegung beginnen, nachdem die Welle sich um $^1/_{16}$ ihres Umlaufes gedreht hat; ebenso wird der dritte Stempel nach $^2/_{16}$, der vierte nach $^3/_{16}$ des Umlaufes in die Höhe gehoben; nach $^4/_{16}$ oder $^1/_4$ der Umdrehung wird wieder der erste Stempel, der inzwischen herabgefallen ist, gehoben und so wiederholt sich das Spiel in jeder Viertelumdrehung der Welle. Dasselbe findet auch statt für jede der drei anderen Abtheilungen, so dass der gesammte Widerstand, den die Welle zu überwinden hat, über die ganze Dauer einer Umdrehung gleichmässig vertheilt ist und in jedem Augenblicke fast dieselbe Grösse hat. Es ist klar, dass auf diese Weise der Zweck, der Welle eine möglichst gleichförmige Bewegung zu ertheilen, vollständig erreicht ist.

Fig. 307.

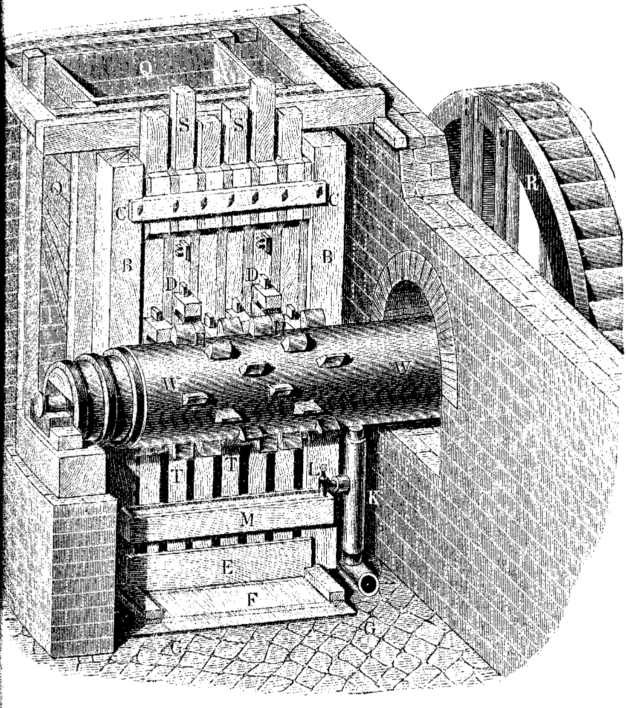


Die Fig. 308 zeigt diese Vertheilung der Heblinge auf der Welle WW, welche mit dem oberschlächtigen Rade R in Verbindung steht, sehr deutlich für eine Abtheilung von sechs Stempeln.

Unterhalb der Stempel befindet sich der Pochtrog, in welchen die Materialien gebracht werden, welche zerstampft werden sollen. Bei den Stosspochwerken, wie sie beim Zerkleinern der Erze vorkommen, wird durch ein besonderes Gerinne fortwährend Wasser in den Pochtrog geleitet, welches die gepulverten leichteren Theile (das Pochmehl) aufnimmt, fortführt und an entfernteren Stellen wieder absetzt. In der Fig. 305

ist *D* das Wasserrohr, welches durch das Gerinne *E* dem unterhalb des Stempels befindlichen Pochtroge das Wasser zuführt; die Rinne *F* leitet das Pochtrübe wieder ab. In der Fig. 308

Fig. 308.



ist *M* das Gerinne, durch welche das Pochwasser aus dem Rohre *K* vermittelst des Hahnes *L* in den Pochtrog geleitet wird; *E* ist eine Vorsetztafel, um die grösseren Pochstücke zurückzuhalten, *F* die Austragetafel, über welche das Pochtrübe in das Austragegerinne GG hinabläuft. Bei Q werden die zu verarbeitenden Materialien in das Pochwerk hineingebracht.

186 **Die Rammmen.** Um grosse Pfähle in die Erde einzuschlagen und dabei den grossen Widerstand, den der Erdboden dem Eindringen der Pfähle entgegensetzt, zu überwinden, bedient man sich besonderer Maschinen, welche Rammen genannt werden. Sie dienen hauptsächlich dazu, um bei Wasserbauten, bei dem Bau von Brücken, der Herstellung von Spundwänden, Pfahlrosten u. s. w. grosse und dicke Pfähle in die Erde einzutreiben, und bewirken dieses dadurch, dass sie einen sehr schweren Körper, den Rammklotz oder Rammbär, den man vorher zu einer gewissen Höhe emporgehoben hat, auf den Kopf des Pfahls niederfallen lassen.

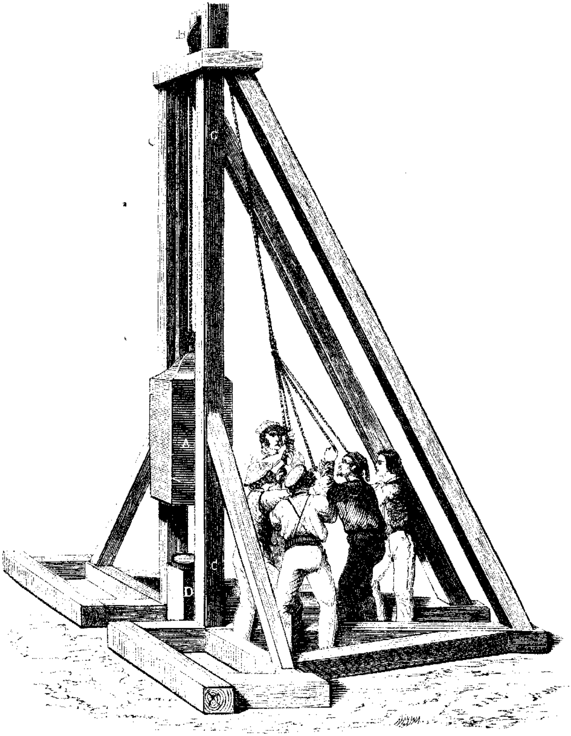
Die einfachste Ramme ist die Handramme, Fig. 309, bestehend aus einem eichenen Klotz AB und vier langen Bügeln, mit denen er von eben so viel Arbeitern emporgehoben wird. Da der Mensch an einer solchen Ramme nur mit etwa 30 Pfund zu arbeiten vermag, so darf dieselbe nicht über 120 Pfund wiegen und kann daher nur bei leichteren Arbeiten verwendet werden.

Fig. 309.

Bei der Zugramme, Fig. 310, wird der eiserne Rammbär A vermittelst eines starken über eine feste Leitrolle B geführten Seiles, das in mehrere einzelne Zugseile ausläuft, von mehreren Arbeitern in die Höhe gehoben und dann sich selbst überlassen. Er fällt dann durch sein Gewicht herunter und schlägt auf den darunter befindlichen Pfahl D mit einer um so grösseren Geschwindigkeit, je grösser die Höhe war, auf welche er gehoben wurde. Bei seiner Bewegung wird er durch zwei seitliche Führungen C, C, Läufer genannt, in der Richtung des Pfahles gehalten; zu diesem Zwecke ist jeder Läufer mit einer Nuthe, und der Bär mit einem entsprechenden, in die Nuthe passenden Ohre versehen. Der Kopf des Pfahls ist gewöhnlich mit einem eisernen Bande versehen, damit er sich nicht unter der Wirkung der heftigen Stösse spaltet.

Die Zugrammen haben den Uebelstand, dass, wenn nicht alle Arbeiter zugleich das Zugseil loslassen, diejenigen, die dieses zu spät thun, von dem herabfallenden Bär plötzlich in die Höhe geschnellt werden, und dadurch leicht Beschädigungen erhalten können. Um dieses zu verhüten, pflegen die an einer Zugramme wirkenden Arbeiter zu singen und ihre Bewegungen

Fig. 310.



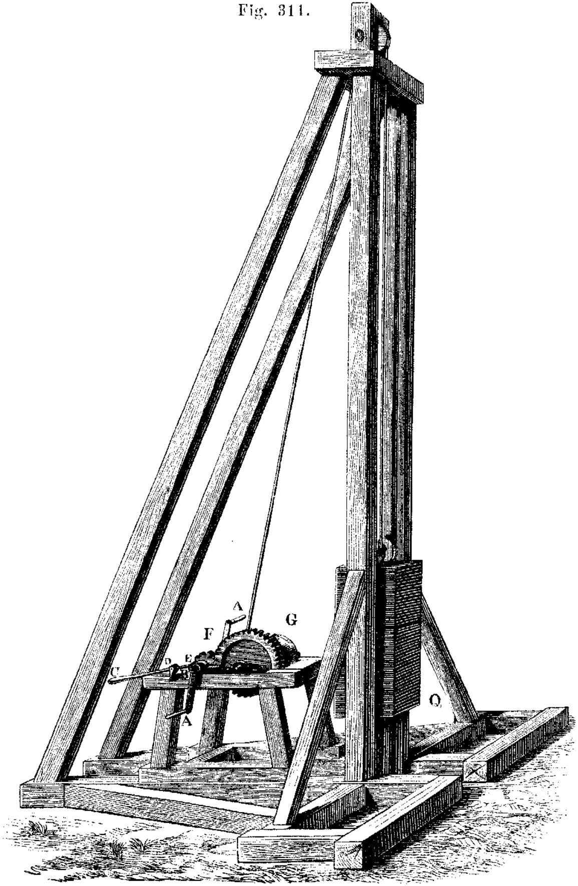
nach dem Tacte des Gesanges einzurichten. Ausserdem aber gestattet die Zugramme nur eine verhältnissmässig kleine Bewegung des Bärs, da er nur so hoch emporgehoben werden kann, als die Arbeiter das Seil herabzuziehen vermögen, so dass man für starke Pfähle oder überhaupt bei grossen Widerständen einen sehr schweren Bär anwenden muss.

187 **Die Kunstramme mit Selbstauslösung.** Um diesen Uebelständen auszuweichen, wendet man in den meisten Fällen bei erheblicheren Stromarbeiten die sogenannte Kunstramme an, deren Einrichtung aus der Fig. 311 zu ersehen ist. Das freie Seilende läuft dabei nicht in mehrere Seile aus, die von eben so vielen Arbeitern erfasst werden, sondern es ist auf der Trommel einer Winde befestigt, welche mittelst der Kurbeln A, A und des Getriebes E rund gedreht wird. Hat man nach einigen Umdrehungen der Trommel den Rammbär auf die erforderliche Höhe gehoben, so verschiebt man mittelst des Hebels CDE, den man zur Seite stösst, die Kurbelwelle in der Richtung ihrer Achse, so dass das Getriebe E nicht mehr mit den Zähnen des Trommelrades im Eingriff steht. Der Rammbär, der hierdurch frei geworden ist, fällt nun ungehindert auf den darunter befindlichen Pfahl herab, indem er das Seil nach sich zieht und die Trommel sammt der Kurbel in der entgegengesetzten Richtung rund dreht. Nachdem man dann den Hebel CDE wieder in die ursprüngliche Lage zurückgestossen und dadurch das Getriebe der Kurbelwelle mit den Zähnen des Trommelrades wieder in Eingriff gebracht hat, kann man den Rammklotz neuerdings in die Höhe heben und in gleicher Weise ihn wieder fallen lassen.

Da beim Niederfallen des Rammbärs das Seil sehr schnell von der Trommel über die obere Leitrolle gleitet, so kann es nicht nur leicht in Unordnung gerathen, sondern wird sich auch zu schnell abnutzen. Man zieht es daher vor, den Rammbär wie bisher durch die Winde auf eine gewisse Höhe zu heben, jedoch der Aufhängung desselben eine solche Einrichtung zu geben, dass er, wenn er diese erreicht hat, sich von selbst loslöst und, ohne das Seil mitzunehmen, frei herabfällt. Zwei solche **Selbstauslösungen** wollen wir in dem Nachfolgenden näher beschreiben.

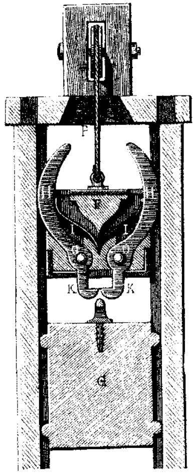
Die erste ist in Fig. 312 (a. S. 386) abgebildet; sie besteht aus den beiden von einander unabhängigen Theilen, dem Rammbär G, der wie immer in einer Führung zwischen den Läuferruthen sich bewegt, und dem sogenannten Fallblock F. Letzterer ist unmittelbar an dem Rammtau befestigt, welches wie früher über die Leitrolle nach der Winde geführt ist; der Fallblock F läuft ebenfalls, wie der Bär, in einer Führung zwischen den

Fig. 311.



Läufern. Der Bär G hat oben ein Oehr, womit er von zwei eine Zange bildenden Haken HOK, HOK erfasst werden kann.

Fig. 312.



Diese Haken drehen sich um die Punkte O, O und ihre oberen Schenkel H, H werden vermittelst der beiden starken Stahlfedern I, I, welche auf dem Stücke F festsitzen, auseinandergedrückt, so dass das Gebiss K, K fest zusammengepresst wird. Nähert man aber auf irgend eine Weise die beiden oberen Schenkel H, H einander, so öffnet sich das Gebiss K und lässt das von ihm gefasste Oehr des Rammklotzes G los. Hiernach ist es leicht, die Wirkung dieser Theile zu verstehen.

Nachdem man den Fallklotz F auf den Bär G gestossen hat, wobei sich das Gebiss K öffnet und in das Oehr des Bärs eingreift, zieht man vermittelst der Winde die beiden nun verbundenen Theile F und G in die Höhe; sobald der Fallklotz oben angekommen ist, schieben sich die oberen Schenkel H, H der Zange von selbst in einen dazu passenden Einschnitt P, wodurch sie einander genähert werden, das Gebiss K, K sich von selbst öffnet und dieses das Oehr des Rammklotzes verlässt; letzterer ist hierdurch frei geworden und fällt ungehindert herab. So wie der Rammklotz sich ausgehakt hat, verschiebt man mittelst des Hebels CDE die Kurbelwelle und bringt sie ausser Eingriff mit dem Trommelrade, worauf dann auch der Fallblock F frei wird und mit dem Seile herunterfällt. Beim Aufschlagen des Fallblockes auf den Rammklotz öffnet sich in Folge der eigenthümlichen Form der unteren Schenkel K, K das Gebiss der Zange von selbst und ergreift das Oehr des Bärs, der sich nun durch Umdrehung der Kurbeln von Neuem wieder in die Höhe heben lässt. Mit derartigen Kunstrammen kann man Rammbäre von 700 bis 1500 Pfund durch drei bis sechs Mann 15 bis 30 Fuss hoch heben.

Die zweite Auslösung des Rammklotzes ist einfacher und daher öfter in Anwendung, als die vorhergehende; sie ist in Fig. 313 abgebildet. Das Rammtau hat an seinem Ende a

einen Haken b, der in ein auf dem Kopfe des Rammklotzes befestigtes Oehr eingreift. Der Haken b ist über das Seilende a hinaus bis c verlängert, an welchem Ende eine zweite Schnur cd befestigt ist. Sobald der Bär mittelst der Winde auf die erforderliche Höhe gehoben ist, zieht man an der Schnur cd, und giebt dadurch dem Haken cd, Fig. 314, die horizontale Lage $c'b'$; der Haken b wird hierdurch aus dem Oehr des Rammklotzes losgehakt und dieser fällt frei herab. Mittelst derselben Schnur cd kann man dann den Haken cd und das daran befestigte Rammtau herabziehen, um ihn wieder in das Oehr des Bärs einzuhaken und letzteren neuerdings in die Höhe zu ziehen. Uebrigens ist leicht einzusehen, dass es nicht nöthig ist, das Herabziehen der Schnur cd durch einen Menschen besorgen zu lassen; man braucht nämlich nur dieser Schnur eine bestimmte Länge zu geben, und ihr freies Ende derart an irgend einen Theil der Winde zu befestigen, dass sie sich gerade dann anspannt, wenn der Rammklotz, mit dessen Aufsteigen auch zugleich die Schnur gehoben wird, die erforderliche Höhe erreicht hat. Indem dann durch die weitere Spannung der Schnur der Haken cb, Fig. 314, wieder in die Lage $c'b'$ gebracht wird, löst sich der Bär von selbst aus dem Haken b aus und fällt herab.

Fig. 313.

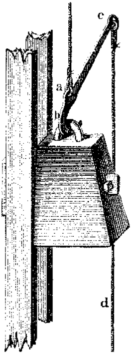
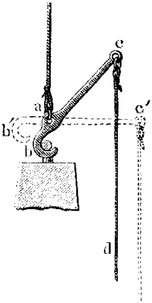


Fig. 314.



Die Prägmaschinen. Die Anfertigung von Münzen besteht 188
aus mehreren einzelnen Processen, die uns mit Ausnahme des eigentlichen Prägens hier nicht weiter interessiren und die wir daher nur kurz berühren. Nachdem man die richtige Legirung der Metalle, aus welchen die Münzen bestehen sollen, dargestellt hat, wird dieselbe in Tiegeln und besonderen Oefen ge-

schmolzen und in Formen gegossen. Diese bestehen aus zwei durch Charniere verbundenen dicken gusseisernen Platten, welche so ausgearbeitet sind, dass, wenn sie dicht zusammengeschlossen werden, eine Höhlung von etwa $1/4$ bis $3/8$ Zoll Dicke, der für die zu prägenden Geldstücke geeigneten Breite, und zwei Fuss Länge bleibt, in welche man die geschmolzene Masse giesst und so Stangen von der entsprechenden Form, Zaine genannt, erhält. Diese Platten werden, nachdem sie erkaltet sind, gereinigt, die Ränder mit einer Scheere ziemlich glatt gemacht und unter ein Walzwerk gebracht, welches sie zu langen Blechstreifen ausstreckt; die Breite nimmt bei dieser Operation nur sehr wenig zu. Mit Hülfe einer Durchschnittmaschine werden hierauf aus den Zainen kreisrunde Scheiben ausgestossen, welche justirt, d. h. gewogen und auf dasjenige Gewicht gebracht werden, welches die zu prägenden Geldmünzen gesetzlich haben müssen. Nunmehr sind die Platten so weit vorbereitet, dass man zur Prägung übergehen kann; man setzt sie nämlich einem sehr starken Druck zwischen zwei vertieft gravirten Stahlplatten aus, wodurch sie das erhabene Gepräge erhalten, das ihnen zukommen soll. Mit der Construction und der Wirkung dieser Prägmaschinen wollen wir uns eingehender beschäftigen.

Früher bediente man sich häufig zur Prägung der Münzen der Präge von Gingembre, bei welcher das Gepräge durch einen kräftigen Stoss entsteht. In der neueren Zeit wendet man statt derselben fast nur Kniehebelprägwerke an, bei welchen das Gepräge ohne Stoss entsteht, und die den Vortheil bieten, dass sie leicht mit einer Wasser- oder Dampfkraft betrieben werden können, wogegen die Prägen ersterer Art fast nur durch Menschenhände bewegt werden können.

Die Stosspräge, auch Spindelwerk genannt, ist in Fig. 315 abgebildet. Die Fig. 316 stellt die einzelnen Theile des eigentlichen Prägwerkes in einem grösseren Maassstabe als Fig. 315 dar, die Fig. 317 (a. S. 390) ist ein horizontaler Durchschnitt nach demselben Maassstabe. Die Maschine besteht in der Hauptsache aus einem sehr starken Gestelle von Gusseisen oder Kanonenbronze, welches in seinem oberen Theile AA eine Schraubenmutter enthält, aus einer durch diese Schraubenmutter hindurchgehenden Schraubenspindel BB, und einem wagerecht auf dem Kopfe der Schraube befestigten gleicharmigen 7 bis 10 Fuss langen Hebel CC. Die Schraube hat 4 bis 6 Zoll Durchmesser und 24 bis 30 Zoll Länge. Die beiden Enden des Hebels (Schwengels oder Balanciers) sind mit 50 bis 60 Pfund schweren linsenförmigen Schwunggewichten

Fig. 315.

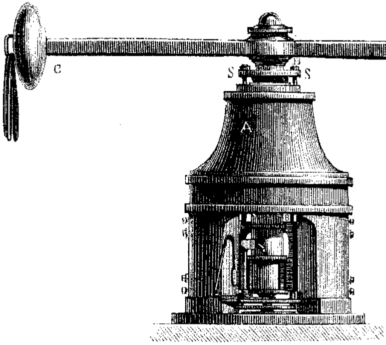
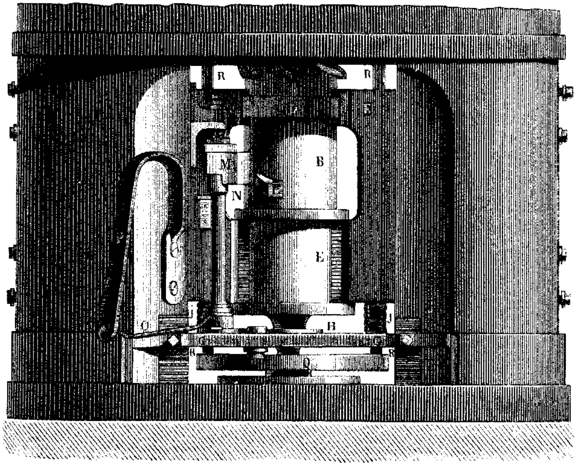
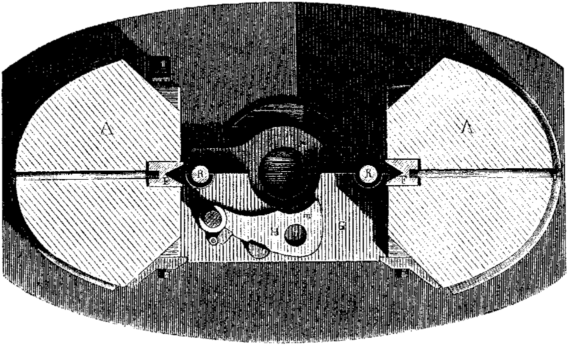


Fig. 316.



und mit einigen ledernen Riemen versehen, durch welche 6 bis 10 Arbeiter den Schwengel und die Schraubenspindel in Um-

Fig. 317.



drehung versetzen. Geschieht dieses in einer Richtung, dass die Schraube heruntergeht, so bewegt sie sich wegen der starken Neigung ihres Gewindes rasch abwärts und stösst dabei, unten angekommen, mit grosser Kraft gegen den Widerstand, den man ihrer weiteren Bewegung entgegensetzt. Der Schwengel macht dabei einen Bogen von $1/_6$ bis höchstens $1/_2$ Umgang.

Es ist leicht einzusehen, in welcher Weise die linsenförmigen Schwunggewichte *C C* dazu beitragen, den Stoss der Schraube gegen den Widerstand zu vergrössern. Die Arbeiter ertheilen einer jeden der beiden Linsen eine bestimmte Geschwindigkeit und diese erhalten dadurch eine Arbeitsfähigkeit (§§. 118 u. 119), welche von der Grösse der Masse und der ertheilten Geschwindigkeit abhängig ist. Liesse man die Linse mit der erhaltenen Geschwindigkeit unmittelbar gegen einen Widerstand einwirken, so würde daraus eine Arbeitsgrösse hervorgehen, die der lebendigen Kraft der bewegten Linse entspricht. In derselben Weise aber, wie eine kleine Kraft, welche am Ende *C* des Schraubenhebels wirkt, einen grossen Druck am Ende der Schraubenspindel erzeugt, und zwar nach S. 151 einen so grossen Druck, dass sich die Kraft am Ende des Hebels zu dem Druck am Ende der Spindel verhält, wie die Höhe eines Schraubenganges zu dem Umfange des Kreises, den der Endpunkt C des Hebels beschreibt, ebenso wird auch die Wirkungsfähigkeit der linsenförmigen Massen durch Vermittelung des Hebels und der Schraubenspindel in demselben Verhältnisse erhöht, so dass auch der Stoss der Spindel gegen ihren Widerstand bei gleicher Einrichtung der Präge um so stärker ist, je grösser die Massen und die Geschwindigkeiten der Schwunggewichte sind.

Die beiden Prägstempel, welche das vertiefte Gepräge der Münze tragen, sind von sehr hartem Stahl und auf ihren Oberflächen sorgfältig polirt. Der Oberstempel ist auf eine besondere Weise an dem unteren Theile der Schraubenvorrichtung befestigt, der Unterstempel befindet sich genau unterhalb desselben in dem Gestelle der Präge. Die zu prägenden Metallscheiben werden auf den Unterstempel gebracht, darauf vermittelst des Schwengels der Oberstempel mit grosser Heftigkeit herabgestossen und dadurch die Metallplatte von beiden Seiten mit so grosser Kraft gepresst, dass sie in die Vertiefungen der Prägstempel eindringt und ein erhabenes Gepräge annimmt. Da die Metallscheibe in einen Ring zu liegen kommt, der auf dem inneren Umfange die Buchstaben und Verzierungen in vertiefter Schrift enthält, so erhält die Münze durch denselben Stoss, der ihren Oberflächen das Gepräge giebt, auch zugleich auf ihrem Rande das erhabene Gepräge.

Es ist klar, dass der Oberstempel mit der Schraubenspindel zwar die fortschreitende, nicht aber zugleich die drehende Bewegung theilen darf; er darf also nicht direct auf der Unterseite der Spindel befestigt sein; die Einrichtung ist hier folgende. An dem unteren Theile der Schraubenspindel befindet sich ein ringförmiger Einschnitt, welcher von einem darin passenden Kragen D, Fig. 316, umgeben ist; an diesem ebenfalls ringförmigen Kragen ist der Schieber EE befestigt, der mit zwei seitlichen Vorsprüngen in den Führungen (Coulissen) FF', Fig. 317, des Gestelles bei seiner auf- und abgehenden Bewegung in verticaler Lage erhalten wird. Wenn die Schraube in Bewegung gesetzt wird, so dreht sie sich in dem Kragen D, und da dieser sich nicht drehen kann, weil er durch die Coulissen FF daran gehindert ist, so geht er herauf oder herunter und nimmt dabei den Schieber E mit. Auf der unteren Seite dieses Schiebers ist daher der Oberstempel unverrückbar befestigt.

Der Unterstempel liegt einfach auf einem beweglichen Stück oder einer ebenen Scheibe, deren halbkugelige convexe

Unterseite genau in die halbkugelige Höhlung eines sehr starken Stahlstücks passt, welches in der Mitte des Fussgestelles unverrückbar fest ist. Vermittelst zweier Schrauben kann das obere halbkugelige Stück in der darunter liegenden Pfanne festgestellt werden.

Der Zweck dieser Einrichtung ist die leichtere Adjustirung der Lage des unteren Stempels zu dem oberen, so dass die Stempel nicht nur genau unter einander stehen, sondern auch völlig parallel sind, und durch die Beweglichkeit des Unterstempels in der halbkugeligen Höhlung dieser Parallelismus, wenn er nicht genau vorhanden wäre, im Augenblick der Prägung hergestellt wird.

Je nachdem die Münze einen glatten oder einen verzierten Rand erhalten soll, wendet man verschiedene Prägringe an. Man unterscheidet daher den glatten Ring, welchen man anwendet, wenn der Rand der Münze leer bleiben soll, den Kerbring, welcher schmale und parallele Kerben enthält, und den gebrochenen Ring, welcher angewandt wird, wenn der Rand mit erhabenen Buchstaben oder Verzierungen versehen werden soll. In diesem Falle darf nämlich der Prägring nicht aus einem Stücke bestehen, weil sonst seine Vertiefungen mit den hineingepressten Erhabenheiten die Münze festhalten würden und letztere sich nicht mehr von dem Ringe würde trennen lassen. Der Ring wird daher aus drei Theilen zusammengesetzt, welche sich durch einen besonderen Mechanismus während des Prägstosses fest zusammengeschlossen halten, beim Herausheben der Münzen aber von selbst auseinander gehen. Die drei Theile des Ringes haben nämlich auf der Aussenseite eine kugelförmige Gestalt und liegen in einem abgestumpften Hohlkegel, dessen grössere Grundfläche oben ist und der sich also von oben nach unten verjüngt. Auf jedes Ringstück wirkt eine Feder, welche dasselbe in die Höhe, also in den oberen und weiteren Theil des Hohlkegels hinaufzieht und dadurch die einzelnen Stücke von einander etwas entfernt. In dem Augenblick, wo eine neue Metallscheibe den Stoss empfängt, werden die Ringtheile in den tieferen Theil des Hohlkegels hinabgestossen und dadurch fest zusammengeschlossen; wenn dann die Schraubenspindel zurückgeht und der Druck gegen die Münze nachlässt, wirken die Federn, welche die Ringtheile vom Rande der Münze loslösen und dieselben etwas in die Höhe heben.

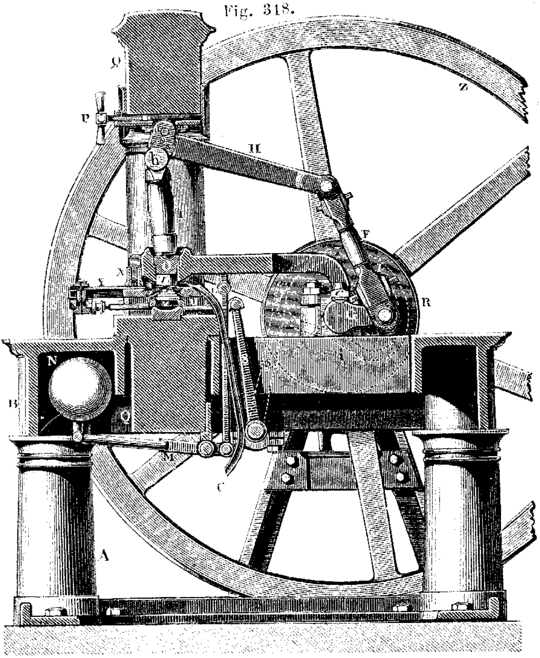
Das Einbringen der Platten auf den unteren Prägstempel und das Wegschieben der geprägten Stücke geschieht durch eine selbstthätige mechanische Vorrichtung, den sogenannten Zubringer. Beide Operationen geschehen in dem Augenblicke, wo die Schraube B in die Höhe geht. In der Höhe der oberen Basis des gebrochenen Prägringes befindet sich eine aus zwei Theilen bestehende Platte $G\,G$; in der Fig. 317 ist der hintere Theil dieser Platte absichtlich weggelassen, um das, was darunter liegt, sehen zu können. Auf dieser Platte bewegt sich der Zubringer H, der die Aufgabe hat, die frisch geprägte Münze vermittelst des Querstückes m fortzuschieben, und die zu prägende Platte, welche vorher in das Loch n gelegt worden ist, in die Mitte des Prägringes zu legen. Damit ersteres geschehen könne, muss die geprägte Münze bis über den Prägring gehoben werden und dieses geschieht auf folgende Weise. Der Unterstempel lässt sich vermittelst einer Platte Q, Fig. 316, die an zwei durch das Gestell frei hindurchgehende Stangen R, R angehängt ist, in die Höhe heben; diese Stangen R, R endigen in einer oberhalb der Schraubenmutter angebrachten Platte $S\,S$, Fig. 315, welche den Hals der Mutter ringförmig umgiebt. Wenn die Schraube in die Höhe geht, nimmt ihr oberes Gewinde dieses Ringstück und die vermittelst der Stangen R, R daran befestigte Platte Q ein wenig mit in die Höhe; aber gleich darauf tritt dieses Gewinde in eine dazu passende Mutter, die in der Platte $S\,S$ angebracht ist, so dass letztere während der ferneren aufsteigenden Bewegung der Schraube stehen bleibt und so die Platte Q in einer solchen Höhe schwebend erhält, dass das Gepräge des unteren Prägstempels sich gerade oberhalb der Platte G befindet.

Der Zubringer erhält seine Bewegung durch einen Daumen L, der auf der Schraubenspindel sitzt und bei der aufsteigenden Bewegung derselben einen Vorsprung M fasst; da dieser Theil mit einem anderen Vorsprung der verticalen Welle N in Verbindung steht, so bewirkt die Drehung des Daumens L bei der aufwärts gerichteten Bewegung der Spindel eine Drehung der Welle N und damit zugleich des Zubringers H, der unten an der Welle N befestigt ist. Indem die Schraube weiter in die Höhe geht, kommt der Daumen L nur noch an der cylindrischen Aussenseite mit dem Vorsprung M in Berührung, so dass der Zubringer sich nicht mehr dreht. Jetzt aber hebt bei weiterer Bewegung der Schraube ein Vorsprung der letzteren die Achse N und den Zubringer etwas in die Höhe, wodurch der Vorsprung M von dem Daumen L frei und der Zubringer durch den mit einer Feder P (Fig. 316) in Verbindung stehenden Zughaken O zurückgezogen wird. Bei dieser rückgängigen Bewegung geht der Zubringer, der durch den Vorsprung der Schraube einige Zeit gehoben bleibt, über die Metallplatte, welche er in die Mitte des Prägringes abgesetzt hat, hinweg. Wenn darauf die Schraube B herabgedreht wird, um die Prägung zu bewirken, trifft der Daumen L auf den Vorsprung M; dieser giebt nach ohne die Achse N zu drehen und kehrt alsbald durch eine Feder in seine Lage wieder zurück; gleichzeitig haben sich auch der Kragen SS und die Platte Q wieder gesenkt, der untere Prägstempel hat sich auf seine Unterlage gesetzt und die auf diesem Stempel liegende und daher ebenfalls sich senkende Metallscheibe ist in den Prägring gelangt, wo sie sofort von dem oberen Prägstempel den erforderlichen Stoss bekommt.

189 **Das Hebelprägwerk.** Es ist bereits hervorgehoben worden, dass man in neuerer Zeit statt der Schraube und des Stosswerkes das Princip des Kniehebels oder ein Druckwerk anwendet, dessen Vorzüge hauptsächlich darin bestehen, dass es weniger Raum einnimmt, dauerhafter ist und keine Erschütterungen der Umgebung verursacht, sowie wegen seiner rotirenden Bewegung leichter und mit weniger Kraftverlust betrieben werden kann. Diese Maschinen sind zuerst von Uhlhorn in Grevenbroich bei Düsseldorf gebaut worden und werden daher oft nach ihrem Erfinder genannt. Fast alle Staaten des Inlandes und des Auslandes haben zuerst von ihm solche Prägewerke bezogen und dann dieselben unverändert oder mit unwesentlichen Abänderungen nachgebaut. Um die möglichste Vollkommenheit der Ausprägung bei einer grossen Schnelligkeit der Arbeit zu erreichen, und um zu verhüten, dass die Stempel nicht aufeinander gehen und sich zerstören, wenn einmal der Zubringer versagen und keine Platte unterliegen sollte, oder dass, wenn einmal zwei Platten statt einer untergelegt würden, die zu grosse Dicke derselben den einzelnen Theilen der Maschine Schaden zufüge, sind ungemein sinnreiche Vorrichtungen angebracht, wodurch in solchen Fällen das schwere Schwungrad selbstthätig ausgelöst und die Maschine ausser Thätigkeit gesetzt wird. Ohne auf diese Einzelheiten einzugehen, welche von Uhlhorn mit seltener Präcision ausgeführt werden, wollen wir in dem Nachfolgenden die wesentlicheren Theile eines derartigen von Thonnelier gebauten Prägwerkes mit Hülfe der Fig. 318 näher beschreiben.

Auf der Welle eines grossen Schwungrades Z, welches von einer Dampfmaschine rundgetrieben wird, ist eine Kurbel G

Fig. 318.

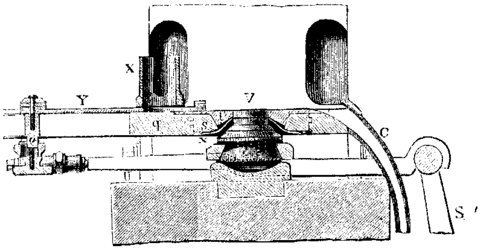


befestigt, die vermittelst eines Bläuels F auf einen Hebel H wirkt und diesem eine oscillirende Bewegung um den festen Punkt a ertheilt. Der kurze Hebelarm b des Hebels stützt sich gegen den Kopf einer starken Eisenstange I, des sogenannten Pendels, deren kugelförmig abgerundetes Ende auf eine Pfanne O des Schiebers J wirkt. Letzterer enthält den oberen Prägstempel V, und befindet sich am Ende eines um den Zapfen c drehbaren Hebels; in Folge von zwei Gegengewichten N, welche auf den Hebel ML wirken, wird der Schieber J beständig von unten nach oben gedrückt. Wenn die Kurbel G vermittelst des Bläuels F den Hebel H in die Höhe hebt, bewegt sich b abwärts und presst das Pendel I unter starkem Druck herab; dieser Druck pflanzt sich auf den Schieber J und den darin befestigten Oberstempel fort und ist so gross, dass, wenn sich zwischen Ober- und Unterstempel eine Metallscheibe befindet, diese das Gepräge der Stempel eben so vollkommen annimmt, als dieses bei der oben beschriebenen Balanciermaschine durch den Stoss geschieht. Um sich eine Vorstellung zu machen von der Grösse dieses Druckes, beachte man, dass schon der von der Dampfmaschine ausgeübte Druck, mit welchem das Ende des langen Hebels H in die Höhe gehoben wird, sehr beträchtlich ist, und dass nach den Gesetzen des Hebels der von dem kurzen Arme b auf das Pendel I und den Oberstempel O ausgeübte Druck noch ebenso viel mal grösser ist, so oftmal der Arm b kleiner ist als H.

Die Entfernung der beiden Prägstempel kann durch eine Stellschraube P, vermittelst welcher sich zwischen dem Gestelle Q der Präge und dem den Drehpunkt a des Hebels Hb enthaltenden Stahlbacken einen Keil vor- oder zurückschieben lässt, beliebig regulirt werden.

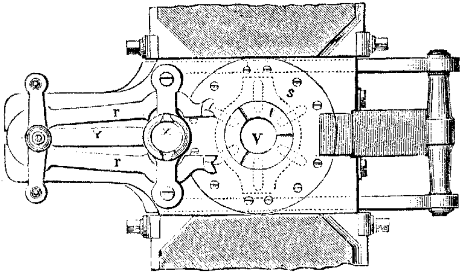
Die übrigen Theile der Maschine sind im Wesentlichen von den entsprechenden Theilen der Balancierpräge nicht verschieden; sie erhalten ihre Bewegung auf folgende Weise. Auf der Welle des Schwungrades sitzt eine Scheibe R mit einem excentrischen Ausschnitt ii, durch welchen die Warze eines Hebelarmes S gleiten kann. Die Form der Coulisse ii ist derart, dass bei dem Umlaufe der Scheibe R der Hebel S um die tiefer gelegene horizontale Welle hin- und herschwingt und dadurch zugleich den auf derselben horizontalen Welle sitzenden Hebel S' in eine oscillirende Bewegung versetzt. Da die Warze dieses letzteren Hebels S', Fig. 319, von dem hakenförmig gekrümmten Ende der Schubstange U umfasst wird, so nimmt letztere bei der Bewegung der Maschine eine hin- und hergehende Bewegung in horizontaler Richtung an. Wenn bei dieser Bewegung der Schieber U sich nach rechts bewegt, so legt sich eine in der Mitte desselben befindliche Erhöhung unter den unteren Prägstempel und hebt dadurch die auf diesem Stempel liegende geprägte Münze bis über den Rand des Prägringes in die Höhe. Gleichzeitig bewegt der Schieber U den Zubringer Y in derselben Richtung nach rechts, der nun seinerseits die fertige Münze von dem Unterstempel wegstösst, sie in eine Rinne C führt, durch welche sie in einen darunter gestellten Korb fällt, und gleich darauf eine frische Metallscheibe in

Fig. 319.



die Mitte des Prägringes einlegt. Zu diesem Zwecke besteht der Zubringer aus drei Theilen, wie es die Fig. 320 zeigt; die

Fig. 320.



beiden seitlichen Theile rr schliessen sich gegen den mittleren Theil X zusammen, so oft eine Metallscheibe erfasst und auf den unteren Prägstempel V gelegt werden soll; sobald aber dieses geschehen ist, entfernen sich diese beiden Theile von einander und der Zubringer wird nach links gezogen, wobei die Metallscheibe auf dem Unterstempel liegen bleibt. Die zu prägenden Metallscheiben werden in eine cylindrische Hülse X gelegt und von dem Zubringer von unten her einzeln ergriffen und auf den Unterstempel gebracht. Aus den Figuren 319 und 320 ist zugleich die Einrichtung des gebrochenen Prägringes zu ersehen, wie sie bereits beim Balancier beschrieben ist; q ist der Ringträger; s der kreisförmige Sitz des Ringes, der nach innen die kegelförmige Aushöhlung hat; t der aus drei Theilen bestehende Ring selbst; x sind Federn, welche den Ring offen und in der zum Ringträger richtigen Stellung zu halten haben.

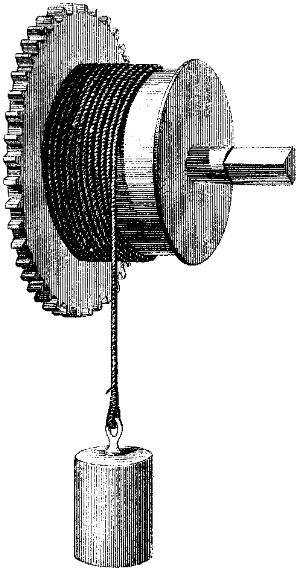
Bei den Münzprägen von Uhlhorn wird in dem Augenblicke, wo der Druck des niedergehenden Oberstempels kräftig zu wirken beginnt, dem Unterstempel eine ganz kleine, um etwa $\frac{1}{120}$ des Kreises betragende Drehung um seinen Mittelpunkt ertheilt, wodurch erfahrungsmässig das scharfe Ausprägen der Münze besser und unter merklich geringer Kraftanwendung erfolgt. Die Uhlhorn'schen Maschinen prägen von grossen Münzsorten, z. B. Thalern und Doppelthalern, 36 bis 40 Stück, von mittleren 50 bis 55, von kleinen Sorten 60 bis 75 Stück in einer Minute, und zwar mit unübertroffener Regelmässigkeit und Schönheit. Die Stossprägen leisten bei Weitem nicht so viel und werden daher auch fast ausschliesslich nur zum Prägen von Medaillen angewendet.

190 **Uhrwerke.** Wir wissen bereits, dass bei einer gleichförmigen Bewegung in gleichen, noch so klein genommenen Zeittheilchen gleiche Wege durchlaufen werden und dass überhaupt die durchlaufenen Wege den darauf verwandten Zeiten proportional sind. Eine derartige Bewegung eines Körpers ist daher besonders dazu geeignet, um eine Zeit zu messen, weil sie dieses Geschäft auf die Messung eines Weges zurückführt, welchen der Körper in der zu messenden Zeit durchläuft. Aus diesem Grunde ist man auch bei der Construction aller Zeitmesser vor Allem darauf bedacht, eine gleichförmige Bewegung hervorzubringen; man stösst jedoch dabei auf sehr grosse Schwierigkeiten. Eine Maschine kann sich nämlich nur dann mit derselben Geschwindigkeit bewegen, wenn die bewegende Kraft in jedem Augenblicke den sämmtlichen zu überwindenden Widerständen das Gleichgewicht hält. Wenn diese von unveränderlicher Grösse sind, so muss auch die treibende Kraft dieselbe Stärke behalten; wenn dagegen die Widerstände sich ändern, muss auch die bewegende Kraft zugleich in derselben Stärke sich verändern; geschieht dieses nicht, so kann auch das Gleichgewicht zwischen allen auf die Maschine wirkenden Kräften nicht erhalten werden. Nun aber begreift man leicht, dass es bei den verschiedenen Arten von Widerständen, die sich bei jedem beweglichen Maschinentheile wiederholen, ausserordentlich schwie-

rig, ja unmöglich ist, die Kraft derart wirken zu lassen, dass sie in jedem Augenblicke mit den Widerständen im Gleichgewichte ist, und dieses um so mehr, als die Widerstände oft in jedem Augenblicke je nach der Temperatur, dem Feuchtigkeitszustande der Luft oder aus anderen zufällig eintretenden Ursachen sich verändern. Da sich hiernach die Schwierigkeiten, welche sich der Herstellung einer gleichförmigen Bewegung entgegenstellen, nicht beseitigen lassen, so bleibt nur übrig, sie auf die eine oder die andere Weise zu umgehen; man erreicht dieses durch folgende Einrichtungen.

Federhaus und Schnecke. Um den Mechanismus 191
einer Uhr in Bewegung zu setzen, wendet man zweierlei Arten von bewegenden Kräften an, entweder Gewichte, das heisst die auf einen Körper wirkende Schwerkraft der Erde, oder Federn, d. i. die Elasticitätskraft elastischer Körper.

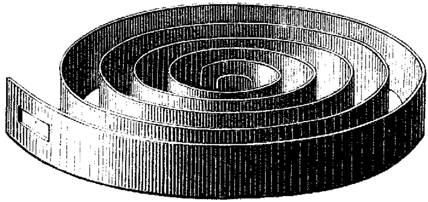
Fig. 321.



Wendet man als bewegende Kraft ein Gewicht an, so hängt man es an eine Schnur auf, welche einigemal um eine wagerechte Trommel, Fig. 321, geschlungen wird und mit ihrem Ende darauf befestigt ist. Die Trommel muss sich in Zapfenlagern um ihre Achse drehen lassen; da das Gewicht das Bestreben hat, herunterzusinken, so versetzt es dabei die Trommel vermittelst der sich abwickelnden Schnur in eine drehende Bewegung, welche durch ein auf der Trommel sitzendes Zahnrad den übrigen Theilen des Werkes mitgetheilt wird.

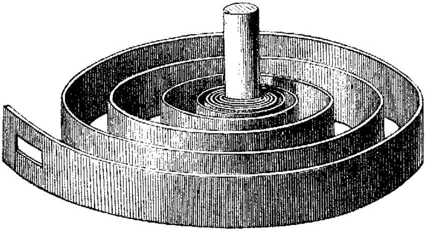
Die Federn, welche man bei den Uhren als bewegende Kraft anwendet, sind dünne und lange Stahlstreifen, die so bearbeitet sind, dass sie von selbst die Spiralform, Fig. 322, annehmen. Nehmen

Fig. 322.



wir an, dass das äussere Ende einer solchen Feder vermittelst eines Einschnittes an einem festen Haken, und das innere Ende an einer Achse befestigt sei, welche sich frei um sich selbst drehen könne; dreht man dann diese Achse in einer geeigneten Richtung mehrmal rund, so nimmt sie das darauf befestigte innere Ende der Feder mit und rollt dieselbe in immer engere Windungen derart zusammen, dass sie die in Fig. 323 an-

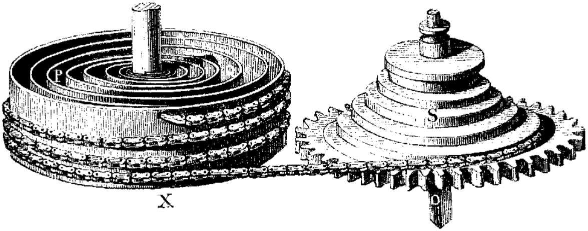
Fig. 323.



gezeigte Form annimmt. Lässt man darauf die Achse frei, so sucht die Feder ihre ursprüngliche Form wieder anzunehmen und ertheilt bei ihrem Abrollen der Achse eine der ersteren entgegengesetzte drehende Bewegung, welche vermittelst eines Räderwerkes auf die übrigen Theile des Mechanismus übertragen wird. Es ist übrigens klar, dass man auch das innere Ende der Feder fest machen kann; wenn man dann das äussere Ende an ein Stück befestigt, welches um die Achse der Spirale drehbar ist, so ertheilt sie bei ihrem Abrollen diesem Stücke ebenfalls eine Drehung um ihre Achse.

Vergleicht man diese beiden bewegenden Kräfte, die Gewicht- und die Federkraft, mit einander, so stellt sich eine wesentliche Verschiedenheit heraus. Während nämlich das Gewicht immer mit derselben Stärke wirkt, nimmt die Kraft der Feder von dem Augenblicke an, wo sie zu wirken beginnt, bis zu dem Punkte, wo sie ihre ursprüngliche Form wieder angenommen hat, beständig ab. Da jedoch zur Erzielung eines regelmässigen Ganges der Uhr erforderlich ist, dass die Kraft in ihrer Wirkung dieselbe Intensität beibehalte, so sucht man mit Hülfe eines besonderen Mechanismus, der sogenannten Schnecke, die Wirkung der Feder zu reguliren und ihre Zugkraft constant zu machen. Zu diesem Zwecke schliesst man die Feder in ein besonderes Gehäuse A ein, welches das Federhaus genannt wird (Fig. 324);

Fig. 324.



auf dem äusseren Umfange dieses Gehäuses ist das eine Ende einer das Federhaus mehrmals umschlingenden gegliederten Kette B befestigt, während das andere Ende derselben auf dem unteren Theile einer kegelförmig gestalteten Trommel C fest aufsitzt. Letztere führt den Namen der Schnecke, weil auf ihrem Umfange mehrere schneckenförmig gewundene Gänge oder Staffeln eingeschnitten sind, auf welche die einzelnen Windungen der Gliederkette sich neben einander legen können. Wenn die Feder ganz angespannt ist, liegt die Kette auf der ganzen Oberfläche der Schnecke aufgewunden; sie verlässt die Schnecke an deren oberem Ende C oder an der kleineren Basis und endigt auf dem äusseren Umfange des Federhauses A, welches sie nur eben berührt. Das innere Ende der Feder ist unverrückbar fest, ihr äusseres Ende aber ist am Umfange des Federhauses befestigt. Wenn sie sich also abwickelt, dreht sie das Federhaus um ihre feste Achse rund und theilt diese Bewegung durch die Kette B auch der Schnecke C mit; die Kette wickelt sich von der Schnecke ab und rollt sich auf das Federhaus auf, und diese Bewegung dauert so lange, bis die ganze Kette auf dem Federhause liegt und wie in Fig. 324 die Schnecke nur noch eben an ihrer grösseren Basis berührt. Nun ist klar, dass durch die beständige Abnahme der Federkraft während der ganzen Bewegung auch die Spannung der Kette B beständig abnimmt; andererseits aber wirkt die Kette während dieses ganzen Verlaufes an verschiedenen, und zwar immer grösser werdenden Umfängen der Schnecke C, und ihre stetig abnehmenden Spannungen wirken an ebenso stetig zunehmenden Hebelarmen. Wenn man nun der Schnecke die richtige Form giebt, wodurch die Abnahme der Federkraft durch die gleichzeitige Zunahme des Hebelarmes, an welchem sie wirkt, compensirt wird, so ist die Wirkung der Feder auf die Schnecke während der ganzen Dauer ihrer Abwickelung genau ebenso, als ob sie mit unveränderlicher Stärke an einem und demselben Hebelarme thätig gewesen wäre. Die Bewegung der Schnecke wird nun wieder vermittelst eines Zahnrades D auf die übrigen Theile des Uhrwerkes übertragen.

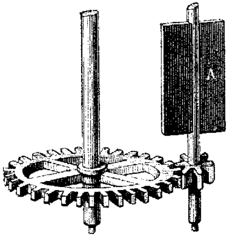
192 Wie also auch die bewegende Kraft beschaffen sein mag, in allen Fällen wird durch dieselbe zunächst eine Welle mit einem Zahnrade in Bewegung gesetzt; das Zahnrad greift in ein kleineres Getriebe, welches auf der Welle eines zweiten Zahnrades sitzt; das zweite Zahnrad greift wieder in ein kleineres Getriebe, welches der Welle eines dritten Zahnrades angehört u. s. w. Die einzelnen Wellen sind alle mit einander parallel und haben ihr Lager in der Regel in zwei auf ihrer Richtung senkrechten parallelen Grundplatten. Wenn das erste Zahnrad sechsmal so viel Zähne hat, als das Getriebe, mit welchem es im Eingriff steht, so macht letzteres sechs Umläufe, wenn ersteres sich einmal rund dreht; wenn das Zahnrad der zweiten Welle viermal so viel Zähne hat, als das Getriebe der folgenden dritten Welle, so macht diese vier Umläufe, während die zweite Welle einen Umlauf vollendet, die dritte Welle macht also vierundzwanzig Umdrehungen, während die erste Welle sich einmal rund dreht. Auf diese Weise pflanzt sich die Bewegung der ersten Welle nicht bloss einfach auf die zweite, dritte, vierte ... Welle fort, sondern die Bewegungen der einzelnen Wellen werden immer schneller, je mehr Räderpaare man anwendet, da die Geschwindigkeiten je zweier aufeinander-

folgender und im Eingriff stehender Räder sich umgekehrt verhalten, wie die Anzahl der Radzähne.

Der Windfang oder das Flügelrad. Es bleibt nun 193
noch übrig zu zeigen, wie die von der bewegenden Gewicht- oder Federkraft auf das Räderwerk übertragene Bewegung regulirt und zu einer möglichst gleichförmigen gemacht werden kann, was nothwendig geschehen muss, um auf einem Zifferblatte durch einen oder mehrere Zeiger die Zeit angeben zu können.

Wir müssen nochmals wiederholen, dass die Bewegung nur dann gleichförmig sein kann, wenn die bewegende Kraft fortwährend mit der Gesammtheit der Widerstände im Gleichgewicht erhalten wird. Um dieses zu bewirken, versieht man die letzte Welle des Räderwerkes, welche die grösste Geschwindigkeit hat, mit Flügeln, die bei ihrer Bewegung durch die Luft einen gewissen Widerstand erleiden. Die Fig. 325 zeigt die Anordnung solcher **Windflügel**, wie sie gewöhnlich angewandt werden; sie bestehen aus einem dünnen rechteckigen Metallblech A, welches durch eine gemeinschaftliche, mitten durch das Blech gehende Achse in zwei Flügel getheilt wird; auf dieser Achse sitzt das Getriebe, welches von dem Zahnrade der vorangehenden Welle rundgetrieben wird und wodurch zugleich die Windflügel in rasche Umdrehung versetzt werden. Der Widerstand, den dieselben bei ihrer Bewegung durch die Luft erleiden, wächst nach §. 157 mit dem Quadrate der Geschwindigkeit. Im Anfange der Bewegung ist daher dieser Widerstand sehr gering, und da die bewegende Kraft zu gross ist, um mit den Widerständen ins Gleichgewicht zu kommen, so nimmt die Geschwindigkeit der Bewegung zu. Durch diese Geschwindigkeitszunahme wächst aber der Widerstand der Luft gegen die Windflügel sehr rasch, so dass bald der Moment eintritt, wo in Folge der stetigen Geschwindigkeitszunahme und der damit verbundenen Zunahme des Luftwiderstandes die bewegende Kraft mit den gesammten Widerständen ins Gleichgewicht tritt; da von diesem Augenblicke an die Bewegung sich nicht mehr

Fig. 325.



verändert, so bleibt sie so lange gleichförmig, als die Kraft ihre ursprüngliche Stärke unverändert beibehält.

Die Benutzung des Luftwiderstandes zur Erzielung einer gleichförmigen Bewegung hat den grossen Vortheil, dass die Grösse dieses Widerstandes von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig ist. Wenn aus irgend einer Ursache die Geschwindigkeit zu gross würde, so würden die Widerstände, die mit der Geschwindigkeit wachsen, die bewegende Kraft überwiegen und die Bewegung müsste abnehmen; wenn im Gegentheil die Geschwindigkeit zu klein wäre, so würden mit der Abnahme der Geschwindigkeit auch die Widerstände rasch abnehmen, die bewegende Kraft würde überwiegend werden und die Bewegung selbst müsste zunehmen. Auf diese Weise dient die Benutzung des Luftwiderstandes nicht bloss dazu, um dem Räderwerke einer Uhr eine gleichförmige Bewegung zu ertheilen, sondern sie bewirkt auch, dass diese Bewegung eine ganz bestimmte Geschwindigkeit annehmen muss, welche von der Grösse der angewandten Kraft abhängt. Wären die Widerstände von der Geschwindigkeit der Bewegung nicht abhängig, so würde das Gleichgewicht zwischen der bewegenden Kraft und den Widerständen immer noch eine gleichförmige Bewegung des Mechanismus zur Folge haben, aber die bewegende Kraft hätte auf die Geschwindigkeit der Bewegung gar keinen Einfluss; dieselbe könnte vielmehr eben so gut langsam, als schnell erfolgen.

Wendet man dagegen einen Windfang an, so kann bei einer bestimmten bewegenden Kraft die Bewegung erst dann gleichförmig werden, wenn ihre Geschwindigkeit so gross ist, dass der Luftwiderstand und die übrigen passiven Widerstände der Kraft das Gleichgewicht halten; ist die Kraft gross, so muss also auch die Geschwindigkeit gross werden, bevor die Bewegung gleichförmig werden kann; soll eine kleine Geschwindigkeit erzeugt werden, so muss auch die bewegende Kraft klein genommen werden; durch eine passende Wahl in der Grösse der bewegenden Kraft kann man also jede Geschwindigkeit des Räderwerkes erzielen, welche man zu haben wünscht. Damit die Bewegung desselben eine Zeit lang mit derselben Geschwindigkeit geschehe, muss natürlich auch die bewegende Kraft unverändert dieselbe Grösse beibehalten, was in der Wirklichkeit der Fall ist, wenn man als Motor ein Gewicht anwendet; bedient man sich aber dazu der Federkraft, so muss dieselbe vermittelst einer Schnecke fortwährend regulirt werden.

So sehr auch das vorerwähnte Mittel zur Regulirung der

Bewegung eines Uhrwerkes geeignet zu sein scheint, so erfüllt es seinen Zweck in der Wirklichkeit doch nur theilweise; denn einestheils ist die Luftmasse, welche von dem Windfang aus der Stelle vertrieben werden muss, nicht immer in demselben Zustande, und unvermeidliche Luftströmungen haben auf den Lauf der Flügel einen mehr oder minder grossen Einfluss, anderntheils wird auch durch die kleinste Aenderung in der Grösse der bewegenden Kraft und die damit verbundene noch grössere Aenderung in dem Widerstande das Gleichgewicht zwischen diesen beiden Kräften gestört und die Gleichförmigkeit der Bewegung aufgehoben. Man kann daher von dem genannten Mittel überall nur da Anwendung machen, wo die Bewegung nicht in so hohem Grade gleichförmig zu sein braucht, als dieses bei den Uhren zur Messung der Zeit erforderlich ist. So bedient man sich unter Anderem der Windflügel bei den mechanischen Bratenwendern, zur Bewegung der kleinen Pumpen in den Uhrlampen, bei den mechanischen Einrichtungen, durch welche Wachsbüsten oder andere Ausstellungsgegenstände in den Schaufenstern rundgedreht werden; auch kommen sie da zur Anwendung, wo die Bewegung eines Körpers nur eine kurze Zeit hindurch gleichförmig zu sein braucht, wie bei dem in §. 111 beschriebenen Fallapparate von Morin, und in denjenigen Theile einer Uhr, welcher das sogenannte Schlagwerk derselben bildet.

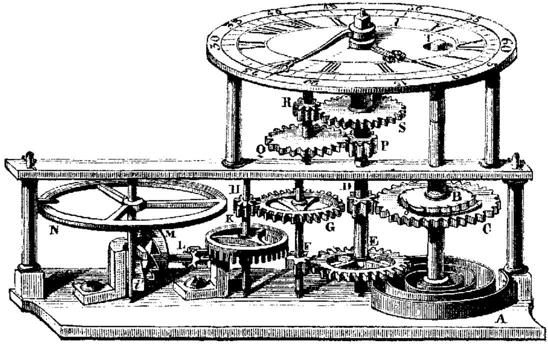
Die Hemmung oder das Echappement. Da es kein 194
Mittel giebt, um einem zusammengesetzteren Mechanismus auf längere Zeit eine vollkommen gleichförmige Bewegung zu ertheilen, so muss man sich darauf beschränken, eine periodisch gleichförmige Bewegung zu erhalten, eine Bewegung also, welche in den einzelnen auf einander folgenden kleinen Zeitabschnitten sich regelmässig und in gleicher Weise wiederholt; auch diese Aufgabe ist mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden, aber sie sind doch leichter zu überwinden, als diejenigen, welche sich der Herstellung einer andauernden gleichförmigen Bewegung entgegenstellen. Man verfährt daher im Allgemeinen so, dass man mit dem Räderwerke noch ein besonderes Stück verbindet, welches regelmässige Schwingungen macht und das bei jeder Schwingung die Bewegung des Räderwerkes auf einen Augenblick vollständig hemmt. Die Bewegung des Werkes ist also eine absetzende oder springende, und die Zeiger bewegen sich vor dem Zifferblatte nicht gleichförmig, sondern sprungweise; da die einzelnen Sprünge des Zeigers nur sehr

klein sind, so bemerkt man sie nicht leicht und die Bewegung scheint sehr langsam vor sich zu gehen; anders ist es natürlich, wenn der Zeiger grössere Sprünge macht, wie bei den die einzelnen Secunden angebenden Zeigern.

Man nennt diesen hin- und herschwingenden Theil, durch welchen die Bewegung des Uhrwerkes in gleichen Zeitabschnitten regelmässig gehemmt wird, den Regulator, und das ganze System der einzelnen Theile, welche diese periodisch wiederkehrenden Arretirungen bewirken, die Hemmung oder das Echappement.

195 **Die Spindelhemmung.** Der älteste Regulator der Uhren ist ein kleines Rad, die Unruhe genannt, mit verhältnissmässig schwerem Kranze, welches sich um seine Axe frei drehen kann. Dasselbe bildet eine Art Schwungrad und wird durch das Räderwerk der Uhr und der Hemmung in regelmässige Schwingungen versetzt, welche ihrerseits wieder die Bewegung der Räder periodisch unterbrechen. Die Fig. 326

Fig. 326.



dient dazu, dieses näher zu erläutern; absichtlich sind dabei die einzelnen Räder so weit als möglich von einander entfernt, und ihre Achsen in eine gemeinschaftliche Ebene gestellt, um das Ineinandergreifen und das Wirken derselben möglichst deutlich erscheinen zu lassen. In der Wirklichkeit, wo es sich besonders darum handelt, alle einzelnen Theile in einen möglichst kleinen Raum zusammenzudrängen, giebt man ihnen natürlich andere Stellungen.

Die Feder A, deren äusseres Ende fest ist, hat, nachdem sie vorher vermittelst eines auf den Zapfen T gesteckten Schlüssels aufgedreht worden ist, das Bestreben, sich in der entgegengesetzten Richtung wieder abzuwickeln, und die Axe T, auf welcher ihr inneres Ende befestigt ist, rund zu drehen. Diese Achse trägt ein Sperrrad B mit schrägen Zähnen, welches vermittelst eines Sperrkegels O und einer Sperrfeder mit dem Rade C, das nicht auf der Achse T befestigt ist, sondern sich frei um dieselbe drehen kann, verbunden ist. Dreht man vermittelst des Schlüssels die Achse T in der gewöhnlichen Richtung, wie die Stundenziffern des Zifferblattes gezählt werden, rund, so dreht sich das Sperrrad B mit rund, da der Sperrkegel O über den Rücken der schrägen Zähne gleiten kann und also diese Bewegung gestattet. Bei dieser Drehung der Achse T steht das Rad C stille. Hat man die Feder A auf diese Weise aufgezogen und lässt man sie darauf frei, so sucht sie sich wieder abzuwickeln und die Achse T nach der entgegengesetzten Richtung rund zu drehen; das Sperrrad B nimmt an dieser Drehung Theil und drückt vermittelst des in seinen Zähnen liegenden und nun nicht mehr ausweichenden Sperrkegels O und der auf dem Rade C befestigten Feder gegen dieses letztere Rad, so dass nun das Rad C an der drehenden Bewegung der Achse Theil nehmen muss. Das Rad C greift in das Getriebe D, folglich dreht sich auch dieses Getriebe und das Rad E; E wirkt auf F und treibt dieses nebst dem Rade G rund; endlich theilt sich die Bewegung von G dem Getriebe H und dem Kronenrade K, wie dem Getriebe L und dem letzten Rade M, dem sogenannten Spindelrade, mit. Vor dem Rade M, dessen Zähne, wie die Fig. 326 zeigt, eine besondere Form haben, steht in dem Spindelstuhle die Achse der Balance oder der Unruhe N; letztere ist mit zwei um einen rechten Winkel auf ihrem Umfange von einander entfernten Lappen i, i' versehen, von denen der eine i oben, der andere i' unten derart gestellt ist, dass sie bei dem Hin- und Herschwingen des Balanciers N abwechselnd in die Zähne des Rades M gerathen und dadurch die Hemmung dieses Rades M bewirken. Wenn sich in Folge der Federwirkung das Rad M dreht, stossen seine Zähne abwechselnd gegen den einen oder den anderen Lappen i, i'; der obere Lappen i z. B. erhält einen Stoss, welcher ihn von vorne nach hinten treibt; aber damit kommt der untere Lappen i', der sich in derselben Richtung bewegt, zwischen die Zähne des Rades M, arretirt dasselbe einen Augenblick, erhält aber zugleich einen Stoss, der ihn in der entgegengesetzten Richtung wieder nach vorne treibt. Bei dieser rückgängigen Bewegung des Rades N aber begegnet der obere Lappen i wieder den Zähnen des Rades M und wird wieder nach hinten getrieben, worauf der untere Lappen i' wieder einfällt und einen Stoss nach vorne erhält u. s. w. Auf diese Weise versetzt das Rad M vermittelst der Lappen i, i' das Rad N in hin- und hergehende Oscillationen und wird zugleich bei jedem Einfallen eines der Lappen in seiner Bewegung arretirt; aber hierdurch wird auch das übrige Räderwerk gehemmt und die continuirliche Bewegung desselben in eine absetzende verwandelt.

Da bei jedem Einfallen eines Lappens in die Zähne des Rades M der Balancier N seine Bewegung noch eine Zeitlang fortzusetzen sucht, so übt dieser Lappen jedesmal einen Stoss gegen das Rad M aus und bewegt dieses ein wenig in der entgegengesetzten Richtung seiner eigentlichen, von dem Rade K ihm ertheilten Bewegung. Das Räderwerk steht also im Augenblicke des Einfalls der Lappen i, i' nicht vollkommen still, sondern es macht eine kleine rückgängige Bewegung. Die vorstehende Hemmung, welche vorzugsweise durch die spindelförmige Achse des Rades N hervorgebracht wird, daher auch die Spindelhemmung oder der Spindelgang, auch wohl die zurückspringende Hemmung genannt wird, erfüllt daher ihren Zweck nur unvollkommen; ausserdem ist der Stoss, den das Rad M gegen die Lappen i, i' und damit auf den Balancier ausübt, stärker oder schwächer, je nachdem der Druck der Zähne des Hemmungsrades M gegen die Lappen grösser oder kleiner ist. Die Aenderungen, welche in der Grösse der bewegenden Kraft leicht eintreten können, und die immer eintreten, wenn man eine Federkraft ohne Schnecke anwendet; ebenso die Aenderungen in der Grösse der Reibung der einzelnen Theile, auf welche die jedesmalige Beschaffenheit des Oels von Einfluss ist, sind ebenso viele Ursachen, dass der Stoss des Rades M gegen die Lappen der Spindel nicht dieselbe Grösse hat und daher die Schwingungen der Unruhe von ungleicher Zeitdauer sind. Jedenfalls muss bei der Anwendung des Spindelganges dafür gesorgt werden, dass sowohl die bewegende Kraft, als auch die Gesammtheit der Widerstände sich so wenig als möglich ändern könne und dass diese Kräfte während der ganzen Dauer der Bewegung ihre anfängliche Grösse beibehalten.

Minuten- und Stundenzeiger. Aus der Figur 326 lässt 196
sich zugleich ersehen, in welcher Weise das Räderwerk den Minuten- und Stundenzeiger vor dem Zifferblatt mit verschiedener Geschwindigkeit rundbewegt. Die Achse des Rades E ist verlängert und trägt an ihrem Ende den Minutenzeiger; es muss daher die Kraft der Feder und die Bewegung des Regulators so abgeglichen sein, dass sich das Rad E und seine Achse in einer Stunde genau einmal runddreht. Auf dieselbe Achse ist das Getriebe P aufgeschoben, welches in das Zahnrad Q, W e c h s e l r a d genannt, eingreift; auf der Achse dieses Rades sitzt das Getriebe R, welches mit dem S t u n d e n r a d e S im Eingriff steht. Die Achse dieses letzteren Rades ist hohl und lässt die Achse des Getriebes P oder des Minutenzeigers frei hindurchgehen; auf dem Ende dieser hohlen Achse sitzt dann der Stundenzeiger. Auf diese Weise drehen sich die beiden Zeiger um einen und denselben Mittelpunkt und sind dennoch von einander theilweise unabhängig, so dass sie ungleiche Geschwindigkeiten annehmen können. Das Getriebe P hat 8 Zähne, das Wechselrad Q deren 24; der Minutenzeiger macht daher drei Umläufe, während das Rad Q und das Getriebe R nur einmal rund gehen. Das Getriebe R hat wieder 8, das Stundenrad S aber 32 Zähne, so dass ersteres viermal rund geht, während S sich nur einmal umdreht. Dreht sich also der Minutenzeiger einmal ganz rund, so machen Q und R nur $\frac{1}{3}$ ihres Umlaufes; drehen sich Q und R einmal ganz rund, so macht S und der Stundenzeiger nur $\frac{1}{4}$ ihres Umlaufes; drehen sich aber Q und R nur um $\frac{1}{3}$ eines Umlaufes, so macht das Stundenrad S und der Stundenzeiger nur $\frac{1}{12}$ einer vollen Umdrehung. Man sieht also, dass sich auf diese Weise die beiden Zeiger mit verschiedenen Geschwindigkeiten auf dem Zifferblatte bewegen und zwar derart, dass, wenn der Minutenzeiger einmal rund geht, der Stundenzeiger nur $\frac{1}{12}$ der Umdrehung macht, oder auch, dass sich der Minutenzeiger 12mal rund dreht, wenn der Stundenzeiger eine ganze Umdrehung macht; die Bewegung der beiden Zeiger ist also eine solche, wie sie zur Anzeige der Stunden und der Minuten erforderlich ist.

Das ganze System der Räder P, Q, R, S mit den beiden Zeigern erhält seine Bewegung durch die einzige Achse des Minutenrades E. Damit man aber die Zeiger nach Belieben vorwärts oder rückwärts stellen könne, ohne das Rad E mitdrehen zu müssen, ist der Minutenzeiger oder sein Getriebe

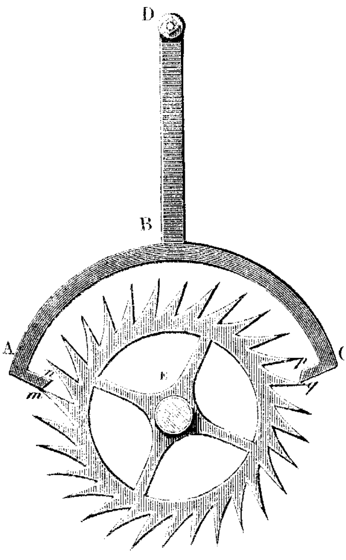
P nicht mit der Achse des Rades E fest verbunden. Letztere geht daher nicht durch das Zifferblatt hindurch, sondern reicht nur bis zu dem Getriebe P. Eine der beiden Achsen von P oder von S ist hohl und die andere ist so in die Höhlung der ersteren gesteckt, dass beide durch Reibung auf einander festgehalten werden. Wird daher eine dieser Achsen durch irgend eine Kraft rundgedreht, so nimmt sie durch die Reibung die andere mit, es sei denn, dass diese letztere durch einen Widerstand zurückgehalten werde, der im Stande ist, die Reibung der beiden auf einander geschobenen Achsen zu überwinden. Bei der Drehung des Minutenrades E, welche durch die Federkraft entsteht, wird daher auch das Getriebe P mit dem darauf befestigten Minutenzeiger rundbewegt, da bei dieser Bewegung nur der geringe Widerstand der Räder Q und S überwunden werden muss und dieser viel geringer ist, als die Reibung der in einander steckenden Achsen der Räder E und P. Wenn man dagegen die Zeiger verstellt, indem man mittelst eines Schlüssels oder mit dem Finger den Minutenzeiger direct dreht, so drehen sich zwar die Räder P, Q, R, S und der Minutenzeiger ebenfalls, aber diese Bewegung kann sich nicht auf das Rad E fortpflanzen, vielmehr dreht sich das Getriebe P mit seiner Achse um die stehen bleibende Achse des Rades E, da die auf die Drehung dieses letzteren Rades wirkenden Widerstände grösser sind als die Reibung der beiden genannten Achsen. Man kann also durch diese Einrichtung den Minutenzeiger unmittelbar verstellen, ohne dass diese Drehung sich den übrigen Theilen des Räderwerkes, mit Ausnahme der Zeigerräder P, Q, R, S, mittheilte.

Da beim Aufziehen des Werkes das Rad C an der Drehung der Achse T und des Sperrrades B keinen Antheil hat, so stehen während dieser Zeit das Räderwerk und die beiden Zeiger still. Erst wenn die Elasticität der Feder zu wirken beginnt, nimmt, wie oben bereits erklärt worden ist, die rückgängige Bewegung des Sperrrades B vermittelst des Sperrkegels O und der darauf wirkenden Druckfeder das Rad C mit, worauf sich die Bewegung sofort allen übrigen Theilen des Räderwerkes mittheilt.

197 **Die Ankerhemmung der Pendeluhren.** Kehren wir zurück zu der Untersuchung der verschiedenen Arten von Hemmungen. Schon im Jahre 1657 wandte Huygens das Pendel als Regulator der Uhren an und hatte damit ein Mittel

gefunden, durch welches die grösste Genauigkeit in dem Gange derselben erreicht werden kann. Wie man nämlich es auch einrichten mag, um die bewegende Kraft in unveränderlicher Stärke auf den Regulator einwirken zu lassen, so erreicht man dieses Ziel doch nur unvollkommen; es ist daher sehr wichtig, einen Regulator zu besitzen, dessen Schwingungsdauer von den Schwankungen in der Stärke der bewegenden Kraft unabhängig ist; ein solcher Regulator ist aber das Pendel, weil die Dauer der einzelnen Schwingungen nicht abhängt von ihrer Weite (der Amplitude), wenn diese selbst nur klein genug ist. Wenn daher auch die Weiten der Pendelschwingungen in Folge einer ungleichen Krafteinwirkung des Motors, z. B. einer Feder, nicht ganz gleich sind, so bleibt doch die Dauer der Schwingungen stets dieselbe, was auf die Regulirung eines Räderwerkes offenbar von grossem Einfluss ist. Damit ist jedoch nicht ausgeschlossen, dass man, um einen möglichst hohen Grad von Vollkommenheit in dem Gange einer Uhr zu erreichen, dennoch die grösste Sorgfalt darauf richten muss, um die Wirkung der bewegenden Kraft auf den Regulator constant zu erhalten.

Fig. 327.



Die Construction der Hemmung, welche man mit dem Pendelregulator zu verbinden hat, ist bei den verschiedenen Arten von Uhren verschieden; die gewöhnlichste dieser Vorrichtungen ist jedoch die in Fig. 327 abgebildete Ankerhemmung. Sie besteht aus einem ankerförmig geformten Stück ABC, welches sich um eine wagerechte Achse D frei drehen kann und von einem damit in Verbindung stehenden Pendel in eine oscillirende Bewegung um die Achse D versetzt wird. Zwischen den beiden Enden A und C dieses Ankers steht ein verticales Zahnrad E, Steigrad genannt, mit eigenthümlich geformten Zähnen, welches auf der letzten Welle der verschiedenen Räderpaare befestigt ist und daher in Folge der Einwirkung der bewegenden Kraft eine anhaltende Drehung anzunehmen sucht.

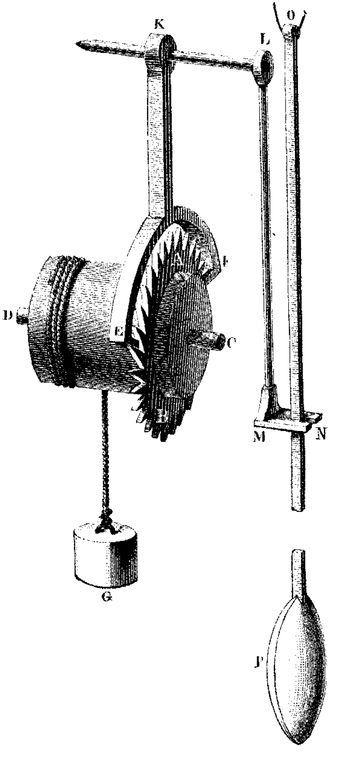
Das Rad E dreht sich in einer solchen Richtung, dass seine Zähne abwechselnd gegen die untere Fläche des linken Ankerlappens A und gegen die obere Fläche des rechten Lappens C anstossen. Da diese beiden Flächen nach Bogen geformt sind, welche ihre Mittelpunkte in D haben, so muss während der ganzen Zeit, wo sich eine dieser Flächen auf einem Zahne des Rades E fortschiebt oder ein Zahn mit diesen Flächen in Berührung kommt, dieser Zahn und folglich auch das ganze Rad E vollkommen still stehen. Das Gegentheil findet, wie wir gesehen haben, bei der Spindelhemmung statt, indem die Zähne des Hemmungsrades während der Zeit, wo sie mit einem Spindellappen in Berührung sind, durch den Stoss der Unruhe eine rückgängige Bewegung erhalten.

Die beiden Lappen A und C des Ankers sind an den dem Rade E zugekehrten Flächen mn, pq nach entgegengesetzten Richtungen abgeschrägt, so dass die Zähne dieses Rades, bevor sie ganz frei werden, über diese schiefen Stellen gleiten müssen. In dem Augenblick, wo ein Zahn eine dieser kleinen geneigten Ebenen passirt, übt er gegen den Ankerlappen einen Druck aus, der sich sofort auf das mit dem Anker in Verbindung stehende Pendel fortpflanzt und diesem dasjenige an Bewegungsgrösse ersetzt, was es durch den Luftwiderstand und die Reibung oder die Steifigkeit der Aufhängung bei jeder Schwingung verliert. Um hiervon eine klare Anschauung zu erhalten, denke man sich in der Figur 327 das Pendel und den Anker AC noch ein wenig nach der Linken hinbewegt; der Lappen pq verlässt dann die Zahnlücke zwischen p und q gänzlich, das Rad E dreht sich unter der Einwirkung der bewegenden Kraft der Uhr (des Gewichtes oder der Feder) in der Richtung $mnpq$ um die halbe Zahnlücke weiter und wird dann durch den Einfall des Lappens mn gehemmt; der bei m liegende Zahn lehnt sich dabei gegen die untere Fläche des Lappens A an und muss bei der weiteren Bewegung des Ankers gänzlich stillstehen, da diese Fläche ein Kreisbogen ist, welcher D zum Mittelpunkt hat, und folglich die Spitze des Zahnes stets in gleicher Entfernung von D bleibt. Wenn darauf das Pendel und der Anker nach der Rechten schwingen, so verlässt A die Radzähne wieder, der arretirte Zahn bei m wird wieder frei, die bewegende Kraft der Uhr dreht das Rad E wieder um eine halbe Zahnbreite und der genannte Zahn streift dabei über die schiefe Fläche mn, indem er den von dem Rade E ausgehenden Druck auf diese Fläche überträgt und damit dem Anker einen Stoss in der Richtung seiner Bewegung nach rechts ertheilt. Gleich darauf legt sich der Lappen C in die nächste Zahnlücke ein und arretirt dadurch das Rad E und das ganze Räderwerk; der betreffende Radzahn lehnt sich dabei gegen die obere bogenförmige Fläche dieses Lappens an und steht während der ferneren Bewegung des Ankers ebenfalls gänzlich still. Schwingt dann das Pendel und der Anker wieder nach der Linken, so verlässt C die Radzähne wieder, der vorliegende Zahn streift über die schiefe Ebene pq und ertheilt dem Anker und dem Pendel einen neuen Stoss in der Richtung der vorhandenen Bewegung nach rechts. Auf diese Weise wiederholt sich das Spiel ununterbrochen bei jeder Schwingung des Pendels, und es ist leicht einzusehen, wie ohne das Vorhandensein der beiden schiefen Flächen mn, pq das Pendel sehr bald in Ruhe kommen würde, ohne dass die bewegende Kraft aufhörte, auf das Rad E zu wirken. In der That müsste wegen des Widerstandes der Luft und in Folge der Reibung der Achse D und der Zähne des Rades E gegen die Lappen des Ankers die Weite der Pendelschwingungen immer mehr abnehmen und würde bald so klein werden, dass die Zähne des Hemmungsrades E nicht mehr frei würden, worauf dann das ganze Uhrwerk still stände. Durch die schiefen Flächen erhalten jedoch bei jedem Durchgange eines Zahnes der Anker und das Pendel einen Stoss, der hinreicht, um den bei jeder Oscillation eintretenden Verlust an Bewegung vollständig wieder zu ersetzen und dadurch die Schwingungsweite constant zu erhalten.

Die Fig. 328 (a. f. S.) zeigt noch, auf welche Weise das Pendel mit dem Anker in Verbindung steht. An der horizontalen Achse KL des Ankers ist eine vertical abwärts gerichtete Stange LM befestigt, die unten in eine wagerechte Gabel MN endigt.

Diese Gabel fasst die Pendelstange zwischen sich, so dass das Pendel nicht schwingen kann, ohne den Anker mitzunehmen. Wenn demnach, wie es aus der Figur 330 leicht zu ersehen ist, das Pendel OP eine besondere, von der Achse des Ankers gesonderte Aufhängung erhält, so kann man dasselbe leicht aus der Gabel und damit aus dem ganzen Mechanismus der Uhr herausheben, ohne die Lage des Ankers zu stören; man pflegt dieses immer zu thun, wenn man die Uhr von einem Orte an einen anderen bringen will, um sie dadurch der Gefahr einer Verletzung zu entziehen, welche durch das Schwanken des schweren Pendels, wenn dieses nicht entfernt worden wäre, leicht entstehen könnte.

Fig. 328.



198 Bei der Spindelhemmung wirkt die bewegende Kraft beständig auf den Regulator oder die Unruhe ein, um die Bewegung abzuändern; dieses ist bei der beschriebenen Ankerhemmung nicht der Fall, es ist vielmehr der Einfluss der bewegenden Kraft auf den Anker und das Pendel zum grössten Theil beseitigt, denn dieser Einfluss beschränkt sich auf die Reibung der Zähne des Hemmungsrades gegen die

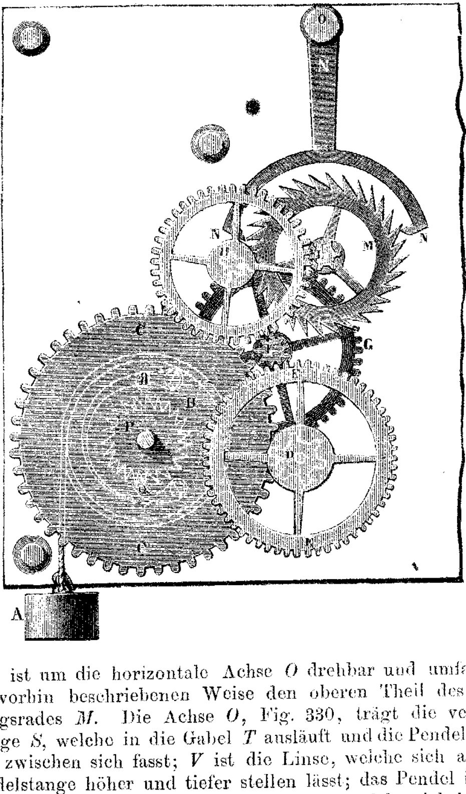
Lappen des Ankers, welche fast ganz aufgehoben werden kann, und auf die Stösse, welche der Anker von den Zähnen des Steigrades in dem Augenblick erhält, wo diese frei werden und über die schiefen Ankerlappen gleiten. Diesem Umstande in Verbindung mit der oben erwähnten Eigenschaft des Pendels ist es vorzugsweise zuzuschreiben, dass unsere gegenwärtigen Uhren einen so hohen Grad der Vollkommenheit erreicht haben.

Die Grösse der Schwingungsdauer, welche das Pendel einer Uhr haben muss, hängt ab von dem Zusammenhange des Minuten- und des Steigrades; da sich dieselbe nicht mit der grössten Genauigkeit berechnen lässt, so muss eine Einrichtung vorhanden sein, um sie in gewissen Grenzen leicht ändern zu können. Da nun die Dauer einer Pendelschwingung nur von der Länge desselben abhängig ist und um so grösser wird, je länger die Pendelstange ist, so braucht man nur das Pendel angemessen zu verlängern, um der Uhr den richtigen Gang zu verschaffen und zu bewirken, dass sie weder zu langsam noch zu schnell gehe. Zu diesem Zwecke ist die Linse nicht auf der Pendelstange befestigt, sondern auf derselben verschiebbar. Wenn die Uhr zu schnell geht, so rührt dieses daher, dass die Dauer einer jeden Pendelschwingung zu klein ist, in diesem Falle verlängert man das Pendel, indem man seine Linse tiefer stellt; wenn dagegen die Uhr zu langsam geht, so muss die Dauer der Pendelschwingungen verkürzt werden, was man durch Höherstellen der Linse erreicht. Bei den Stutzuhren ist die Linse auf der Pendelstange befestigt, dagegen ist diese selbst vermittelst eines Fadens an einer feinen Welle aufgehängt; je nachdem man durch Umdrehen dieser Welle den Faden auf- oder abwickelt, wird das Pendel kürzer oder länger und der Gang der Uhr schneller oder langsamer.

Die Pendeluhr. Die Figuren 329 und 330 (a. f. S.) zeigen, 199
wie die einzelnen Theile eines Uhrwerkes mit Ankerhemmung angeordnet sind. Das Gewicht A wirkt als bewegende Kraft an einer Schnur, welche in mehreren Windungen auf der Trommel B liegt, und strebt diese Trommel so wie das vermittelst des Gesperres QR mit ihr verbundene Rad C rundzudrehen; das Rad C steht im Eingriffe mit dem Getriebe D, auf dessen Achse ein zweites Zahnrad E befestigt ist. Das Rad E steht mit dem Getriebe F im Eingriff, auf dessen Achse das dritte Rad G sitzt; dieses wirkt auf das Getriebe H und damit auf das

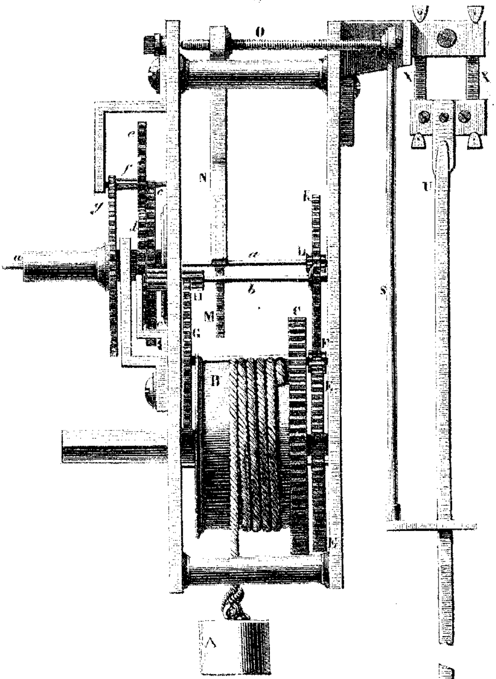
vierte Rad K, endlich steht noch K mit dem Getriebe L im Eingriff, auf dessen Achse das Steigrad M sitzt. Der Anker

Fig. 329.



NN ist um die horizontale Achse O drehbar und umfasst in der vorhin beschriebenen Weise den oberen Theil des Hemmungsrades M. Die Achse O, Fig. 330, trägt die verticale Stange S, welche in die Gabel T ausläuft und die Pendelstange UU zwischen sich fasst; V ist die Linse, welche sich auf der Pendelstange höher und tiefer stellen lässt; das Pendel ist mit zwei stählernen Federn XX aufgehängt, welche sich bei der Bewegung desselben leicht nach rechts oder links durchbiegen.

Fig. 330.



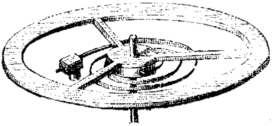
Wenn das Pendel genau die Länge hat, bei welcher es zu einer jeden Schwingung eine Secunde gebraucht, so ist auf die Achse *a* des Steigrades, Fig. 330, der Secundenzeiger aufgesetzt. Das Steigrad *M* hat 30 Zähne und da das Pendel zwei Schwingungen machen muss, damit ein Zahn desselben an die Stelle des vorhergehenden trete, so ist klar, dass, wenn nach obiger Annahme das Pendel in einer Minute oder 60 Secunden 60 Schwingungen macht, in dieser Zeit 30 Zähne des Steigrades passiren, mithin das Hemmungsrad und der auf dessen Achse *a* befindliche Zeiger eine ganze Umdrehung machen. Das auf der Achse *b* des Rades *K* sitzende Getriebe *H* ist über die Gestellplatte hinaus nach der Linken hin verlängert, und seine Verlängerung steht im Eingriff mit dem Minutenrade *cc*, dessen hohle Achse den Minutenzeiger trägt und die Achse *a* des Secundenzeigers frei hindurchgehen lässt. Zur Seite des Rades *c c* und auf derselben hohlen Axe befindet sich ein zweites Rad *d*, welches mit dem Rade *e* im Eingriff steht; die Achse des Rades *e* hat ein Getriebe *f*, welches in das Rad *g* eingreift; *g* endlich sitzt auf einer zweiten hohlen Achse, welche die vorige umgiebt und den Stundenzeiger trägt.

Wenn das Gewicht *A* in seine tiefste Lage angekommen und die Schnur von der Trommel *B* ganz abgelaufen ist, kann ersteres nicht eher wieder wirken, bis die Schnur wieder aufgewunden worden ist. Das Aufziehen des Gewichtes geschieht dadurch, dass man vermittelst eines auf den vierkantigen Zapfen der Trommel *B* aufgesteckten Schlüssels diese in einer bestimmten Richtung rund dreht, wodurch sich die Schnur aufwickelt und das Gewicht *A* gehoben wird. Damit nicht beim Aufziehen alle übrigen Räder mitbewegt werden, ist, wie in der Federuhr, Fig. 326, ein Sperrrad *P*, Fig. 329, angebracht. Das Sperrrad sitzt auf der Achse der Trommel *B* fest und nimmt also an allen Bewegungen dieser Achse Theil, nach welcher Richtung dieselben auch erfolgen mögen. Dagegen sind der Sperrkegel *Q* und die Feder *R*, welche den Kegel in die Zähne des Sperrrades *P* eindrückt, auf dem Zahnrade *C* befestigt. Ist daher das Gewicht *A* frei, so treibt es die Trommel *B* und das Sperrrad *P* rund; die Zähne des letzteren drücken gegen den Sperrkegel *Q* und nehmen so auch das Zahnrad *C* mit rund. Wird dagegen das Gewicht aufgezogen und dabei die Achse der Trommel in der entgegengesetzten Richtung gedreht, so dreht sich das Sperrrad *P* in derselben Richtung, aber der Sperrkegel *Q* weicht aus und gleitet bloss über die schiefen Rücken der Zähne; das Zahnrad *C* nimmt daher an dieser Bewegung nicht Theil, sondern bleibt stehen. Das jedesmalige Abspringen des Sperrkegels *Q* von den Zähnen des Rades *P* in die Zahnlücken geschieht unter dem Drucke der Feder *R* mit einiger Kraft und verursacht das bekannte Geräusch, das mit dem Aufziehen einer jeden Uhr verbunden ist.

Die Spirale. Es ist klar, dass die grossen Vortheile, 200
welche das Pendel als Regulator einer Uhr darbietet, ausschliesslich den feststehenden grösseren Uhren zu Gute kommt, da weder die Länge noch die grosse Beweglichkeit des Pendels mit der Einrichtung einer Taschenuhr oder einer transportabeln Uhr überhaupt unverträglich ist. Es handelte sich daher darum, für diese Art Uhren einen ähnlichen Regulator zu erfinden, der gegen die Bewegung derselben unempfindlich war. Die in §. 195 bereits beschriebene Unruhe erfüllt diesen Zweck nur zum Theil, da sie nicht aus eigenem Antriebe gleichmässig hin- und herschwingt, sondern ihre ganze Bewegung allein von der bewegenden Kraft der Uhr empfängt und daher in demselben Maasse ungleichförmig schwingt, als sich die bewegende Kraft selbst verändert. Auch hier war es Huygens, der die Unruhe zu einem wahren Regulator machte und derselben eine Einrichtung gab, wie sie noch jetzt in allen Taschenuhren vorkommt.

Die Unruhe wird nämlich mit einer Spiralfeder versehen, welche dieselbe Gestalt hat, wie die Uhrfeder, die das ganze Werk treibt, aber weit schwächer ist als diese. Das innere Ende dieser Spirale, Fig. 331, ist auf der Achse oder der Spindel des Balanciers befestigt, das äussere Ende aber sitzt unbeweglich auf der Uhrplatte. Im natürlichen Zustande des Gleichgewichtes hat die Spirale eine ganz bestimmte Form; dreht man nun den Balancier nach der einen oder der anderen Richtung, so verändert die Spirale ihre Form; lässt man sie wieder frei, so sucht sie in Folge ihrer Elasticität ihre frühere Form wieder anzunehmen, und zieht dadurch den Balancier in seine erste Lage zurück. In dem Augenblicke aber, wo die Spirale ihre anfängliche Form wieder angenommen hat, hat der Balancier eine gewisse Geschwindigkeit, mit welcher er sich noch eine Weile in derselben Richtung fortbewegt; die Spirale verändert also abermals ihre Form in der entgegengesetzten Weise und wirkt dadurch der ferneren Bewegung des Balanciers entgegen, bis dieser zur Ruhe kommt; die Spirale sucht wieder ihre erste Form anzunehmen und bewirkt hierdurch, dass der Balancier sich in der entgegengesetzten Richtung bewegt. Auf diese Weise schwingt die Unruhe um ihre Gleichgewichtslage

Fig. 331.



in derselben Weise regelmässig hin und her, wie ein Pendel seine Schwingungen zu beiden Seiten der Verticalen macht. Die Elasticität der Spiralfeder ist in einem gewissen Sinne dasselbe für die Unruhe, was die Schwere für das Pendel ist, wobei noch zu bemerken ist, dass bei einer geeigneten Construction der Spiralfeder die Dauer der Unruheschwingungen unabhängig ist von ihrer Weite.

201 **Die Cylinderhemmung.** Für eine vollkommene Regulirung der Uhr genügt es nicht, dass die Schwingungsdauer der Unruhe von der Weite der Oscillation unabhängig ist; es ist ausserdem noch erforderlich, dass dieselbe so viel als möglich der Einwirkung des Motors entzogen werde, damit die Ungleichheiten in der bewegenden Kraft ohne Einfluss auf die Dauer der Unruheschwingungen bleiben.

Die Spindelhemmung haben wir bereits aus Fig. 326 kennen gelernt; es ist nur noch hinzuzufügen, dass in derselben der Balancier immer mit einer Spiralfeder, wie wir sie eben beschrieben haben, verbunden ist, und dass hierdurch die Regelmässigkeit im Gange der Uhr zwar wesentlich erhöht wird, aber immer noch viel zu wünschen übrig lässt. Durch die Spiralfeder ist nur der Balancier verbessert worden; die Hemmung leidet immer noch an dem grossen Fehler, dass jeder Stoss der Spindellappen gegen die Zähne des Steigrades diesem eine kleine rückgängige Bewegung ertheilt und dadurch den Gang der Uhr unsicher macht. Die weiteren Verbesserungen beziehen sich daher auf besondere Einrichtungen der Hemmung; man hat deren gegenwärtig mehrere Arten, die alle einen hohen Grad von Vollkommenheit besitzen; drei derselben wollen wir in dem Folgenden näher besprechen.

Die erste ist die Cylinderhemmung, welche gegenwärtig fast in allen Taschenuhren, die eine geringe Dicke haben sollen, vorkommt. Die Achse des Balanciers ist hier nicht, wie bei der Spindelhemmung, mit Lappen versehen, sondern bildet in der Richtung ihrer Länge einen eigenthümlich geformten Ausschnitt. Die Fig. 332 zeigt diesen Ausschnitt; die hohle Achse ist zur Hälfte auf die Länge ab weggeschnitten, so dass ein Halbcylinder abc übrig geblieben ist, von welchem ausserdem noch an dem unteren Theile ein viereckiges Stück c weggeschnitten worden ist. Der halbcylindrische Theil oberhalb des Ausschnittes c spielt, wie wir sogleich sehen werden, die wichtigste Rolle. Das Steig- oder Hemmungsrad, welches bekanntlich das letzte Rad im gesammten Räderwerke ist, steht mit seinem Kranze senkrecht zu der Achse des Balanciers, wie es die Fig. 333 zeigt, und seine eigenthümlich geformten, aus

Fig. 332.

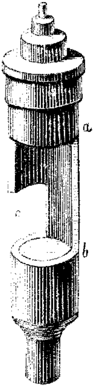
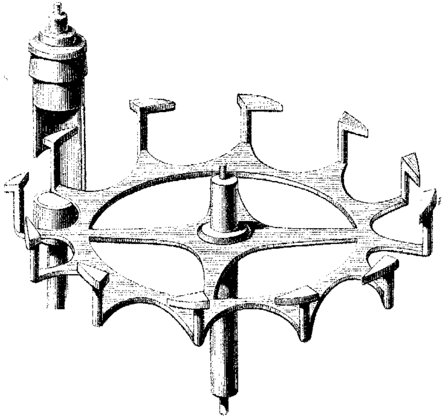
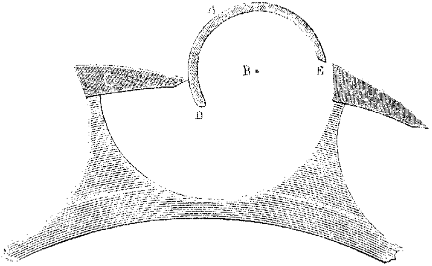


Fig. 333.



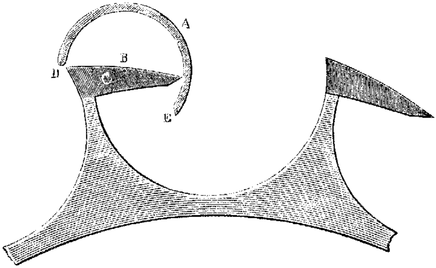
der Ebene des Rades hervorstehenden Zähne treten in den oberen hohlen Theil der halbcylindrischen Balanceachse. Aus den Figuren 334 und 335 (a. f. S.) lässt sich ersehen, auf welche Weise

Fig. 334.



der Cylinder die Zähne des Steigrades abwechselnd stille hält und wieder frei lässt. In Folge der Schwingungen des Balanciers, welcher auf dem Cylinder befestigt und wie immer mit einer Spiralfeder versehen ist, dreht sich der Cylinder A um den Mittelpunkt B seiner Achse bald nach der einen, bald nach

Fig. 335.



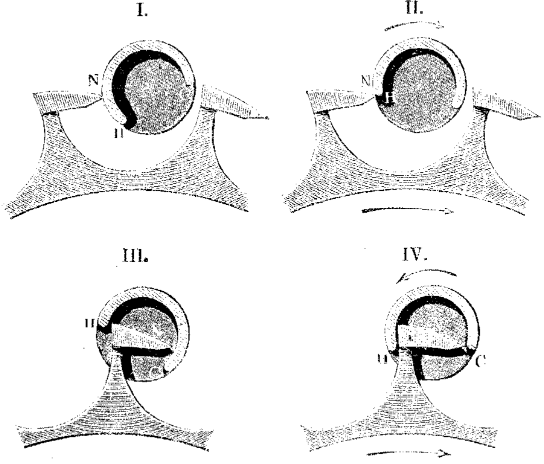
der anderen Richtung; wir wollen annehmen, dass er sich in einer Stellung befinde, wo ein Zahn C des Steigrades mit seiner Spitze auf dem äusseren Umfange des Cylinders steht, Fig. 333. Gleich darauf nimmt der Cylinder, indem er sich in der Richtung DAE dreht, eine andere Stellung, Fig. 334, ein; der Zahn C gleitet dann bei D von dem äusseren Umfange des Cylinders ab und bewegt sich unter dem Einflusse des Räderwerkes, welches das Steigrad rund zu treiben sucht, so weit im Inneren des Cylinders, bis seine Spitze bei E gegen den inneren Umfang des Cylinders anstösst. Wenn darauf die Unruhe mit dem Cylinder wieder zurückschwingt und dieser sich entgegengesetzt, in der Richtung EAD dreht, wird der Zahn C, indem er von dem inneren Umfange abgleitet, wieder frei, das Rad dreht sich und der folgende Zahn trifft auf die äussere Cylinderfläche. Auf diese Weise wird also ebenfalls das Steigrad in gleichen Zeitintervallen gehemmt und die Bewegung des gesammten Räderwerkes in eine gleichförmig absetzende oder periodische verwandelt.

Bei der Cylinderhemmung bleibt das Steigrad, so lange ein Zahn mit einem der Cylinderumfänge in Berührung ist, vollkommen still stehen und daher nennt man dieselbe auch die **ruhende Hemmung**; die Drehung des Cylinders erfolgt unter dem alleinigen Einflusse der Spirale. Dagegen strebt die Reibung der Zähne an den Wänden des Cylinders nebst den übrigen Widerständen, welche der Bewegung der Unruhe entgegenwirken, die Weite der Schwingungen immer mehr zu verkleinern, so dass die Uhr nach kurzer Zeit still stehen würde, wenn der durch diese Widerstände entstehende Verlust an Bewegung nicht von Zeit zu Zeit der Unruhe wieder ersetzt würde. Aus diesem Grunde giebt man den Zähnen auf ihrer Aussenseite die abgerundete Form, wie es die Fig. 334 zeigt. In dem Augenblicke, wo bei der Drehung des Cylinders in der Richtung DAE, während welcher der Zahn C auf dem äusseren Cylinderumfange gleitet, dieser frei wird, übt sein abgerundeter Rücken bei der Fortbewegung des Steigrades gegen den Rand D des Cylinders einen Druck aus, der die Bewegung des Cylinders und der damit verbundenen Unruhe beschleunigt. Aus demselben Grunde ist der innere Rand E des Cylinders abgeschrägt; wenn nämlich ein Zahn an dieser Stelle den Cylinder verlässt (Fig 335), so gleitet wieder seine Rückenfläche über den schiefen Rand E des Cylinders und stösst den Cylinder nebst der Unruhe um so kräftiger nach der anderen Richtung, je kräftiger die Bewegung des Hemmungsrades selbst ist.

Die Fig. 336 I. bis IV. (a. f. S.) zeigen die einzelnen Perioden in dem Gange der Cylinderhemmung näher. In I., wo die Unruhe und ihre cylindrische Achse die grösste Ausweichung nach rechts hat, arretirt sie das Steigrad an dem Zahne N; in II., wo die Unruhe schon einen Theil ihrer Schwingung nach links gemacht hat, ist der vorhin arretirte Zahn N eben im Begriffe bei H durchzuschlüpfen. Bei seiner Bewegung nach C hin ertheilt er dem Cylinder bei N einen Impuls zur Fortsetzung seiner Schwingung; in III. hat die Unruhe ihre grösste Ausweichung nach links erreicht und bringt dabei das Steigrad am Zahne N abermals in Stillstand; in IV. endlich ist die Unruhe wieder in der Rückschwingung nach rechts begriffen und der freiwerdende Zahn N ertheilt bei seinem Durchschlüpfen bei C dem Cylinder einen neuen Impuls.

Die Cylinderhemmung ist für die Unruhe dasselbe, was die Ankerhemmung für das Pendel ist; in beiden Echappements bleibt das Steigrad während der Zeit, wo ein Zahn, sei es durch den Cylinder oder durch den Anker, arretirt ist, vollständig unbeweglich; ebenso steht in beiden der Regulator, nämlich die Unruhe und das Pendel, fortwährend unter dem Einflusse der bewegenden Kraft, weil einerseits die Zähne des Steigrades sich um so stärker an den Theilen des Regulators reiben, je grösser der Druck zwischen beiden, d. h. je grösser die bewegende Kraft des Uhrwerks ist, und andererseits bei jeder Be-

Fig. 336.



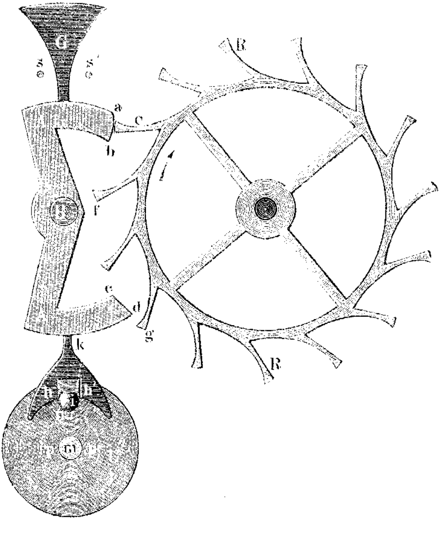
wegung des Steigrades der Regulator von dem durchschlüpfenden Zahne einen neuen Impuls erhält, dessen Stärke sich ebenfalls nach der Grösse der bewegenden Kraft richtet. Da jedoch diese beiden Einwirkungen des Motors auf den Regulator nur sehr klein sind, so erweiset sich auch die Cylinderhemmung als sehr vorzüglich und ist für die gewöhnlichen Taschenuhren jedenfalls ganz ausreichend.

202 **Die freie Hemmung.** Die ruhenden Hemmungen haben bei allen ihren sonstigen Vorzügen den Nachtheil, dass beinahe während der ganzen Zeit der Unruhschwingung die Achse der Unruhe nicht frei ist, sondern mit den Zähnen des Hemmungsrades im Zusammenhange bleibt. Da nun das Oel, welches sie zur Verminderung der Reibung an den sich reibenden Theilen erfordern, nicht unverändert bleibt, so erleiden die mit solchen Hemmungen versehenen Uhren in demselben Maasse eine Verzögerung, als das Oel im Laufe der

Zeit theils wirklich abfliesst, theils an seiner Flüssigkeit verliert. Trifft man nun eine Einrichtung, bei welcher nach dem Stosse, den das Hemmungsrad dem Regulator gegeben hat, die Unruhe ihre Schwingung ganz frei vollendet, ohne mit der Hemmung im Zusammenhang zu bleiben, so hat man die sogenannte **freie Hemmung**. Bei der freien Hemmung wird die Unruhe nicht mehr durch den Druck und die Reibung des Hemmungsrades in ihrer Schwingung gestört, wie dieses bei der ruhenden Hemmung, dem Cylinder der Taschenuhren und dem Anker der Pendeluhren, mehr oder weniger der Fall ist; es sind daher auch die mit einer freien Hemmung versehenen Uhren zur genauen Zeitmessung allein anwendbar.

Die freie Ankerhemmung führt diesen Namen wegen 203
der Form des Hauptstückes, welches die Kraft des Hemmungsrades (die **Hebung**) auf den Regulator oder die Unruhe überträgt. Sie besteht, wie Fig. 337 zeigt, aus dem Hemmungs-

Fig. 337.



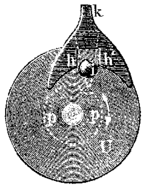
rade RR, dem Anker AA, der sich um B zwischen den Arretirungsstiften s, s' hin- und herdrehen kann, und der Unruhe U. Die Endflächen ab, cd des Ankers sind eigenthümlich geformt, so dass sie geeignet sind, von jedem an ihnen durchpassirenden Zahne des Hemmungsrades einen Stoss aufzunehmen. Diese Theile des Ankers bewirken abwechselnd die Ruhe und die Hebung (d. h. den Stoss), und zwar die Ruhe, wenn der Radzahn sich gegen einen der kurzen Arme des Ankers stützt, und die Hebung, wenn er aufhört, auf diesem Theile zu ruhen und unter einer geneigten Endfläche durchschlüpft. In der Zeichnung findet eben die Hebung gegen die Fläche ba von Seiten des in der Richtung des Pfeiles durchgehenden Zahnes e statt, wogegen gleich darauf der Zahn g sich gegen die Aussenseite des Ankerarmes Acd anstützen und die Ruhe herbeiführen wird.

Der Anker AA hat in sich selbst keine Wechselbewegung, er empfängt vielmehr einerseits von Seiten der Radzähne die Hebung, die er auf die Unruhe überträgt, andererseits empfängt er von der Unruhe bei ihrem Rückgange seine zweite Bewegung.

Der Anker trägt zu beiden Seiten zwei Stücke G und k, von denen das letztere k eine Gabel mit den Zinken h, h' bildet, das erstere aber bloss als Gegengewicht dient. Die beiden Zinken h, h' liegen in der Ebene des Ankers AA. Auf der Welle m der Unruhe ist eine Scheibe U aufgesetzt, aus deren Ebene ein Triebstift oder der sogenannte Hebestein i so weit hervorragt, dass er von den beiden Zinken h, h' umfasst wird. Oberhalb oder unterhalb der Scheibe U sitzt auf derselben Welle m eine kleinere Scheibe pp, welche mit einem bogenförmigen Ausschnitte versehen ist; auf der Gabel k befindet sich noch eine dritte Zinke n, welche genau in der Ebene dieser zweiten Scheibe pp, also ebenfalls oberhalb oder unterhalb der Zinken h, h' liegt; die Zinke n hat mit der Hemmung nichts zu thun, sie dient vielmehr nur, wie wir sogleich sehen werden, zur Sicherung eines regelmässigen Ganges und wird daher auch der Sicherheitsmesser genannt.

Um die Wirkungsweise dieser Ankerhemmung zu verstehen, beachte man zunächst, dass in unserer Zeichnung der Zahn e des Hemmungsrades, indem er von b nach a gegangen ist, die Hebung des Ankerstückes ab beinahe vollendet und diese Seite des Ankers von s' nach s gestossen, daher die Gabel k nach der entgegengesetzten Seite, wie sie in der Fig. 337 dargestellt ist, verlegt hat. Durch diese Bewegung der Gabel wurde der Rand der Zinke *h* gegen den Hebestein *i* getrieben und dadurch der Unruhe *U* in der Richtung, welche in Figur 338 durch den Pfeil angedeutet ist, der erforderliche Ersatz an Schwungkraft mitgetheilt. Hat der Zahn *e* die Hebefläche *ba* ganz verlassen, so ist gleichzeitig das andere Ankerende *Acd* mit dem vorrückenden Zahn *g* in Berührung gekommen und damit die Ruhe des Rades *RR* und des Ankers herbeigeführt, während die Unruhe *U* ihre Schwingung sowohl in der Richtung des Pfeiles, als auch die Rückschwingung zum grossen Theile frei fortsetzen kann. Bei der Rückschwingung der Unruhe kommt der Hebestein *i* zunächst wieder mit dem Rande der Zinke *h* in Berührung und dadurch die Gabel *k* nebst dem Ankerstücke *Acd* ein wenig nach der entgegengesetzten Seite; das Gegengewicht *G* wird also von *s* nach *s'* getrieben und damit die Ruhe des Zahnes *g* aufgehoben. Das Hemmungsrad *RR*, von der Kraft des Uhrwerkes getrieben, geht in der Richtung des Pfeiles weiter, der Zahn *g* wird auf der schiefen Fläche *dc* weiter getrieben und bewirkt von Neuem eine Hebung; die Zinke *h'* treibt den Hebestein *i* nach der Linken und giebt der Unruhe wieder einen Impuls zur Vollendung ihrer Schwingung in der entgegengesetzten Richtung des Pfeiles der Fig. 338, bis mit der Vollendung der Hebung gegen die Fläche *cd* der Zahn *f* zugleich gegen die inneren Bogen des Ankerstückes *Aab* sich anlehnt und die Ruhe des Ankers und des Hemmungsrades wieder hergestellt ist. Die Unruhe schwingt in Folge des durch die Zinke *h'* erhaltenen Stosses ungehindert und frei weiter, kehrt dann zurück, um mit dem Eintritt des Hebesteines *i* in die zwischen den beiden Zinken *hh'* befindliche Kerbe das beschriebene Spiel von Neuem zu beginnen.

Fig. 338.



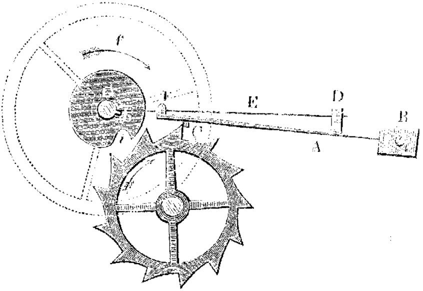
Die beiden hornförmigen Flügel der Zinken *h*, *h'* haben hiernach mit der Function der Hebung nichts zu thun und werden durch den Hebestein *i* in ihrem Gange gar nicht berührt; aber ihre Gegenwart sichert den Schwung des Hebesteines *i* und den Rücktritt desselben in die Kerbe bei jedem Rückgange der Unruhe.

Der zungenförmige Sicherheitsmesser *n*, welcher sich mit der Gabel k bewegt und dem Bogen der Scheibe pp sehr nahe gegenübersteht, ohne jedoch dieselbe zu berühren, verhindert es, dass die Unruhe in ihrer Bewegung aufgehalten werde, wenn die Gabel k durch irgend eine zufällige Auslösung ihre Stellung früher verlassen wollte, als der Hebestein i in die Kerbe zwischen den Zinken hh' zurückgekehrt ist.

204 **Die freie Chronometerhemmung.** Für eine andere Classe von Uhren, wie sie zu astronomischen Zwecken und bei Seefahrten gebraucht werden und die man Chronometer zu nennen pflegt, kommt eine andere Hemmung in Anwendung, bei welcher ebenfalls der dauernde Einfluss der bewegenden Kraft auf den Regulator beseitigt ist. Man nennt diese Hemmung die freie Chronometerhemmung; durch eine sorgfältige Construction dieses Ganges hat man es gegenwärtig erreicht, dass dergleichen Uhren mehrere Monate hindurch durchaus richtig gehen.

Eine Feder A, Fig. 339, deren Dicke von einem Ende zum anderen immer mehr abnimmt, ist mit ihrem dünneren Ende

Fig. 339.

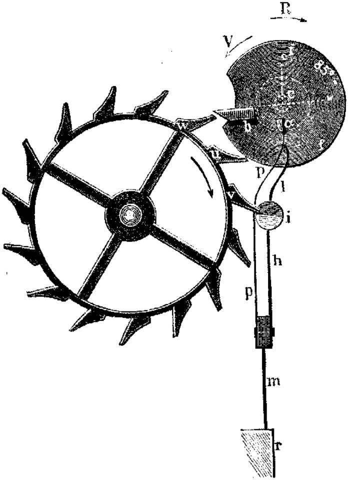


in dem festen Stücke B eingeklemmt. Diese Feder trägt einen kleinen Vorsprung C, gegen welchen die einzelnen Zähne des Steigrades bei der Drehung desselben anstossen müssen; ausserdem trägt sie eine Klemme D, in welcher eine zweite viel dünnere und daher sehr biegsame Feder E befestigt ist. Letztere geht unter dem am Ende der Feder A sitzenden Haken F hinweg, so dass sie unter dem Haken ohne allen Widerstand sich abwärts, das heisst, wenn die Theile der Figur vertical gedacht werden, in einer Richtung von oben nach unten bewegen kann; wenn sie sich dagegen aufwärts bewegt, so nimmt sie den Haken F und deshalb auch die Feder A mit und hebt dieselben ebenfalls in die Höhe. Auf der Achse G der Unruhe befindet sich ein Daumen (Auslösestein) b, welcher die Schwingungen des letzteren mitmacht und bei jeder Oscillation gegen das Ende der dünnen Feder E stösst. Nehmen wir an, dass die Unruhe in der Richtung des Pfeiles f schwinge; der Daumen b stösst dann von oben her gegen die Feder E, drückt sie herab und schlüpft, indem diese einen Augenblick sich niederbiegt, darunter weg; gleich darauf springt E in ihre natürliche Lage zurück; bei dieser Bewegung bleibt die Feder A unbeweglich und daher steht während dieser Zeit auch das Steigrad durchaus still. Schwingt aber die Balance gleich darauf nach der entgegengesetzten Richtung, so hebt der Daumen b die Feder E mit in die Höhe, diese hebt ihrerseits die Feder F und den Vorsprung C, wodurch der vorliegende Zahn frei wird und das Steigrad sich um einen Zahn drehen kann. Aber gleich darauf ist der Daumen b von unten nach oben unter der sich durchbiegenden Feder E durchgeschlüpft, die Feder A ist wieder frei geworden und nimmt mit dem Vorsprunge C ihre erste tiefere Lage sofort wieder ein, um so den nächstfolgenden Zahn des Steigrades wieder anzuhalten. In dem Augenblicke, wo ein Zahn an dem Vorsprunge C vorbeipassirt, stösst ein anderer Zahn desselben Rades gegen den Rand eines Ausschnittes i an, welcher zu diesem Zwecke in einer kleinen auf der Unruhe befestigten Scheibe angebracht ist, und ertheilt dadurch der Unruhe einen Stoss. Auf diese Weise wird der Unruhe durch die bewegende Kraft des Uhrwerkes fast in einem Momente dasjenige an Bewegung wieder ersetzt, was sie während der Dauer einer Doppelschwingung durch die Reibung und den Widerstand der Federn verliert.

Eine etwas andere Einrichtung der freien Hemmung ist aus Fig. 340 (a. f. S.) zu ersehen. In derselben sind w, u, v die eigenthümlich geformten Zähne des Hemmungsrades; c die Achse der Unruhe, $h\,l$ die starke in r befestigte Hemmungsfeder und $p\,q$ die dünnere Auslösungsfeder. Auf der Feder $h\,l$ befindet sich ein etwas mehr als halb ausgeschnittener cylinderförmiger Stift i, Ruhestein genannt, der so hoch über die Ebene der Federn $h\,l$ und $p\,q$ hervorsteht, dass sich die Spitzen der Zähne u, v, w ... des Hemmungsrades gegen denselben anlegen und dadurch das Rad a zur Ruhe bringen können.

Unterhalb der Unruhe und in Verbindung mit der Achse derselben befindet sich ein Hebestein b, der nur mit den Zähnen

Fig. 340.



des Steigrades in Berührung kommen kann und sich bei der Schwingung der Unruhe über die Federn hl und pq hinwegbewegt; dagegen kommt der ebenfalls auf der Unruhe-Achse sitzende kleinere Auslösestein a nur mit der Feder pq in Berührung. Hiernach ist es leicht, das Spiel dieses Mechanismus im Einzelnen zu verfolgen.

In der Zeichnung liegt der Zahn v gegen den Ruhestein i und das Steigrad ist in Ruhe. Nehmen wir an, dass in diesem Augenblicke die Schwingung der Unruhe in der Richtung des Pfeiles V erfolgt; der Auslösestein a drückt dann gegen die Feder pq, und wirkt dadurch, da diese Feder sich in der Richtung von links nach rechts gegen die starke Feder hl anlehnt und sich daher nicht durchbiegen kann, zugleich auf die Feder hl, welche demnach nach rechts bewegt und somit der Ruhestein i von dem Zahn v entfernt wird. Sofort schlägt dieser Zahn, von der auf das Steigrad a wirkenden Federkraft des Uhrwerkes getrieben, durch und es würde der folgende Zahn u ebenfalls durchgehen, wenn nicht die Wirkung des Auslösesteins a auf die Feder hl und den Ruhestein i nur einen Augenblick gedauert hätte; sobald aber a die Feder pq verliess, nahm die Feder hl und der Ruhestein i sofort die erste Lage wieder ein, so dass der nachfolgende Zahn u bei seiner Bewegung wieder den Ruhestein i antrifft und sich gegen denselben anlehnen muss.

Die geringe Drehung der Unruhe, die erforderlich ist, um den Auslösestein *a* jenseit der Feder *pq* zu bringen und damit die Auslösung des Hemmungsrades *a* zu besorgen, bringt zugleich den Hebestein *b* vor die Spitze des Zahnes *w*. Indem darauf der Zahn *v* ausgelöst wird und durchschlägt, bewegt sich der Zahn *w* ebenfalls von *w* bis *u* und ertheilt dabei dem Hebestein *b* einen Schlag, die Hebung, welcher ausreichend ist, die Schwingungen der Unruhe zu unterhalten.

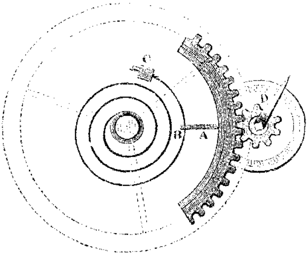
Schwingt die Unruhe darauf in der entgegengesetzten Richtung *R* zurück, so bleibt das ganze System der Unruheachse ausser aller Verbindung mit dem Hemmungsrade, welches allein gegen den Ruhestein *i* angehalten wird und daher völlig frei ruht (freie Hemmung). Bei diesem Zurückschwingen der Unruhe schlägt der Stein *a* bloss gegen die sehr biegsame, dünne Feder *pq*, biegt diese etwas durch, ohne auf die Feder *hl* und den Ruhestein *i* zu wirken, und lässt so den Stein *a* durchschlüpfen, um die Rückschwingung in der entgegengesetzten Richtung des Pfeiles *V* etwas über die Lage hinaus, in welcher er in der Figur erscheint, zu vollenden.

Die freie Hemmung bewegt sich mit äusserst geringer Reibung und bewirkt daher eine grosse Regelmässigkeit in dem Gange der Uhren. Die das Uhrwerk treibende Kraft wirkt dabei nicht anhaltend bewegend, sondern nur in dem Augenblicke auf die Hemmung ein, wo der Radzahn der Unruhe einen Stoss giebt; während der ganzen übrigen Zeit ist das Hemmungsrad in Ruhe und die Unruhe dem Einflusse des Motors oder der bewegenden Kraft der Uhrfeder ganz entzogen.

Die Regulirung der Taschenuhren. Wie die Pendel- 205
uhren durch Verkürzung oder Verlängerung des Pendels regulirt werden müssen, wobei man die Linse höher oder tiefer stellt, so muss auch bei einer jeden Taschenuhr ein Mittel vorhanden sein, um die Dauer einer jeden Schwingung der Unruhe und ihrer Spirale nach der Stärke der bewegenden Kraft einrichten und abgleichen zu können. Die Schwingungsdauer eines Pendels hängt ab von der Stärke der Schwerkraft, die auf dasselbe wirkt, und von seiner Form, d. i. seiner Länge; da man an der Schwerkraft nichts ändern kann, so regulirt man die Schwingungsdauer durch Veränderung der Form des Pendels. In gleicher Weise richtet sich die Schwingungsdauer einer Unruhe nach ihrer Form und nach der Stärke der Spiralfeder, welche die Schwingungen erzeugt; aber im Gegensatze zu dem

Pendel wird dieselbe hier regulirt, indem man die Stärke der Spiralfeder, nicht aber die Form der Unruhe verändert. Zu diesem Zwecke bringt man in der Nähe des festen Endes *C*, Fig. 341, der Spiralfeder ein Stück *A* an, welches mit einer Klammer *B* versehen ist. Diese Klammer umfasst die Spirale derart, dass, wenn sie schwingt, nur der bis *B* reichende Theil an der Bewegung Theil nehmen kann, der übrige Theil aber von *B* bis *C* still steht; die Schwingungen erfolgen also gerade so, als ob das Ende der Spirale in *B* wäre. Die Klammer *BA* ist an ein Stück eines gezahnten Rades befestigt,

Fig. 341.



welches sich in der Ebene der Spirale um die Achse der Unruhe verschieben lässt. In dasselbe greift das kleine Stellrad (Rückrad) *D* ein, dessen Achse über einer eingetheilten Stellscheibe den Stellzeiger trägt. Die Enden der Stellscheibe zeigen gewöhnlich die Buchstaben A (avancer, vorrücken) und R (retarder, verzögern). Verschiebt man den Stellzeiger nach der einen oder der anderen Richtung, so wird auch die Klammer *D* auf der Spiralfeder verschoben, hiermit die Länge der letzteren vergrössert oder verkürzt und in Folge hiervon die Kraft der Feder geschwächt oder verstärkt. Durch Verrückung des Stellzeigers kann man also der Unruhe eine Schwingungsdauer von ganz bestimmter Grösse geben, oder was dasselbe ist, den Gang der Uhr beschleunigen oder verzögern.

Fig. 342.

In den feineren Uhren construirt man die Stellvorrichtung der Spirale etwas anders, und zwar in der Art, wie es die Fig. 342 zeigt. *aa* ist die Unruhe, *b* die Spirale, deren äusserste Windung in dem auf der Platte *B* angeschraubten Stück *o* befestigt ist. Die innerste

Windung der Spirale ist, wie in Fig. 341 und Fig. 331 zu sehen ist, auf der Achse der Unruhe selbst befestigt; in Fig. 341 zeigt sich diese Windung unterhalb der durchsichtigen Platte *A* bei *e*. Das Stück *gm* von Stahl, Rackett genannt, ist auf das aus der Platte *B* hervorstehende Korn *e* mit Reibung gestellt, und wird durch zwei Schrauben daran verhindert, sich zu heben. Das Ende *m* dieses Stückes bildet einen Zeiger, der bei der Drehung um *e* auf einem eingetheilten Bogen *A R* spielt. Das entgegengesetzte Ende *g* trägt nach unten zwei feine Stifte, die in der Figur als Punkte erscheinen, welche die äussere Spiralwindung zwischen sich fassen und dadurch, dass sie diese einklemmen, das zwischen den Stiften und dem Ende *o* liegende Stück der Spirale verhindern mitzuschwingen. Man sieht nun leicht, dass ein Verstellen des Zeigers *m* nach A (avancer) hin, eine Verschiebung der Stifte *g* nach rechts und daher eine Verkürzung der Spirale zur Folge hat; letztere schwingt also schneller und der Gang der Uhr wird beschleunigt. Rückt man dagegen den Zeiger *m* nach R (retarder) hin, so verschieben sich die Stifte *g* nach links, die schwingende Spirale verlängert sich und der Gang der Uhr wird verzögert.

Da die Temperaturveränderungen auf die Form eines Pendels oder eines Balanciers von Einfluss sind, und alle einzelnen Theile einer Hemmung bei der Zunahme der Temperatur sich ausdehnen, bei der Abnahme sich zusammenziehen, so ist klar, dass diese Aenderungen auch auf die Dauer der Schwingungen und daher auch auf den Gang der Uhren störend einwirken. Steigt z. B. die Temperatur, so dehnt sich die Pendelstange wie die Spiralfeder aus und beide schwingen etwas langsamer als vordem; bei der Abnahme der Temperatur, in der Kälte, ziehen sich diese Theile zusammen, verkürzen sich und schwingen daher schneller. Es ist also erforderlich, derartige Einrichtungen zu treffen, dass dadurch der Einfluss der Temperatur auf die Schwingungsdauer des Pendels oder der Spiralfeder aufgehoben wird. Gewöhnlich setzt man diese Theile aus ungleichartigen Materialien, z. B. die Pendelstange aus Eisen und Zink, derartig zusammen, dass sich dieselben in entgegengesetzten Richtungen ausdehnen oder zusammenziehen müssen, und giebt ihnen ausserdem eine solche Länge, dass diese entgegengesetzten Formveränderungen genau einander gleich sind und sich aufheben, wodurch dann die Pendelstange oder die Spiralfeder die einer bestimmten Temperatur entsprechende Länge unverändert beibehalten. Da diese Einrichtungen, welche man die Compensation nennt, mehr in das Gebiet der Wärmelehre als in das der Mechanik einschlagen, so können wir die Einzelnheiten derselben hier übergehen.

206 In den Fällen, wo es für eine feststehende Uhr nicht an Raum in verticaler Richtung gebricht, wendet man in der Regel ein Gewicht als bewegende Kraft der Uhr an; der Regulator ist dann in allen Fällen ein Pendel.

Wenn dagegen die feststehende Uhr nur sehr wenig Raum einnehmen soll, wie bei den Stutzuhren oder den sogenannten Pendules, kann die bewegende Kraft nicht mehr ein Gewicht sein, es sei denn, dass man die Uhr sehr häufig aufziehen wollte. In diesen Fällen wendet man eine Feder an und zwar ohne Schnecke, weil die Güte des Regulators, der auch hier immer ein Pendel ist, die Mängel der ungleichen Federwirkung zwar nicht ganz aufhebt, aber doch fast ganz unschädlich macht.

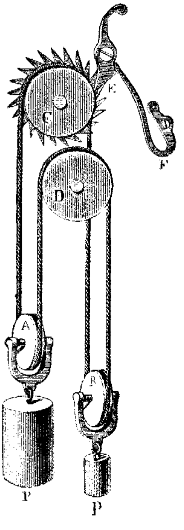
Bei allen Taschenuhren dient als bewegende Kraft eine Feder; sie haben ferner ohne Ausnahme eine Unruhe, nämlich den Balancier mit Spiralfeder; nur die Hemmung ist bei den einzelnen Uhren verschieden. In den älteren und den neueren ordinären Uhren kommt die Spindelhemmung vor; sie erfordern nothwendig eine Schnecke, um die Wirkung der Feder, deren Kraft unbeständig ist, constant zu erhalten. In den neueren feineren Uhren wendet man die Cylinder-, oder auch wohl eine der Pendelhemmung nachgebildete Ankerhemmung an; in diesen Fällen kann man die Schnecke weglassen, und da das Steigrad nicht mehr, wie in den Spindeluhren, parallel zu der Achse des Balanciers steht, so gestatten es diese Hemmungen, dass man den Uhren eine geringe Dicke geben kann. Bei denjenigen Uhren, welche die grösste Genauigkeit haben sollen, wendet man die freie Hemmung oder den Chronometergang an, wobei man sogar die Schnecke beibehält, um auch die kleinste Ungleichheit der Federwirkung und deren Einfluss auf die Dauer der Schwingungen zu beseitigen.

Die Zeit, wie lange eine Uhr geht und nach deren Verlauf sie wieder von Neuem aufgezogen werden muss, hängt von der Feder, von der Anzahl der Zähne der ersten Räder, sowie, wenn eine Schnecke vorhanden ist, von der Anzahl der Windungen ab, welche die Kette um dieselbe macht. Das an der Achse des Minutenrades befindliche Getriebe *D* (Fig. 326) hat

10 Zähne und greift in das mit 60 Zähnen versehene Schneckenrad (D in Fig. 324) ein; die Schnecke bewegt sich daher sechsmal so langsam als das Minutenrad und gebraucht, da der Minutenzeiger und das Getriebe D in jeder Stunde einmal rund gehen, zu jeder Umdrehung 6 Stunden. Ist die Kette, wenn die Uhr frisch aufgezogen ist, fünfmal um die Schnecke gewunden, so kann die Feder die Schnecke dreimal umdrehen, also ist die Uhr, da zu jeder Umdrehung der Schnecke 6 Stunden erforderlich sind, erst nach $5 \times 6 = 30$ Stunden abgelaufen.

Das Aufziehen der Uhren. Während des Aufziehens 207
einer Gewichtuhr gehen zwar die Zeiger, wie wir gezeigt haben, nicht zurück, aber sie gehen auch nicht vorwärts, sondern bleiben stehen, bis das Werk wieder frei geworden ist. Hieraus folgt, dass die Uhr nach dem Aufziehen um so viel zu spät gehen muss, als Zeit zum Aufziehen gebraucht worden ist. Wenn diese Zeitdifferenz für die gewöhnlichen Uhren auch nicht in Anschlag zu bringen ist, so ist es doch von der grössten Wichtigkeit, dass sie überall da vermieden werde, wo die Uhr bis auf die einzelnen Secunden genau gehen muss, wie dieses bei den astronomischen Uhren der Fall ist. Es giebt mehrere Einrichtungen, die es gestatten, dass die Uhr in ihrem Gange nicht unterbrochen wird, während man sie aufzieht; eine der einfachsten ist folgende.

Fig. 343.



Zwei lose Rollen A und B, Fig. 343, sind in der Weise, wie es die Figur zeigt, durch eine endlose Schnur mit zwei festen Rollen CD verbunden. An jeder festen Rolle hängt ein Gewicht P, p, von denen das schwerere P die Schnur von den festen Rollen herabzuziehen sucht; da jedoch die Rinnen der Rollen ein Abgleiten der Schnur nicht gestatten, so müssen sich dieselben unter der Wirkung des Gewichtes P drehen. Die Rolle C hat seitwärts ein Sperrrad, in dessen Zähne der von der Feder F niedergedrückte Sperrkegel E eingreift; der Eingriff dieses Sperrkegels in die schräg geformten Zähne verhindert es, dass die Rolle C sich unter dem Einflusse des Gewichtes P drehe, während eine entgegengesetzte Drehung dieser Rolle dadurch nicht verhindert ist. Die Rolle D ist auf dem ersten Zahnrade des Uhrwerkes befestigt, und da das Gewicht P dieselbe runddreht, so wird dadurch auch das ganze Räderwerk der Uhr in Bewegung gesetzt. Das Gewicht p dient dazu, die Schnur hinlänglich zu spannen und dadurch zu verhindern, dass sie von den Rollen C und D abgleite; dieses kleine Gewicht steigt in die Höhe, wenn das grosse Gewicht P heruntersinkt. Um die Uhr aufzuziehen, zieht man die Schnur, welche von der Rolle C zu der Rolle B geht, in der Richtung von oben nach unten herab; hierdurch dreht sich die Rolle C und wird das Gewicht P gehoben; der Sperrkegel E verhindert diese Drehung nicht, da er sich über den schiefen Rücken der Zähne des Sperrrades zurückbiegen kann und diese passiren lässt. Während dieser Operation bleiben die von der Rolle A nach D und B gehenden Schnüre gerade so gespannt, wie vorhin, und das Gewicht P hört auch während der Zeit, wo es gehoben wird, keinen Augenblick auf, mit seiner früheren Kraft auf die Drehung der Rolle D zu wirken. Da nun die Bewegung des gesammten Räderwerkes der Uhr von der Rolle D ausgeht, so sieht man, wie das Aufziehen derselben auf den Gang der Uhr und die Bewegung der Zeiger keinen Einfluss hat.

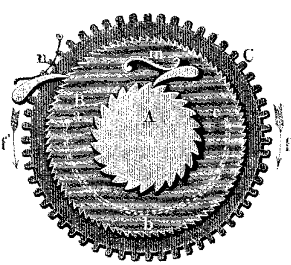
Wenn eine Uhr durch Federkraft bewegt wird, welche unmittelbar und ohne Schnecke auf das Räderwerk wirkt, so kann man diesem eine solche Anordnung geben, dass die Räder und die Zeiger während des Aufziehens still stehen; von dieser Art ist die in der Fig. 326 erläuterte Einrichtung. Aber es lassen sich auch leicht Anordnungen treffen, wodurch während des Aufziehens der Gang der Uhr und die Bewegung der Zeiger nicht eingehalten wird. Es ist hierzu nur erforderlich, dass die Feder in einem Federhause sich befinde, welches auf dem ersten Zahnrade des Räderwerkes befestigt ist, und dass man dieselbe durch Umdrehung der Achse, auf der ihr inneres Ende sitzt, aufziehe. In diesem Falle wirkt nämlich das äussere Ende der Feder, mag man die Federachse frei lassen oder behufs des Aufziehens rund drehen, fortwährend auf den Umfang des Federhauses und dreht dieses und damit zugleich das darauf befestigte erste Zahnrad des Werkes unaufhörlich rund, so dass der Gang der Zeiger auch während des Aufziehens nicht gestört oder aufgehalten wird. In dieser Weise wirken die

Federn in den Stutzuhren und in den Cylinderuhren, in denen man, wie bereits gesagt, die Schnecke weglassen kann. Es ist selbstverständlich, dass die Federachse mit einem Sperrrade versehen sein muss, welches seine Bewegung durch den Sperrkegel auf das Federhaus und das übrige Räderwerk übertragen kann.

Wenn die Feder mit einer Schnecke verbunden ist, wie in den Spindeluhren, wird diese selbst vermittelst des Uhrschlüssels in einer Richtung rundgedreht, welche ihrer Bewegung während des Ganges der Uhr entgegengesetzt ist. Damit diese rückgängige Bewegung sich nicht auf das ganze Uhrwerk fortpflanze, ist die Schnecke mit einem Sperrrade versehen, welches durch Sperrkegel und Feder in der bekannten Weise mit dem auf der Schnecke sitzenden ersten Zahnrade C, Fig. 326 (D in Fig. 324) in Verbindung steht. Beim Aufziehen der Uhr dreht sich daher die Schnecke, ohne das Sckneckenrad mitzunehmen, und wickelt die Kette auf. Hierdurch wird auch das Federhaus rundgedreht und die Feder um die innere feststehende Achse aufgewickelt und angespannt. Dreht nachher die sich wieder abwickelnde Feder das Federhaus und die Schnecke in der entgegengesetzten Richtung, so theilt sich diese Bewegung vermittelst des Gesperres auch dem Schneckenrade und dem ganzen Uhrwerke mit.

Soll endlich der Gang einer mit einer Schnecke versehenen Uhr, z. B. eines Chronometers, während des Aufziehens nicht gestört werden, so wendet man folgende Einrichtung an. Das Sperrrad A, Fig. 344, welches auf der Schnecke befestigt ist, wirkt nicht direct auf das erste Zahnrad C des Uhrwerkes, sondern erst vermittelst eines zweiten Sperrrades B, dessen Zähne in entgegengesetzter Richtung zu denen des ersten Sperrrades stehen. Wenn die Feder nach dem Aufziehen die Kette anzieht und damit die Schnecke rund treibt, dreht sich auch das darauf sitzende Sperrrad A in der Richtung des Pfeiles f. Vermittelst des Sperrhakens m, der auf dem Rade B be-

Fig. 344.

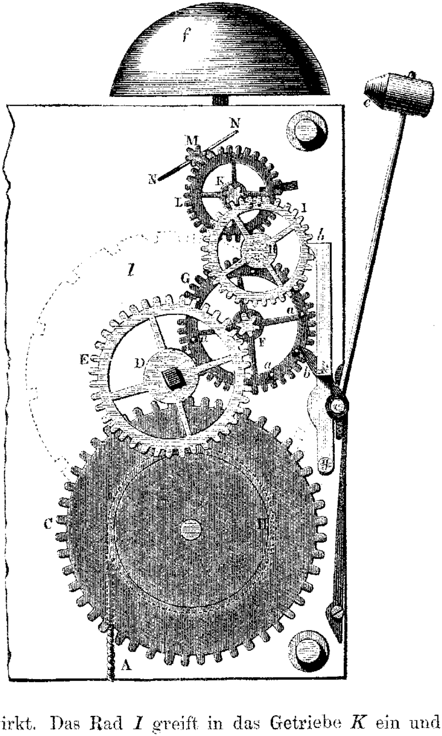


festigt ist, dreht sich dann auch dieses letztere Rad in derselben Richtung, wobei der Sperrhaken n dieser Bewegung kein Hinderniss entgegensetzt, und auf den schiefen Rücken der Zähne gleitend nur ein wenig ausbiegt. Die beiden Räder B und C sind durch eine gemeinsame Feder abc so verbunden, dass das Ende a auf dem Sperrrade B, das andere Ende c aber auf dem Zahnrade C befestigt ist. Da, wie wir eben gezeigt haben, das Sperrrad B in der Richtung des Pfeiles f rundgedreht wird, so zieht die auf B befestigte Feder C an dem Punkte c das Zahnrad C mit rund und dreht es ebenfalls in der Richtung des Pfeiles f; damit wird dann zugleich das übrige mit C im Eingriff stehende Uhrwerk in Bewegung gesetzt. Dreht man dagegen beim Aufziehen der Uhr die Schnecke und das mit ihr verbundene Sperrrad A in der entgegengesetzten, durch den Pfeil f' angedeuteten Richtung, so kann letzteres an dieser Bewegung Theil nehmen, nicht aber das Gesperre B, weil es durch den Sperrhaken n daran verhindert ist. Hier tritt nun aber die Wirkung der gespannten Feder abc ein; da ihr Ende a feststeht und sie das Bestreben hat, sich gerade zu strecken, so wird der Punkt c und damit das ganze mit diesem Ende verbundene Zahnrad C in der Richtung des Pfeiles f rundbewegt. Man sieht hieraus, wie während des Aufziehens die Hülfsfeder abc in Wirksamkeit tritt und die Bewegung des ganzen Uhrwerkes allein auf eine hinlänglich lange Zeit zu unterhalten vermag, so dass die Zeiger keinen Augenblick still stehen. Wenn nach dem Aufziehen die Hauptfeder wieder in Wirksamkeit tritt, so giebt sie der Feder abc die Spannung zurück, welche sie während des Aufziehens verloren hat.

208 **Das Schlagwerk.** Zum Schlusse unserer Abhandlung über die Uhren wollen wir noch die Einrichtung des Schlagwerkes beschreiben, welches dazu dient, die von den Zeigern bezeichneten Stunden durch Glockenschläge anzugeben. Die einzelnen Theile desselben, wie sie in einer feststehenden, durch ein Gewicht bewegten Pendeluhr vorkommen, sind in der Fig. 345 abgebildet. Das Schlagwerk hat eine besondere bewegende Kraft, nämlich ein Gewicht, das an dem Ende der Schnur A aufgehängt ist. Wenn das Gewicht frei ist, versetzt es die Trommel B und das mittelst eines Gesperres damit in Verbindung stehende Zahnrad C in Bewegung. Das Rad C steht im Eingriffe mit dem Getriebe D und dreht daher mit diesem das Rad E rund; dieses wirkt vermittelst des Getriebes F auf

das Rad G, welches seinerseits wieder mit dem Getriebe H im Eingriff steht und daher auf das Rad I (das erste Vorlauf-

Fig. 345.



rad) wirkt. Das Rad I greift in das Getriebe K ein und dreht das Rad L (das zweite Vorlaufrad) rund, endlich wirkt dieses letztere Rad auf das Getriebe M, dessen Achse mit einem aus zwei Flügeln NN bestehenden Windfang versehen ist, um durch den Widerstand der Luft die Bewegung des ganzen Räderwerkes gleichförmig zu machen (§. 193). Während der Bewegung des Werkes dreht sich auch das Hebnägelrad G, dessen eine Seite in gleichen Abständen von einander mit Stiften a, a (Hebnägeln) besetzt ist; diese Hebnägel wirken auf den Hebel b und heben denselben bei der Drehung des Rades G in die Höhe; der Hebel b dreht zugleich die Achse c, auf welcher das Ende des Hammers e befestigt ist. Sobald einer der Hebnägel a, a den Hebel b gehoben hat und dann unter ihm weggleitet, wird dieser durch eine Feder in seine erste Lage zurückgedrückt, wodurch zugleich die Achse c sich dreht und der Hammer e gegen die Glocke f anschlägt. Wäre der Stiel des Hammers unbiegsam, so würde der Klöppel e die Glocke nicht erreichen, da er aber aus einer biegsamen und elastischen Feder besteht, so schwingt er bei jedem Rückfall des Hebels b in Folge der erlangten Geschwindigkeit über seine anfängliche Gleichgewichtslage hinaus, schlägt gegen die Glocke und springt in Folge der Elasticität der Feder sogleich in diese Lage zurück. Bei jedem Hube des Hebels b muss demnach ein Glockenschlag erfolgen.

So lange das Schlagwerk still stehen soll, liegt ein Stift i, der seitwärts auf dem Rade I befestigt ist, gegen das Ende h eines Hebels hg, womit das ganze Werk arretirt ist. Dieser um g drehbare Hebel gh wird durch einen besonderen Mechanismus in dem Augenblicke, wo die Uhr schlagen soll, durch das eigentliche auf die Zeiger wirkende Uhrwerk ausgelöst, so dass h nach der Rechten zurücktritt und den Stift i frei macht. Wenn darauf der Hebel h gleich wieder in seine erste Lage zurückfällt, kann sich das Rad I doch so lange drehen, bis es einen ganzen Umlauf vollendet hat und der Stift i durch den Hebel h wieder angehalten wird. Dabei hat nur ein Hebnagel a auf den Hebel b gewirkt und dadurch nur einen Glockenschlag hervorgerufen. Damit aber das Schlagwerk so viele Glockenschläge ausführen könne, als es die von dem Uhrzeiger angezeigte Stunde verlangt, ist auf den Hebel gh eine Schneide k aufgesetzt, welche gegen den Umfang eines hinter der Gestellplatte des Werkes angebrachten Scheibe l, die Schlossscheibe genannt, federt. Auf dem Umfange dieser Scheibe sind in ungleichen Abständen Einschnitte oder Fallen angebracht, in welche die Schneide k einfällt, wenn sich die eine oder die andere ihr gegenüber stellt. Da die Schlossscheibe l auf der Achse des Rades E befestigt ist, so dreht sie sich, wenn das Schlagwerk ausgelöst ist, zugleich mit diesem Rade sehr langsam, wobei die einzelnen Punkte ihres Umfanges nach und nach an der Schneide k vorbeigehen. Wenn in dem Augenblicke, wo der Hebel gh zurückfällt, die Schneide k in eine Falle der Schlossscheibe l geräth, so hält der Stift i des Rades I gegen den Vorsprung h an und das Werk steht still; wenn aber die Schneide k auf dem Umfange der Schlossscheibe l zwischen zwei Fallen liegt, so wird der Hebel gh zurückgehalten und am Einfallen verhindert, der Stift i kann dann auch nicht mehr von dem Vorsprunge h arretirt werden und das ganze Schlagwerk bleibt so lange in Bewegung, bis die Schlossscheibe l wieder eine Falle vor die Schneide k gebracht hat und diese darauf von der Falle gefangen wird.

Die Schlossscheibe l, welche sich wie gesagt nur sehr langsam dreht, muss in 12 Stunden eine ganze Umdrehung machen, nach welcher Zeit die Wirkung des Schlagwerkes wieder von vorne beginnt. Während dieser Zeit muss das Rad I eben so viele Umläufe machen, als Glockenschläge erfolgen sollen, also 78 Umläufe, wenn der Hammer nur ganze Stunden schlagen soll, dagegen 90 Umläufe, wenn, wie bei den Stutzuhren auch die halben Stunden durch das Schlagwerk angegeben werden sollen.

11. Allgemeine Bemerkungen über den Transport von Lasten.

Um eine Last auf einem horizontalen Boden von einem 209
Orte an einen anderen zu schaffen, muss man stets eine gewisse Kraft anwenden, welche für eine und dieselbe Last je nach den Umständen sehr verschieden sein kann. Da diese Kraft immer auf eine gewisse Wegstrecke wirkt, so wird zugleich eine bestimmte Arbeit geleistet, die nicht eigentlich zur Fortschaffung der Last selbst dient. Könnte man nämlich diese Last auf dem Boden ohne jeden Widerstand, also ohne Reibung und Luftwiderstand, sei es durch Gleiten oder durch Wälzen fortbewegen, so würde auch die kleinste Krafteinwirkung, der leiseste Stoss hinreichend sein, um die Last wirklich sofort in Bewegung zu setzen, und da in einem solchen Falle keine Ursache zu einer Verzögerung vorhanden wäre, so müsste die Last ohne Ende mit derselben Geschwindigkeit fortfahren sich zu bewegen. Die Fortschaffung der Last würde daher durch den Aufwand der äusserst geringen Arbeit geschehen, welche aus dem einmaligen

Impulse der Kraft hervorgeht; erst in dem Augenblicke, wo man die Last aufhält und ihre Bewegung unterbricht, leistet sie ihrerseits wieder durch Ueberwindung des entgegen gehaltenen Widerstandes dieselbe kleine Arbeit, welche anfänglich auf ihre Bewegung verwendet worden ist.

Bei der Fortschaffung einer Last auf dem horizontalen Boden ist es also nicht ihr Gewicht, welches überwunden werden muss, denn dieses wird von der festen Unterlage vollständig getragen; es sind vielmehr ausschliesslich die passiven Widerstände, welche durch eine anhaltend oder doch fast anhaltend wirkende Kraft überwunden werden müssen, wenn die Fortbewegung der Last möglich sein soll. Hiernach ist leicht einzusehen, dass man durch passende Einrichtung der Transportmittel im Stande sein wird, sehr grosse Lasten durch verhältnissmässig kleine Zugkräfte von der Stelle zu bringen. Es ist unsere nächste Aufgabe, zu untersuchen, auf welche verschiedene Art und Weise eine Last fortgeschafft werden kann und welche Widerstände sich ihrer Fortbewegung entgegenstellen.

210 **Directer Transport einer Last durch Menschen oder Thiere.** Wenn ein Mensch, sei es mit der Hand oder auf dem Rücken, oder sonstwie eine Last fortbewegt, so wirkt nur der Luftwiderstand entgegen, der bei der geringen Geschwindigkeit der Bewegung vernachlässigt werden kann. Die von dem Menschen in horizontaler Richtung, nämlich in der Richtung der Bewegung auf die Last ausgeübte Zugkraft ist daher fast Null. Dagegen wirkt die Last durch ihr Gewicht auf den Menschen ein, weil er seine Muskeln anspannen muss, um dieser Last entgegenwirken und sie tragen zu können. Es ist klar, dass diese Muskelspannung allein schon, gleichviel ob der Mensch vorwärts geht oder still steht, ermüdend wirkt.

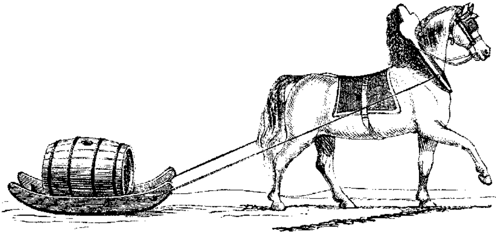
Nicht minder ermüdend wirkt die Anstrengung, welche die Beinmuskeln machen müssen, um den Menschen von der Stelle zu bewegen. Alles dieses macht die Transportirung einer Last durch Menschen schwierig, es sei denn, dass die Last entweder nur ein geringes Gewicht hat, oder nur auf eine kurze Strecke fortgeschafft zu werden braucht. Ganz ebenso verhält es sich mit dem Transport durch Thiere, wenn ihnen die Last auf den Rücken geladen wird.

211 **Transport durch Gleiten oder Schleifen.** Wenn eine Last bei ihrem Transport nicht von Menschen oder Thieren ge-

tragen wird, so muss sie entweder unmittelbar oder auf irgend einer Vorrichtung von dem Erdboden getragen werden. In diesem Falle übt sie einen Druck gegen den Boden aus, welcher bei ihrer Fortbewegung Reibung erzeugt, so dass dann Reibung und Luftwiderstand zugleich der Fortbewegung der Last entgegenwirken. Liegt dabei eine schwere Last unmittelbar auf dem Boden und will man sie auf demselben fortschleifen, so entsteht in Folge des grossen Drucks und der Unebenheiten des Bodens eine sehr bedeutende Reibung, die nur durch grosse Anstrengung überwunden werden kann. Dieses ist z. B. der Fall, wenn Menschen oder Pferde Bauhölzer auf dem Boden fortschleifen; wenn man schwere Möbeln, die nicht mit Rollen versehen sind, von der Stelle ziehen will; von dieser Art war auch der Transport des Obelisken von Luxor (§. 175) als man ihn, um ihn in das Schiff zu bringen, auf der schiefen Ebene herabzog.

Da in diesen Fällen die Beschaffenheit des Bodens den grössten Einfluss auf die Fortbewegung der Last hat, so sucht man durch Ebenen und Glätten desselben die Reibung möglichst zu vermindern; man belegt daher in geeigneten Fällen die Bahn mit hölzernen Balken, wie bei dem erwähnten Transport des Obelisken, oder mit eisernen Schienen, und versieht auch wohl die Balken noch mit Schmiere; oder man legt die Last auf hölzerne Balken, Schlitten, die man dann noch mit eisernen Schienen beschlägt, Fig. 346, kurz man sucht auf jede mögliche

Fig. 346.

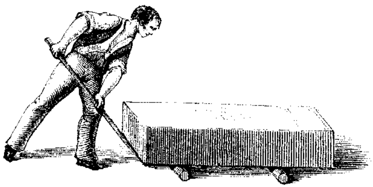


Weise die Unebenheiten des Bodens zu beseitigen und dadurch die Reibung auf das kleinste Maass zu bringen. Dies ist z. B. der Fall bei den Schlittschuhen, die nichts Anderes sind als glatte eiserne Schienen, welche unter die Füsse gebunden werden und die auf dem ebenfalls glatten Eise fast gar keine Reibung verursachen.

212 **Transport durch Wälzen oder Rollen.** Es ist bereits früher (§. 167) erörtert worden, dass die rollende Reibung weit geringer ist als diejenige, welche beim Gleiten oder Schleifen der Körper erzeugt wird. Wo es also die Umstände zulassen, sucht man die Lasten nicht durch Schleifen, sondern durch Wälzen von der Stelle zu schaffen. Vitruv erzählt, dass schon Ctesiphon, der Erbauer des berühmten Tempels der Diana zu Ephesus, dieses Mittel angewandt habe, um die 500000 Pfund schweren Säulen an Ort und Stelle zu bringen, und dass er dieselben zu diesem Zwecke mit einer hölzernen Fassung versehen habe, um sie in horizontaler Richtung in der Weise, wie man sich in der Landwirthschaft der Erdwalzen bedient, fortrollen zu können. Es ist bekannt, dass in ähnlicher Weise ein Arbeiter ein gefülltes Fass leicht vor sich herrollen kann, während er nicht im Stande sein würde, dasselbe Fass fortzuschleifen.

Die Last selbst hat selten eine zum Fortrollen geeignete Form; man muss daher in den meisten Fällen die gleitende Reibung durch besondere Anordnungen in die rollende umwandeln. Wenn die Last, wie in Fig. 347, mit einer grösseren Fläche auf dem Boden aufliegt, so legt man in einem passenden Abstande von einander zwei hölzerne Walzen darunter und zieht oder schiebt die Last vorwärts; ist der Boden nicht sehr ungleich, so findet ein Gleiten gar nicht statt; sowohl die Walzen rollen auf dem Boden, als die Last auf den Walzen fort. Aus §. 155 geht hervor, dass die Kraft, welche erforderlich ist, um eine Last unter der Einwirkung der rollenden Reibung fortzubewegen, um so grösser sein muss, je kleiner der Durchmesser der Walze ist, auf welcher sie liegt; es folgt hieraus, dass man am vortheilhaftesten verfährt, wenn man Walzen von möglichst grossem Durchmesser nimmt.

Fig. 347.



Die Anwendung des vorerwähnten Mittels zur Fortschaffung von Lasten ist jedoch mit einem erheblichen Uebelstande verbunden, der darin besteht, dass die Walzen sich mit einer geringeren Geschwindigkeit fortbewegen als die Last. Wenn man den Vorgang näher untersucht, so findet man, dass eine jede Walze zwar in der Richtung, in welcher sich die Last bewegt, auf dem Boden fortrollt, aber dass sie die Last nicht immer in denselben Punkten berührt; da sie auf der unteren Seite sich in einer entgegengesetzten Richtung bewegt als die Last, so kommt sie nach und nach mit Punkten der Last in Berührung, welche hinter ihrer anfänglichen Lage sich befinden, so dass die Last voreilt und die Walze zurückbleibt. Es ist leicht einzusehen, dass, wenn die Walze auf dem Boden fortrollt und sich einmal rundgedreht hat, also um eine Strecke gleich ihrem Umfange fortgeschritten ist, die Last die doppelte Strecke durchlaufen hat; die Geschwindigkeit der Walze ist also nur halb so gross als die der Last. Hieraus folgt, dass schon nach einer kurzen Strecke die Walze so weit zurückbleibt, dass sie bei einer weiteren Fortbewegung die Last ganz verlässt, und diese mit ihrem hinteren Ende auf den Boden sinkt. Damit dieses nicht geschehe, ist man genöthigt, noch eine dritte Walze anzuwenden und diese am vorderen Ende unter die Last zu legen, bevor noch ihr hinteres Ende die letzte Walze verlassen hat.

Transport auf Rädern. Um dem eben erwähnten Uebel- 213
stande, den die Walzen mit sich führen, zu begegnen, ersetzt man sie durch solche Theile, welche bei der Fortbewegung der Last ebenfalls auf dem Boden rollen müssen, aber bei dieser Bewegung fortwährend mit der Last verbunden bleiben und daher mit derselben Geschwindigkeit fortschreiten. Diese Theile sind die Räder; um nun nicht in jedem einzelnen Falle genöthigt zu sein, die fortzubewegende Last mit der Achse dieser Räder zu verbinden, versieht man ein- für allemal ihre gemeinschaftliche Achse mit zwei Deichseln, welche eine sogenannte Gabel bilden, zwischen denen der Arbeiter oder das Zugthier zu stehen kommt. Diese ist die allgemeinste und einfachste Form der Wagen, wie sie unter den verschiedensten Abänderungen täglich zum Transport der Reisenden, der Waaren, der Baumaterialien, kurz zur Fortschaffung aller Arten von Lasten angewandt werden.

Bei dem Transport auf Rädern findet sowohl rollende Reibung des Rades auf dem Boden, als auch gleitende Reibung der Achse in der Büchse des Rades, **Nabe** genannt, statt, die Reibung ist also dabei weniger unschädlich, als bei der Anwendung von Walzen. Aber der Einfluss der gleitenden Reibung ist um so kleiner, je grösser das Verhältniss ist zwischen dem Durchmesser des Rades und dem der Nabe; je grösser nämlich dieses Verhältniss ist, desto kleiner ist für eine und dieselbe Wegstrecke, welche der Wagen zurücklegt, der Weg, den die Reibung zu durchlaufen hat, und um so kleiner ist auch die aus dieser Reibung hervorgehende schädliche Arbeit, welche von der Kraft überwunden werden muss. Es ist aber noch aus einem anderen Grunde vortheilhaft, den Durchmesser des Rades gross zu machen; je grösser nämlich dieser Durchmesser ist, desto kleiner braucht die an der Deichsel wirkende Zugkraft zu sein, um die rollende Reibung zu überwinden (§. 155).

Die **Schiebkarre** gehört theils zu den directen Transportmitteln (§. 210), theils zu der eben besprochenen Classe der Räder. Liegt nämlich eine Last auf der Schiebkarre, so kann man dieselbe, wie es schon in §. 31 gezeigt worden ist, in Vereinigung mit dem Gewichte der Karre selbst in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine einen Druck auf das Rad ausübt und die andere von der Muskelkraft des Menschen, der die Karre zu heben hat, aufgehoben werden muss. Soll daher die Schiebkarre fortbewegt werden, so hat der Mensch sowohl einen Theil der Last direct zu tragen, als auch in horizontaler Richtung einen Druck auszuüben, um die aus dem andern Theil der Last hervorgehenden Widerstände, die rollende und die gleitende Reibung des Rades, zu überwinden.

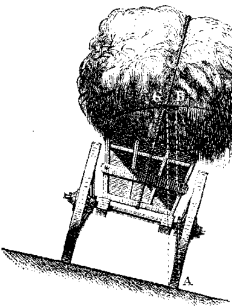
Ladet man die Last auf einen Karren mit zwei Rädern, welche sich um eine gemeinschaftliche Achse drehen, so zerlegt sich das Gewicht der Karre mit Allem, was darauf geladen ist, ebenfalls wieder in zwei Seitenkräfte, von denen die eine einen Druck auf die beiden Räder ausübt und die andere von dem Menschen oder dem Thiere, welche an den Wagenbäumen ziehen und daher dieselben bis in die wagerechte Ebene in die Höhe zu heben haben, aufgehoben werden muss. Der Unterschied zwischen solchen Karren und der Schiebkarre besteht hauptsächlich darin, dass man bei jenem die Last so legen kann, dass der Schwerpunkt fast vollständig in der durch die Wagenachse gehende Verticalebene zu liegen kommt und daher der Druck der Last auf das freie Ende der Wagenbäume fast Null wird. In einem solchen Falle hat dann der Mensch oder das Thier, welches die Karre fortbewegen soll, in verticaler Rich-

-tung nach oben nur eine sehr geringe Kraftanstrengung auszuüben, um dieselbe in der wagerechten Ebene zu erhalten. Die Zugkraft in horizontaler Richtung muss natürlich auch hier so gross sein, dass sie die durch den Druck der Last auf die Räder erzeugten Widerstände überwinden kann.

Wendet man dagegen einen Wagen mit vier Rädern an, so liegt der Schwerpunkt der Last immer so, dass die Verlängerung der verticalen Schwerlinie durch einen Punkt im Inneren des Vierecks geht, welches durch die Stützpunkte der vier Räder auf dem Boden gebildet wird. In diesem Falle braucht man in verticaler Richtung gar keine Kraft anzuwenden, um die Deichsel in horizontaler Lage zu halten; dagegen muss die Zugkraft in derjenigen Richtung, nach welcher die Bewegung erfolgen soll, gross genug sein, um die rollende Reibung auf dem Boden, die gleitende Reibung in der Wagenbüchse und den Widerstand in der Luft zu überwinden.

Stehfestigkeit der Wagen. Nach dem eben Gesagten ist 214
es vortheilhaft, den Wagenrädern einen grossen Durchmesser zu geben, um die Wirkung der rollenden und gleitenden Reibung möglichst abzuschwächen; die natürliche Folge hiervon ist aber, dass die Last sich in der Regel ziemlich weit, nach Umständen sogar sehr weit vom Boden entfernt und dadurch die Stehfestigkeit des Wagens vermindert wird. Je kleiner aber diese Stehfestigkeit ist, desto leichter kann der Wagen durch die Unebenheiten des Bodens, auf welche er stösst, umgeworfen werden. Soll dieses nicht geschehen, so muss die durch seinen Schwerpunkt G gehende Verticallinie, Fig. 348, den Boden in der von den Stützpunkten der Räder gebildeten Fläche treffen. Nun ist leicht einzusehen, dass je höher der Schwerpunkt liegt, der Wagen um so weniger nach einer Seite überhängen darf, wenn die verticale Schwerlinie noch innerhalb der Stützfläche liegen soll; je höher nämlich der Schwerpunkt G liegt, desto weiter entfernt sich bei einer und derselben Nei-

Fig. 348.



gung des Wagens die verticale Schwerlinie von der Mitte der Stützfläche und desto eher ist Gefahr vorhanden, dass diese Linie ganz ausserhalb der Stützfläche falle und dann der Wagen umstürze.

Wenn sich ein Wagen auf einem Wege bewegt, der quer gegen die Richtung der Fahrt geneigt ist, so dass er stets nach der tieferen Seite überhängt, wie in Fig. 348, so hat die Geschwindigkeit, mit welcher er sich bewegt, auf seine Stehfestigkeit grossen Einfluss. Während der Fahrt hängt nämlich der Wagen je nach der Beschaffenheit des Weges manchmal mehr, manchmal weniger über; um daher eine klare Anschauung von dem, was dabei vorgeht, zu gewinnen, stelle man sich die Bewegung des Wagens als eine zweifache vor; die eine ist die Fortbewegung in der Richtung des Weges, den er durchläuft, die andere ist eine Drehung um die durch den tiefsten Stützpunkt A des Rades gezogene Tangente. Diese letztere Bewegung ist das, was wir das Schwanken des Wagens nennen, wobei der Schwerpunkt G einen Kreisbogen um A oder um einen Punkt der genannten Tangente beschreibt. Der Schwerpunkt steigt auf der einen Hälfte dieses Kreisbogens auf und ab, aber er darf nie den höchsten Punkt B desselben überschreiten, wenn der Wagen nicht umstürzen soll. In dem Augenblicke nun, wo das linke Rad auf eine Hervorragung des Bodens stösst, die es nöthigt, in die Höhe zu gehen, steigt auch der Schwerpunkt G auf dem genannten Kreisbogen in die Höhe. Wenn dabei der Wagen langsam fährt, bleibt das linke Rad fortwährend mit dem Boden in Berührung, so lange der Schwerpunkt G den höchsten Punkt des Kreisbogens noch nicht überschritten hat, der Wagen wird also nicht umgeworfen. Wenn dieser aber eine grössere Geschwindigkeit hat, so erhebt sich beim Aufstossen auf eine hervorragende Stelle das linke Rad plötzlich in die Höhe und der Schwerpunkt G wird gewissermaassen auf seinen Kreisbogen gewaltsam in die Höhe geschleudert; in Folge der erlangten Geschwindigkeit kann es dann leicht kommen, dass die Drehung um die durch A gelegte Tangente zu gross wird und der Schwerpunkt G bis zu dem höchsten Punkte B gelangt, bevor noch die Schwere Zeit gehabt hat, die aufwärts gerichtete Bewegung des linken Rades und des Schwerpunktes aufzuheben. Die geringste Ueberschreitung des höchsten Punktes B von Seiten des Schwerpunktes hat aber das Umstürzen des Wagens zur unausbleiblichen Folge; es ist also leicht zu begreifen, dass ein Wagen auf einer geneigten Ebene, wenn er sich schnell bewegt, viel leichter in Gefahr kommt, umgeworfen zu werden, als wenn er langsam vorwärts geht.

Aus einem ähnlichen Grunde werden auch die auf Federn ruhenden Wagen leichter umgeworfen, als andere. Die Federn dienen bekanntlich dazu, die Stösse, welche der Wagen durch die Unebenheiten des Bodens erleidet, abzuschwächen; diese Stösse theilen sich zuerst den Rädern und den mit der Achse verbundenen Theilen mit, darauf erst pflanzen sie sich auf die Federn fort, die sich mehr oder weniger einbiegen und so den Stoss für die übrigen Wagentheile weniger fühlbar machen. Wenn in Folge der Unebenheiten des Weges der Wagen bald mehr bald weniger von einer Seite auf die andere schwankt, so neigt sich der eigentliche Wagenkörper anfänglich weniger, als wenn er ohne Federn unmittelbar mit der Wagenachse und den Rädern fest verbunden wäre. Wird nämlich ein Rad plötzlich durch eine Erhöhung des Bodens in die Höhe geschleudert, so macht der auf den Federn ruhende Wagenkörper nicht sogleich dieselbe Bewegung, weil durch den Stoss die Federn sich einbiegen und die ganze Wirkung desselben eigentlich nur darin besteht, dass sich das Rad dem stehen bleibenden Wagenkasten nähert. Wenn sich aber gleich darauf die Federn wieder ausdehnen, wirken sie auf den Wagen zurück und geben ihm diejenige Neigung, die er sofort angenommen haben würde, wenn die Federn gefehlt hätten. Diese Bewegung des Wagens hört aber keineswegs in dem Augenblicke auf, wo die Federn ihre anfängliche Gleichgewichtsform wieder angenommen haben, vielmehr beharrt er noch eine Weile in der erhaltenen Geschwindigkeit und nöthigt die Federn, sich nach der entgegengesetzten Richtung auszubiegen. Es folgt hieraus, dass ein auf Federn ruhender Wagen bei seinen Schwankungen auf geneigtem oder unebenem Boden sich mehr neigt, als er es ohne Federn thun würde, und dass er daher auch dem Umwerfen mehr ausgesetzt ist, als wenn sein Körper unmittelbar mit der Achse in fester Verbindung steht.

Hiernach ist nicht zu läugnen, dass die gewöhnlichen für den Verkehr der Reisenden dienenden Postwagen in Bezug auf ihre Stabilität wenig geeignet sind; durch die Anhäufung der Gepäckstücke auf der Decke des Wagens rückt der Schwerpunkt hoch hinauf und dieses in Verbindungen mit den grossen Schwankungen, welche auf unebenem Boden durch die Federn entstehen, kann leicht die Ursache werden, dass der Wagen umgeworfen wird.

215 **Die Zugkraft, welche zur Fortbewegung eines Wagens erforderlich ist.** Die zum Fortbewegen eines Wagens nöthige Zugkraft oder die Kraft, die auf den Wagen wirken muss, um die Widerstände zu überwinden, ist je nach der Beschaffenheit des Weges sehr verschieden. Durch zahlreiche Versuche hat man für die verschiedenen einzelnen Fälle die Grösse dieser Zugkraft zu bestimmen gesucht und man ist dabei zu folgenden Hauptresultaten gelangt.

Durch allmälige Aenderung der Belastung und unter Beibehaltung eines und desselben Weges hat man gefunden, dass die erforderliche Zugkraft proportional ist zu dem Drucke, den die Räder gegen den Boden ausüben, das heisst also zu der Summe der Gewichte der Last und des Wagens. Es ist dieses leicht erklärlich, da sowohl die gleitende als die rollende Reibung, die fast ausschliesslich hierbei ins Spiel kommen, proportional zu dem Drucke sind; ausserdem aber hat sich durch Versuche wirklich ergeben, dass diese Kraft fast keine andere Widerstände ausser den genannten zu überwinden hat.

Auf einer und derselben Bahn und bei derselben Belastung steht die zur Fortbewegung erforderliche Zugkraft im umgekehrten Verhältnisse zu dem Durchmesser der Räder, was mit dem im §. 155 Gesagten ebenfalls in Uebereinstimmung ist.

Wenn die Räder bei ihrem Umlaufen noch Stössen ausgesetzt sind, wie dieses auf dem Steinpflaster der Fall ist, so muss die Zugkraft mit der Geschwindigkeit der Bewegung wachsen; in den übrigen Fällen ist die Zugkraft von der Geschwindigkeit unabhängig. Auch dieses Resultat war leicht vorauszusehen und ist eine Folge von dem, was wir in §. 171 über den Arbeitsverlust gesagt haben, der durch den Stoss verursacht wird.

Wie sehr die Grösse der nöthigen Zugkraft je nach der Beschaffenheit des Weges verschieden ist, ersieht man aus der nachstehenden Tabelle, welche das Verhältniss zwischen dieser Zugkraft und der ganzen Belastung für die verschiedenen Bahnen angiebt; dabei ist angenommen, dass die Räder und die übrigen Wagentheile die gewöhnliche Einrichtung haben.

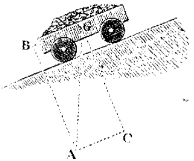
Beschaffenheit des Weges.	Verhältniss der erforderlichen Zugkraft zur vollen Belastung.
Natürliches Terrain, nicht gestampft, thonig, trocken	0,250
Natürliches Terrain, nicht gestampft, kiesig . .	0,165
Festes Terrain, gestampft und geebnet	0,040
Schotterstrasse, sandig oder frisch bekieset . .	0,125
Schotterstrasse bei gewöhnlicher Unterhaltung	0,080
Schotterstrasse bei sehr guter Unterhaltung . .	0,033
Gepflasterte Strasse { im Schritte	0,030
Gepflasterte Strasse { im Trabe	0,070
Brückenbahn von ungehobeltem Eichenholz . .	0,022
Schienenbahn von Eisen oder sehr hartem Stein	0,010
Eisenbahn aus sehr guten Kantenschienen . .	0,007
Eisenbahn, ebenso, die Wagenachsen in beständiger Schmiere	0,005

Die Tabelle zeigt, wie gross die Vortheile sind, welche die gewöhnlichen Eisenbahnen mit Kantenschienen für die Zugkraft gewähren, und es ist klar, dass man auf solchen Schienengeleisen mit derselben Kraft weit grössere Lasten befördern kann, als auf den bestunterhaltenen Landstrassen. Auf die Einrichtung dieser Bahnen kommen wir sogleich näher zurück.

Transport auf einer geneigten Bahn. Bei der Fort- 216
bewegung einer Last auf horizontalem Boden wirkt das Gewicht der Last und des Wagens, wenn ein solcher vorhanden ist, als eine verticale Kraft, die von der horizontalen Unterlage vollständig aufgehoben wird. Es kann daher in einem solchen Falle das Gewicht der Last weder zur Beschleunigung, noch zur Verzögerung der Bewegung etwas beitragen, und wir haben bereits gesehen, dass die zur Fortbewegung der Last erforderliche Zugkraft nicht das Gewicht der Last selbst, sondern nur

die passiven Widerstände zu überwinden hat, welche durch den Druck der Last gegen die Unterlage bei der Bewegung erzeugt werden. Anders ist es, wenn eine Last auf einer geneigten Ebene fortbewegt werden soll. Das Gewicht der Last, welche hier wie überall durch eine durch den Schwerpunkt G, Fig. 349, gehende Verticallinie GA dargestellt werden kann, lässt sich zerlegen in die beiden Seitenkräfte GB, GC, von denen die eine GB parallel, die andere GC senkrecht zu der schiefen Ebene ist. Da die letztere Kraft von dem Widerstande der schiefen Ebene aufgehoben wird, so kann sie weder zur Beschleunigung noch zur Verzögerung der Bewegung etwas beitragen, aber sie übt einen normalen Druck gegen die schiefe Ebene aus und erzeugt dadurch bei der Bewegung des Körpers eine der Grösse des Druckes proportionale Reibung. Die erstere Kraft GB dagegen, welche parallel zu der schiefen Ebene wirkt, wird nicht aufgehoben; sie tritt als eine freie Kraft auf, welche ununterbrochen wirkt, und daher die Geschwindigkeit der bewegten Last vermehrt oder vermindert, je nachdem sie in der Richtung der Bewegung wirkt, oder in der entgegengesetzten.

Fig. 349.

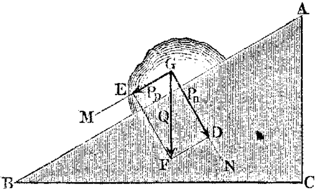


Wenn man daher eine Last auf eine schiefe Ebene **hinauf** ziehen will, so muss die darauf wirkende Zugkraft gross genug sein, um sowohl die passiven Widerstände, als auch die parallele Kraft GB, welche die Last abwärts zu treiben sucht, überwinden zu können. Da der Druck GC der Last gegen die schiefe Ebene kleiner ist als gegen die horizontale Ebene, wo derselbe durch die Linie GA dargestellt wird, so ist auch die Reibung der Last auf einer schiefen Ebene kleiner, als sie auf einer horizontalen Bahn sein würde; die Neigung des Weges hat daher immer eine Verminderung der Reibung zur Folge. Aber wenn in Folge dieser kleineren Reibung die zur Hinaufbewegung der Last erforderliche Zugkraft nicht so gross zu sein braucht, als bei der horizontalen Ebene, so wird dieser Vortheil doch mehr als vollständig dadurch aufgewogen, dass die Zugkraft auf der schiefen Ebene ausser der Reibung noch die Seitenkraft GB, Fig. 349, oder einen Theil des Gewichtes der Last überwinden muss, was bei der Bewegung auf der horizontalen Ebene nicht der Fall ist. Hieraus folgt, dass zur

Bewegung einer Last die schiefe Ebene hinauf eine viel grössere Kraft erforderlich ist als zur Bewegung derselben auf der horizontalen Ebene; eine einfache Construction für verschiedene Fälle zeigt ausserdem, dass diese Zugkraft um so grösser sein muss, je grösser der Neigungswinkel der schiefen Ebene gegen den Horizont ist.

Es ist nicht schwer, wenn die Dimensionen der schiefen Ebene gegeben sind, aus dem Gewichte der Last und der Grösse des Reibungscoefficienten die Grösse der Zugkraft zu berechnen, welche erforderlich ist, um die Last die schiefe Ebene hinauf zu ziehen. Es sei z. B., Fig. 350, $AB = L$, $AC = H$, $BC = B$; das Gewicht der Last $GF = Q$, die parallele Seitenkraft $GE = P_p$, die normale Druckkraft $GD = P_n$, der Reibungscoefficient der beiden sich reibenden Materialien f, so ist die gesuchte der Parallelkraft GE entgegengesetzte Zugkraft gleich der Summe dieser Parallelkraft P_p und der Reibung. Die beiden Dreiecke GFE und ABC sind aber ähnlich, daher ist

Fig. 350.



$$P_p : Q = H : L, \text{ also}$$

$$P_p = Q \cdot \frac{H}{L};$$

ferner ist

$$P_n : Q = B : L, \text{ also}$$

$$P_n = Q \cdot \frac{B}{L}.$$

Man erhält aber die Reibung, wenn man den normalen Druck mit dem Reibungscoefficienten multiplicirt; dieselbe beträgt also $f \cdot Q \cdot \frac{B}{L}$. Hiernach ist die gesuchte Zugkraft

$$Z = Q \cdot \frac{H}{L} + f \cdot Q \cdot \frac{B}{L}.$$

Für die Bewegung derselben Last Q auf der horizontalen Ebene würde die Zugkraft nur sein

$$Z_1 = f \cdot Q.$$

Wenn der Neigungswinkel ABC 30 Grad beträgt, so ist das Verhältniss $\frac{H}{L} = \frac{1}{2}$, $\frac{B}{L} = 0{,}866$; ist nun die Last 1000 Pfund, der Reibungscoefficient (von Holz auf Holz) 0,36, so ist nach der vorstehenden Formel die Zugkraft die schiefe Ebene hinauf

$$Z = 1000 \cdot \frac{1}{2} + 0{,}36 \,.\, 1000 \,.\, 0{,}866 = 811{,}76 \text{ Pfund};$$

dagegen würde die Zugkraft auf der horizontalen Bahn für dieselben Materialien und dieselbe Last nur sein

$$Z_1 = 1000 \,.\, 0{,}36 = 360 \text{ Pfund}.$$

Wenn dagegen die Last auf der schiefen Ebene sich herab bewegt, so wirkt ihre Seitenkraft GB, Fig. 349, welche der Ebene parallel ist, in der Richtung der Bewegung und hält also einem Theile der passiven Widerstände das Gleichgewicht; in diesem Falle braucht die Zugkraft nur den übrigen Theil der Widerstände zu überwinden. Beachtet man ferner, dass, wie bereits gesagt, der Druck GC, Fig. 349, und daher auch die Reibung gegen die schiefe Ebene immer kleiner ist, als der Druck GA derselben Last und ihre Reibung auf der horizontalen Ebene, so begreift man, dass die Neigung der Ebene auf zweierlei Weise zur Verminderung der abwärts zu richtenden Zugkraft beiträgt: einmal durch Verminderung der Reibung in Folge des kleineren Drucks, und dann dadurch, dass sie eine Seitenkraft GB der Last in Wirksamkeit setzt, welche einen Theil der Widerstände aufhebt. Auch hier ist diese Verminderung der erforderlichen Zugkraft um so grösser, je mehr die Ebene gegen den Horizont geneigt ist; ja es kann, wenn die Neigung gross genug ist, die Zugkraft sogar Null werden, nämlich dann, wenn die der schiefen Ebene parallele Seitenkraft GB gleich ist der gesammten Reibung. Es folgt dieses auch sofort aus der Fig. 350; bezeichnet man nämlich die abwärts gerichtete Zugkaft mit z, so ist offenbar

$$z = f \,.\, Q \cdot \frac{B}{L} - Q \cdot \frac{H}{L},$$

und daher ist diese Zugkraft $z = 0$, wenn

$$f \,.\, Q \cdot \frac{B}{L} = Q \cdot \frac{H}{L},$$

oder wenn

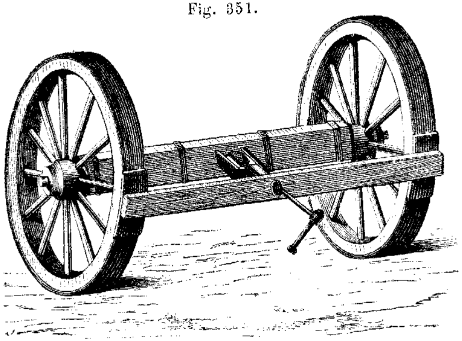
$$f = \frac{H}{B}.$$

Es folgt hieraus ferner noch, dass ein auf einer schiefen Ebene ruhender Körper ohne Zugkraft, also von selbst anfängt herunter zu fallen, wenn die Neigung so gross geworden ist, dass das Verhältniss der Höhe zu der Basis $\left(\frac{H}{B}\right)$ gleich dem Reibungscoefficienten wird. Man pflegt den Neigungswinkel, bei dem dieses geschieht, den **Ruhewinkel** zu nennen. Auch ist leicht einzusehen, wie dieses Verhalten der Körper auf der schiefen Ebene leicht dazu benutzt werden kann, die Grösse der Reibungscoefficienten zu bestimmen.

Wird der Neigungswinkel der schiefen Ebene noch grösser, so dass die abwärts gerichtete Parallelkraft P_p (Fig. 350) grösser ist, als die gesammte Reibung, und also in obiger Formel $Q \cdot \frac{H}{L}$ grösser ist als $f \cdot Q \cdot \frac{B}{L}$, so fällt der Körper in Folge des Ueberschusses der Parallelkraft über die Reibung herunter. Da dieser Kraftüberschuss continuirlich wirkt, so wird die Bewegung der Last eine beschleunigte und der Körper fällt immer schneller auf der schiefen Ebene herab, wenn man nicht eine Zugkraft in der entgegengesetzten Richtung, also aufwärts wirkend anbringt. Wenn z. B. ein Wagen auf einer stark geneigten Ebene herabfährt, so müssen die Pferde sich rückwärts gegen das Voreilen des Wagens anstemmen, also eine aufwärts gerichtete Kraft anwenden; ja es kommt vor, dass man, wenn der abwärts fahrende Wagen schwer beladen und mit mehreren Pferden bespannt ist, sämmtliche Thiere ausser dem Gabelpferde hinter den Wagen spannt und sie nöthigt, aufwärts zu ziehen.

Denselben Zweck erreicht man auch, wenn man die Reibung vermehrt oder vielmehr eine künstliche Reibung erzeugt, die bei der gewöhnlichen Fahrt nicht vorhanden ist. Man versieht deswegen die Wagen, welche geneigte Ebenen zu befahren haben, mit **Hemmschuhen** oder **Bremsen** von Holz oder Eisen, welche in der Nähe der Radfelgen in der Höhe der Achse der Räder angebracht sind, Fig. 351 (a. f. S.). Mit Hülfe einer Schraube presst man diese Bremsen, so oft es erforderlich ist, gegen das Rad an und erzeugt dadurch eine Reibung, welche die bereits vorhandene Reibung auf der Bahn vermehrt. Durch ein stärkeres Anziehen der Schraube wird die Reibung an dem Umfange der Räder grösser; aber es ist leicht einzusehen, dass sie doch eine gewisse Gränze nicht überschreiten kann. Wird nämlich die Bremse zu stark gegen die Räder angedrückt, so können diese sich nicht mehr drehen und sie gleiten dann auf dem Wege herab, als ob sie mit der Achse fest verbunden

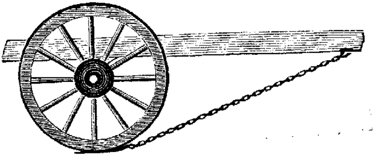
Fig. 351.



wären. Die Reibung der Bremse an den Rädern kann daher nicht grösser werden, als die gleitende Reibung der Räder selbst auf der schiefen Ebene. Sobald daher die Bremse einen Druck gegen die Räder ausübt, der eine noch grössere Reibung zur Folge hätte, so stehen die Räder still und es findet an der Bremse gar keine Reibung mehr statt, dieselbe wird dann ersetzt durch die gleitende Reibung der Räder auf der schiefen Ebene.

Das Anlegen der Bremse in der beschriebenen Weise ist dann von Nachtheil, wenn die Räder dadurch ganz zum Stillstehen gebracht werden, weil in diesem Falle die Räder eine längere Zeit hindurch an denselben Punkten des Umfanges über den Boden gleiten müssen und sich endlich bloss an diesen Stellen abnutzen. Um dieses zu verhüten, wendet man häufig den in Fig. 352 abgebildeten Hemmschuh an, der aus einem

Fig. 352.



mittelst einer Kette an dem hinteren Ende der Deichsel befestigten Stück Holz besteht. Kommt der Wagen auf einer geneigten Ebene in eine zu schnelle Bewegung, so hält man den Schuh vor eines der Räder und lässt letzteres auf denselben auflaufen; alsbald wird dieser mitgezogen und von der Kette gehalten; das Rad dreht sich nicht mehr, und der Schuh wird statt seiner gegen den Boden gepresst, um die erforderliche gleitende Reibung zu erzeugen.

Eisenbahnen. Um auf horizontalen Wegen die Reibung 217
möglichst zu vermindern und dadurch eine möglichst grosse Ersparniss an der zum Transport der Lasten erforderlichen Zugkraft zu gewinnen, hat man schon frühzeitig eiserne Schienen angewandt, deren Ränder nach oben vorstehend waren und die hierdurch eine Art Rinne bildeten, in welcher die linsenförmig zulaufenden Räder sich bewegen konnten. Aber diese Art Schienen, die man offenbar den auf den gewöhnlichen Landwegen entstehenden Geleisen nachgebildet hatte, waren wenig vortheilhaft, da sie stets voll Schmutz waren, sich bald abnutzten und gegen das Ablaufen der Räder nicht den gehörigen Schutz gaben; sie kommen indessen noch gegenwärtig hier und da in englischen Berg- und Hüttenwerken vereinzelt vor.

Statt dieser Hohlschienen werden jetzt allgemein die randlosen Kantenschienen angewandt, deren Form jedoch verschieden ist; die gewöhnlichsten haben die in Fig. 353, 354 und 355 abgebildeten Querprofile und werden Stuhlschienen

Fig. 353.

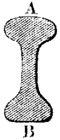


Fig. 354.

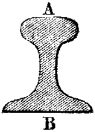
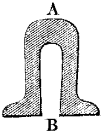


Fig. 355.



genannt; der obere Theil *A* derselben heisst der Kopf. Sie sind aus Schmiedeeisen angefertigt, haben eine Höhe von 4 bis 5 Zoll, am Kopfe eine Breite von 2 bis $2\frac{1}{2}$ Zoll und eine Länge von 15 bis 18 Fuss und vertragen eine Belastung von höchstens 120 Centner. Zu ihrer Befestigung dienen hölzerne Querschwellen von 8 bis 9 Fuss, die in Entfernungen von $2\frac{1}{2}$ bis 3 Fuss senkrecht zu der Richtung der vorher wohl planirten

Bahn gelegt werden. Auf diese Schwellen werden zunächst die Schienenstühle DE, Fig. 356, mittelst Bolzen oder Holzschrauben a befestigt; die Schiene selbst wird in den **Sattel** des Schienenstuhles gelegt und darin durch seitwärts eingetriebene trockene hölzerne Keile FG befestigt. Die Lage einer Schiene im Schienenstuhl und auf den Schwellen ist aus Fig. 357 zu ersehen; es ist indessen nicht nöthig, die Schienen auf jeder Schwelle in einem Stuhle zu befestigen; es genügt, wenn nur an den Stellen, wo zwei Schienen zusammenstossen, ein Stuhl in Anwendung kommt.

Fig. 356.

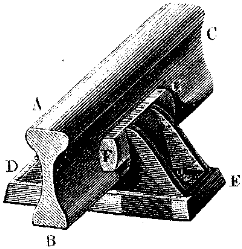
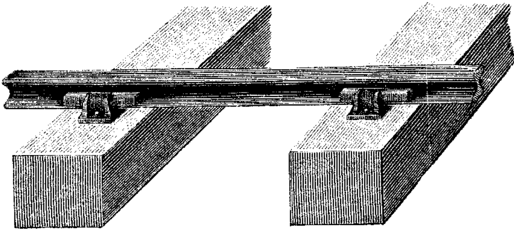


Fig. 357.



Eine andere Befestigungsweise der Schienen ist die mittelst eiserner Hakennägel ab, Fig. 358, wobei die zusammenstossenden Schienenenden einfach auf einer gemeinschaftlichen eisernen Unterlagsplatte CD befestigt werden. Sehr gewöhnlich verbindet man endlich noch die Schienenenden durch schmiedeeiserne **Laschen** F, F, von 8 bis 12 Zoll Länge, welche durch 2 bis 4 starke, durch die Schienen hindurchgehende Schraubenbolzen fg,

Fig. 358.

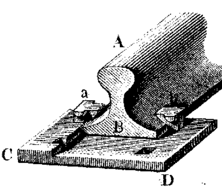
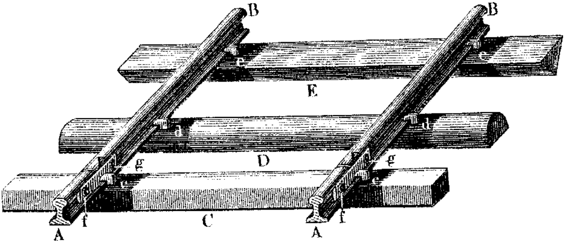


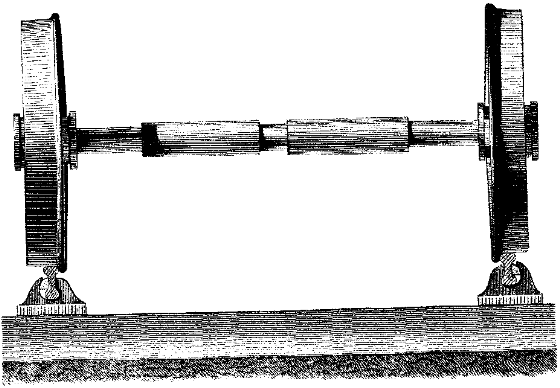
Fig. 359, an die Schienen seitwärts angeschlossen werden; *c*, *d*, *e* sind die Hakennägel, womit die Schienen auf den Schwellen befestigt sind.

Fig. 359.



Damit die Räder der Wagen nicht von den Schienen abgleiten, erhalten sie an der der Bahn zugekehrten Seite auf ihrem Umfange eine ringförmige Erhöhung, **Spurkranz** genannt, von ungefähr $1\frac{1}{2}$ Zoll Breite und 1 Zoll Dicke, mit denen sie den Schienenkranz von der inneren Seite umfassen, Fig. 360. Wenn die Räder aus irgend einer Ursache nach der

Fig. 360.

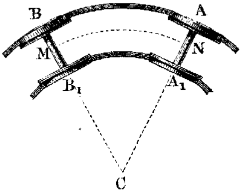


einen oder der anderen Seite ausweichen wollen, so wird dieses durch die Spurkränze, welche sich dabei gegen die innere Seite der betreffenden Schiene anlegen, verhindert. Dieser Druck des Spurkranzes gegen die Schiene erzeugt aber eine Reibung, zu deren Ueberwindung ein Theil der Zugkraft verwendet werden muss. Um diese Reibung möglichst gering zu machen, giebt man den Radkränzen an ihrem Umfange, wo sie auf den Schienen laufen, eine schwache kegelförmige Neigung, Fig. 360, und zwar dergestalt, dass bei einer Breite derselben von 4 Zoll der Durchmesser in der Nähe des Spurkranzes um 0,4 Zoll grösser ist, als die Durchmesser der äusseren Seite. Auf diese Weise sucht ein jedes Rad in Folge der Schwere von seiner Schiene nach der Bahn hin abzugleiten, wird aber durch das andere mit ihm verbundene Rad daran verhindert, so dass wenigstens auf einer geradlinigen Bahn beide Spurkränze ein wenig von dem Schienenrande entfernt bleiben und die Reibung vermindert wird. Kommt einmal einer der Spurkränze mit seiner Schiene in Berührung, so tritt er doch gleich wieder zurück und nimmt die Lage an, die ihm durch die Schwere angewiesen ist.

Wenn die Radkränze ihren Zweck ganz erfüllen und die Wagen auch bei der grössten Geschwindigkeit sich mit Sicherheit auf der Schienenbahn bewegen sollen, müssen die Räder stets vertical bleiben und weder nach der einen noch nach der anderen Seite hinüberschwanken. Um dieses zu erreichen, erhalten die Räder eine andere Einrichtung, als bei den gewöhnlichen Wagen. Anstatt das Wagengestelle mit der Achse zu verbinden und die Naben um diese Achse laufen zu lassen, werden bei den Eisenbahnwagen die beiden zugehörigen Räder mit der Achse fest verbunden, und zwar genau im rechten Winkel, Fig. 360. Die Achse dreht sich dann in Lagern, welche zu diesem Zwecke an dem unteren Theile der Wagengestelle angebracht sind.

In Folge der festen Verbindung der Räder mit ihrer Achse müssen sich je zwei zusammengehörende Räder stets mit derselben Geschwindigkeit umdrehen und in einer bestimmten Zeit eine gleiche Anzahl von Umläufen machen. Bei der Bewegung in einer geraden Bahn hat dieses keine Schwierigkeiten; dagegen stellt sich die Sache anders, wenn sich die Räder durch eine Curve bewegen müssen. Bei der Curve ist die äussere Schiene, AB, Fig. 361, welche die convexe Seite der Bahn bildet, länger, als die innere A_1B_1. Könnten sich die Räder unabhängig von einander frei drehen, so würde das äussere Rad in derselben Zeit sich öfter umdrehen, als das entsprechende innere; da sie aber fest mit einander verbunden sind, so müssen sie nothwendig gleichzeitig dieselben Bewegungen ausführen.

Fig. 361.



Wenn dagegen das Rad, welches auf der inneren Schiene läuft, sich so drehte, als wenn es allein wäre, so verursachte es, dass das zugehörige Rad auf der äusseren Schiene weniger Umläufe macht, als wenn es nicht mit ihnen verbunden wäre. Hieraus folgt, dass, da die Anzahl der Umdrehungen für die beiden Räder B und B_1 dieselben sind, die ungleichen Wegstrecken BA und B_1A_1 nur dann in derselben Zeit durchlaufen werden können, wenn neben der Drehung noch eine gleitende Bewegung auf den Schienen stattfindet, so dass das äussere Rad B, um nach A zu gelangen, noch eine kleine Strecke in der Richtung der Bewegung, das andere innere Rad B_1 aber, um nach A_1 zu gelangen, in der entgegengesetzten Richtung geschleift werden muss.

Ist in Fig. 361 MN der mittlere Weg der Radachse und setzen wir $MN = s$, ferner $CM = CN = r$, den inneren Abstand der Spurkränze $AA_1 = BB_1 = b$, so haben die Bogen BA, MN, B_1A_1 denselben Mittelpunktswinkel BCA, daher sind sie dieselben aliquoten Theile ihrer respectiven Kreisumfänge und verhalten sich zu einander wie diese oder auch wie ihre zugehörigen Halbmesser. Es ist daher

$$AB : MN = CB : CM, \text{ oder}$$

$$AB : s = r + \frac{b}{2} : r, \text{ daher}$$

$$AB = s \cdot \frac{r + \frac{b}{2}}{r} = s + \frac{bs}{2r};$$

ebenso ist

$$A_1B_1 : MN = CB_1 : CM, \text{ oder}$$

$$A_1B_1 : s = r - \frac{b}{2} : r, \text{ daher}$$

$$A_1 B_1 = s \cdot \frac{r - \frac{b}{2}}{r} = s - \frac{b\,s}{2\,r};$$

daher ist der Weg, durch welchen das äussere Rad B auf der Strecke BA geschleift wird,

$$BA - MN = BA - s = \frac{b\,s}{2\,r},$$

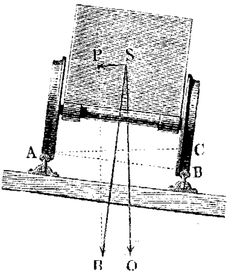
und für das innere Rad auf der Strecke $B_1 A_1$ in der entgegengesetzten Richtung ebenfalls

$$MN - B_1 A_1 = s - B_1 A_1 = \frac{b\,s}{2\,r}.$$

Bezeichnet man nun die ganze Belastung der Räder mit Q und den Coefficienten der gleitenden Reibung der Räder auf den Schienen mit f, so ist diese Reibung gleich $Q \,.\, f$ und die zur Ueberwindung derselben erforderliche Arbeit, während die Achse den Weg MN durchläuft, gleich $Q \,.\, f \cdot \frac{b\,s}{2\,r}$. Diese Arbeit muss von der Zugkraft auf die Wegstrecke $MN = s$ verwendet werden, es ist daher die erforderliche Vergrösserung der Zugkraft selbst für beide Räder gleich $Q \,.\, f \cdot \frac{b}{r}$. Je grösser man den Halbmesser r der Curve nimmt, desto kleiner ist dieser aus der Bewegung der Wagen in der Curve hervorgehende Widerstand, woraus folgt, dass man den Halbmesser der Curve immer möglichst gross machen soll.

Wenn ein Wagen sich mit grosser Geschwindigkeit durch eine Curve bewegt, so entsteht nach §. 135 eine sehr bedeutende Centrifugalkraft, welche in ihrem Bestreben, den Wagen in der Richtung des Curvenhalbmessers vom Mittelpunkte der Curve zu entfernen, das in der convexen Schiene befindliche Rad mit seinem Spurkranze gegen die Schiene andrückt. Die Richtung dieser Centrifugalkraft ist horizontal, senkrecht gegen die Richtung der Bewegung, und sie kann daher in Fig. 362 durch die Linie SP dargestellt werden, wenn S der Schwer-

Fig. 362.



punkt des beladenen Wagens und A die äussere oder convexe Schiene darstellt. Diese Kraft drückt aber nicht nur das Rad gegen seine Schiene an, sondern sucht auch die Last von dem inneren Rade B abzuheben und nach A hin umzuwerfen. Um diesem Uebelstande, den die Curven mit sich bringen, abzuhelfen und die Räder bei ihrem Laufe durch eine Curve in einer ähnlichen Lage zu den Schienen zu erhalten, wie dieses bei einer geraden Bahn der Fall ist, braucht man nur die äussere Schiene A um eine kleine Höhe $BC = h$ höher zu legen, als die innere Schiene B, damit die aus dem Gewichte der Belastung $SQ = Q$ und der Centrifugalkraft $SP = P$ hervorgehende Resultirende SR, wie bei der geraden Bahn, senkrecht stehe zu der normalen Verbindungslinie AB der beiden Schienenflächen A und B. Da AC eine wagerechte, SQ eine verticale Linie und SR senkrecht zu AB ist, so sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke SQR und ABC einander ähnlich, also ist

$$BC : AB = P : Q, \text{ oder}$$

$$BC = \frac{P}{Q} \cdot AB.$$

Da nun die Centrifugalkraft P nach §. 134 mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wächst, so darf eine Curve nicht mit einer grösseren Geschwindigkeit befahren werden, als für welche die Schienenlage berechnet worden ist.

Wir werden später sehen, dass die Anwendung der Locomotive zu dem Zwecke, um ganze Züge auf den Eisenbahnen zu befördern, erhebliche Steigungen unzulässig macht. Man legt daher die Eisenbahnen horizontal oder doch sehr nahe horizontal an und vermeidet überall grosse Steigungen; je nachdem daher das Terrain beschaffen ist, entstehen hieraus Einschnitte und Dämme, und nur in besonderen Ausnahmefällen, wo man hiermit nicht auskommt, entstehen schiefe Ebenen, Tunnels oder Viaducte.

Gegliederte Wagen. Es würde offenbar von grossem 218
Vortheil sein, wenn man bei den Eisenbahnen starke Krümmungen oder Curven von kleinem Halbmesser verwenden dürfte; da dieses die Umgehung von Bergen und Thälern gestatten und überhaupt zur Folge haben würde, dass die Bahn stets eine niedrige Lage behielte, so würden sich die Bahnanlagen wesentlich vereinfachen und mit geringen Kosten herstellen lassen. Man hat wirklich mehrfach Mittel in Vor-

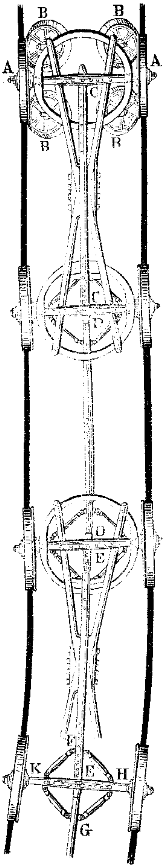
schlag gebracht, um dieses Ziel zu erreichen; wir beschränken uns darauf, eines derselben anzuführen, welches von Arnoux auf der Eisenbahn zwischen Paris und Sceaux angewandt worden und unter dem Namen der gegliederten Wagen bekannt ist.

Da die feste Verbindung der Räder und des Wagengestelles mit den Radachsen die Ursache ist, warum starke Krümmungen überhaupt nicht vorkommen dürfen, so drehen sich bei den Wagen von Arnoux wie bei den gewöhnlichen Wagen auf den Landstrassen die Räder unabhängig von einander mittelst ihrer Naben um die Radachse. Aber dieses genügt nicht; damit jede gleitende Reibung der Spurkränze an den Schienen vermieden werde, ist es erforderlich, dass die Ebene eines jeden Rades in jedem Punkte der Curve durch die Tangente gehe, welche in dem Berührungspunkte des Rades mit der Schiene an die Curve gezogen wird, das heisst, dass innerhalb der Curve die Radachsen stets senkrecht stehen zu der Richtung der Schienen. Hieraus folgt, dass die beiden Achsen eines und desselben Wagens bei der Bewegung durch die Curve nicht mehr parallel sein können, sondern in der Richtung der beiden Curvenhalbmesser stehen und also nach dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Schienen convergiren müssen. Arnoux machte daher eine jede Achse um einen festen Reihnagel drehbar, wie es bei den gewöhnlichen vierrädrigen Lastkarren der Fall ist, und bewirkte das senkrechte Einstellen der Radachsen gegen die Curve auf folgende Weise.

Die vorderste Achse AA des Zuges, Fig. 363, z. B. der Locomotive oder eines anderen Waggons, ist mit einem Wagengestelle derart fest verbunden, dass sie durch vier kleine Räder oder Leitrollen BB, deren Scheeren auf diesem Gestelle befestigt sind, eine Führung bekommt. Diese Rollen sind gegen den Horizont geneigt und stemmen sich so gegen die innere Seite einer jeden Bahnschiene, dass ihr Spurkranz gegen den unteren Rand des Schienenkopfes andrückt, wie es die Fig. 364 zeigt. Bei dieser Anordnung wird die gleitende Reibung des Spurkranzes in eine rollende verwandelt, und es stellen die Rollen die vorderste Achse bei jedem Eintritt in die Curve, von welcher Seite dieses auch geschehen mag, senkrecht zu der Curve. Die letzte Achse des Zuges ist genau in derselben Weise angeordnet.

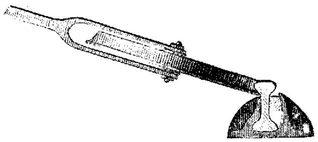
Die übrigen Wagen sind nicht wie gewöhnlich durch Ketten, die auf Federn wirken, verbunden, sondern durch starke

Fig. 363.



Stangen oder Deichseln, die sich ebenfalls um feste Reihnägel frei drehen können. Hiernach setzt sich an den Langbaum CC, welcher die beiden Reihnägel des ersten Waggons verbindet, eine Deichsel DD an, welche den zweiten Reihnagel dieses Waggons mit dem ersten des zweiten Waggons verbindet; ebenso wird der Langbaum EE des zweiten Waggons durch eine Deichsel G mit dem dritten Waggon in Verbindung gesetzt u. s. w. Nach dieser Anordnung bilden die Langbäume und die sie verbindenden Deichseln, welche alle dieselbe Länge haben, ein gleichseitiges Polygon, dessen einzelne Ecken in den Reihnägeln liegen, und da sich die letzteren stets auf der mittleren Curve der Schienenbahn bewegen müssen, so ist das genannte Polygon dieser mittleren Kreislinie eingeschrieben. Damit nun eine jede Radachse stets senkrecht zu der Curve stehe, ist nur erforderlich, dass sie mit dem Langbaume und der Deichsel, welche in ihrer Mitte zusammenstossen, stets gleiche Winkel bilde. Man erreicht dieses durch vier gleich lange Stäbe, welche einestheils auf verschiedenen Seiten der Radachse in F und G mit dem Langbaum und der Deichsel, anderentheils

Fig. 364.



zu beiden Seiten dieser Stücke H und K durch Muffe mit der Achse verbunden sind; die Muffe H und K umgeben die Achse und können sich in der Richtung ihrer Länge ein wenig verschieben. Das

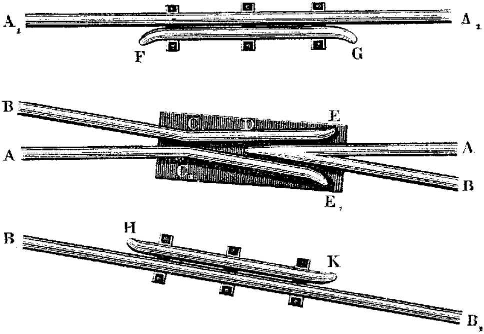
Viereck $FHGK$, welches aus diesen vier Stücken gebildet wird, ist daher an seinen Ecken gegliedert und verändert seine Form, so oft der Langbaum und die Deichsel, an welchen die Enden F und G befestigt sind, ihre gegenseitige Lage verändern. In diesem Falle gleiten dann zugleich die Muffe H, K über die Achse und drehen sie so um den Reihnagel, dass sie stets die Richtung der Diagonale HK des Vierecks annehmen muss. Hiernach ist leicht einzusehen, dass die Radachse stets dieselbe Neigung zu ihrem Langbaum und ihrer Deichsel behalten muss, wie verschieden auch der Winkel sein mag, den diese Theile selbst in den verschiedenen Krümmungen der Bahn miteinander bilden, und dass demzufolge auch die Radachse zu der Curve stets senkrecht bleibt, gleichviel ob die Curve eine schwache oder eine starke Krümmung hat.

Das System der gegliederten Wagen von Arnoux hat sich zwar in einiger Beziehung als vortheilhaft erwiesen, allein die Wagen verlieren dabei doch so sehr an ihrer Stabilität und an der Sicherheit der Bewegung, dass es wohl niemals eine allgemeine Anwendung finden wird.

219 **Weichen.** Da es bei den einspurigen Eisenbahnen sehr oft geschieht, dass zwei Wagenzüge einander begegnen oder einer den anderen überholen muss, so müssen von der Hauptbahn ab Seitenbahnen oder Ausweichestellen angebracht werden. Ebenso oft ist es nöthig, dass zwei Schienengeleise sich durchschneiden oder dass zwei neben einander laufende Bahnen durch eine dritte verbunden werden. In allen diesen und ähnlichen Fällen muss ein Theil des Schienengeleises beweglich sein und dieser Theil bildet die Weiche oder den Wechsel. Wenn sich zwei Bahnen kreuzen, so sind die Schienen an den vier Kreuzpunkten auf eine kurze Strecke unterbrochen, und um das Abgleiten der Spurkränze der Räder zu verhüten, mit sogenannten Zwangschienen versehen, welche ein Stück weit neben den Hauptschienen herlaufen und mit diesen eine Art Rinne bilden, durch welche die Spurkränze laufen und gegen die Hauptschienen angedrückt werden.

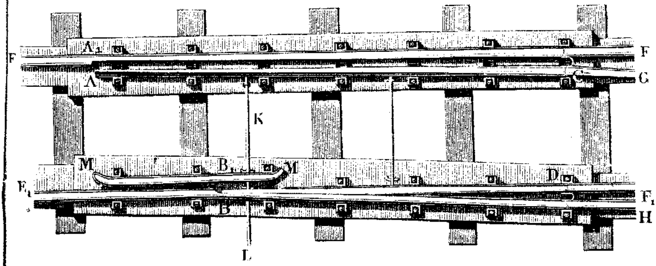
In Fig. 365 ist ein solcher Kreuzpunkt zweier sich durchschneidender Schienengeleise abgebildet; derselbe liegt bei CD, wo die inneren Stränge AA und BB sich begegnen. An dieser Stelle sind die Hauptschienen AA, BB auf eine kurze Strecke unterbrochen und die äusseren Schienen $A_1 A_1$, $B_1 B_1$ mit den Zwangschienen FG und HK versehen; zu demselben Zwecke ist auch die Unterbrechungsstelle CD mit Schienenstücken CE und $C_1 E_1$ versehen, so dass daselbst ein Abgleiten der Spurkränze von den Schienen nicht möglich ist.

Fig. 365.



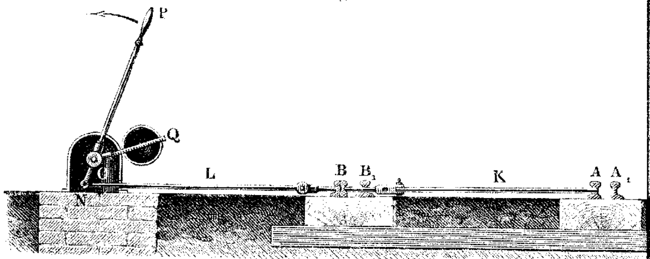
An den Stellen, wo zwei Bahnen auseinandergehen oder eine Bahn vermittelst einer Curve in eine Seitenbahn abgeht, wird eine Weiche angebracht und dadurch ermöglicht, dass ein Wagenzug nach Belieben auf dem einen oder dem anderen Schienengeleise fortgehen kann. Eine solche Weiche ist in der Fig. 366 abgebildet. Das Hauptgeleise ist

Fig. 366.



EF, E_1F_1, und die Weiche besteht aus den beiden Zungen CA und DB, welche an den Stellen um die beiden Bolzen C und D drehbar sind, wo die Seitenbahn CG, DH beginnt. Durch eine besondere seitwärts des Schienengeleises stehende Hebelvorrichtung, Fig. 367, lassen sich diese beiden Zungen

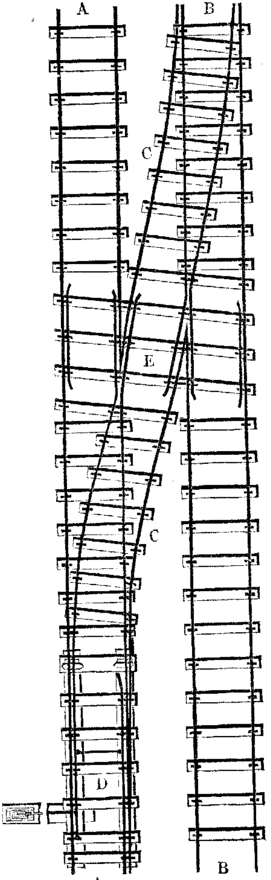
Fig. 367.



um die Bolzen CD drehen und an die eine oder die andere Bahnrichtung anschliessen. Bei der Stellung der Weiche, wie sie die Fig. 366 zeigt, geht der Zug über das Hauptgeleise EF, E_1F_1, weil die Radkränze gezwungen sind, auf der inneren Seite dieser Schienen zu bleiben; letztere laufen daher durch den Zwischenraum zwischen EF und AC einerseits und zwischen den Zwangschienen MM und E_1F_1 andererseits. Soll dagegen der Zug von dem Hauptgeleise in die Seitenbahn AG, BH abgehen, so werden die Zungen CA und DB mittelst der Zugstange K, Fig. 366, so verschoben, dass sich CA bei A_1 an EA_1 und DB bei B_1 an die Zwangschiene MM anlegt; es schliesst sich daher für den auf E laufenden Spurkranz der Zwischenraum zwischen $A'F$ und AG, so dass derselbe sich bei A an die Schiene AC des Nebenstranges CG anschliessen muss; auf der anderen Schiene E_1B entfernt sich aber bei B die Zunge DB von der Nebenschiene HB, so dass der Spurkranz des bei E_1 ankommenden Rades nicht mehr über die Hauptschiene BDF_1, sondern zwischen BH und $B'D$ auf der Nebenschiene BH laufen muss.

Das Verschieben der Zungen geschieht an der Zugstange KL vermittelst eines um O drehbaren Hebels PON, Fig. 367; dreht man den Handgriff P desselben in der Richtung des Pfeiles, so bewegt sich das andere Ende N nach der entgegengesetzten Richtung und verschiebt mittelst der Stange LK die Zungen BA an B_1 und A_1; in diesem Falle läuft der Zug von dem Hauptgeleise in die Nebenbahn. Lässt man die Handhabe P los, so bewirkt ein an einem anderen Hebelarm wirkendes Gegengewicht Q, dass die Weiche von selbst zurückgeht und die Schienentheile so stellt, dass der Zug der Hauptlinie folgen muss.

Fig. 368.

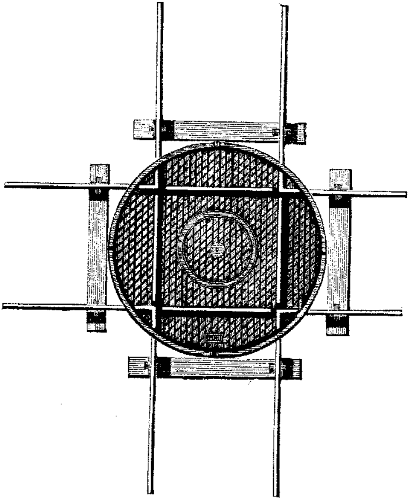


Wenn zwei parallele Schienenwege AA, BB, Fig. 368, neben einander laufen und die Wagenzüge von einer Bahn auf die andere übergehen sollen, so verbindet man sie durch eine dritte Bahn E, welche mit jeder Hauptbahn durch eine Weiche in Verbindung treten kann. Eine dieser Weichen ist bei D abgebildet; die Stellung der Weichen in der Figur ist diejenige, bei welcher die beiden Hauptbahnen offen sind und ein Uebergang von der einen zur anderen nicht geschieht.

Drehscheiben. In den 220
Bahnhöfen muss man die Locomotiven und die anderen Wagen häufig von einem Schienengeleise auf ein anderes bringen; da man jedoch wegen Mangels an Platz die verschiedenen Bahnen nicht so, wie es die Weichen erfordern, zusammenstossen lassen kann, so bedient man sich

hierzu der sogenannten **Drehscheiben**. Dieselben sind starke, horizontale, kreisförmige Scheiben von 12 bis 16 Fuss Durchmesser, welche sich um einen in ihrem Mittelpunkte befestigten Zapfen drehen lassen und auf ihrer Oberfläche mit einem oder mit zwei unter einem rechten Winkel sich kreuzenden Schienengeleisen versehen sind, Fig. 369. Soll ein Wagen von dem Geleise, auf

Fig. 369.



welchem er sich befindet, auf ein anderes gebracht werden, so schiebt man ihn zuerst auf die Drehscheibe, welche man vorher so gestellt hat, dass die Schienenstränge correspondiren. Man dreht nun die Scheibe um 90 Grad, bringt dadurch das Geleise des Wagens in Verbindung mit dem anderen Geleise und schiebt dann den Wagen von der Scheibe auf Letzteres; soll der Uebergang von einem Geleise auf ein paralleles geschehen, so muss natürlich mittelst einer zweiten Drehscheibe ein nochmaliger Wechsel vorgenommen werden.

Die Einrichtung einer solchen Drehscheibe ist aus den Fig. 370 und Fig. 371 zu erkennen. Die Achse *C* der Scheibe, welche hier nur mit einem Geleise versehen ist, bewegt sich in dem Lager *D*, welches auf einem starken, gusseisernen, vier-

Fig. 370.

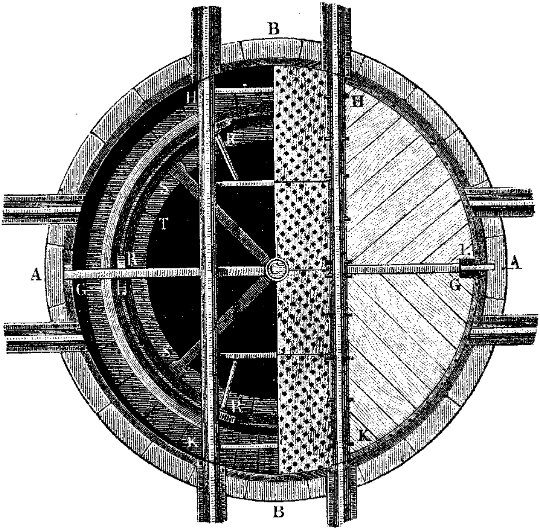
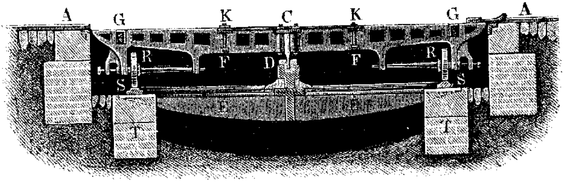


Fig. 371.

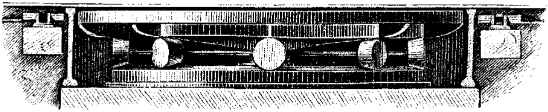


armigen Träger *EE* ruht. Die Scheibe, welche durch ihre Schienen *HK*, *HK* den Uebergang von einem Geleise *AA* auf das andere *BB* vermittelt, besteht aus drei eisernen Rippen

FK, *FK* und *GG*; sie ist in der Mitte mit eisernen Platten und auf den Seiten mit Holzbohlen bedeckt. Um die gleitende Reibung der Scheibe möglichst in eine rollende zu verwandeln, lässt man sie mit sechs an ihrem Umfange angebrachten konischen Rollen *R* auf ihrer Unterlage aufliegen; die Achsen dieser Rollen sind nach dem Mittelpunkte *D* der Drehung hingerichtet und die Rollen selbst laufen auf einer kreisförmigen Eisenbahn *SS*.

Wenn man die Zapfenreibung der Rollen noch mehr vermindern will, so legt man die Drehscheibe selbst mittelst eines auf ihrer Unterseite aufgesetzten Kranzes auf die Rollen, welche nun nicht mehr an der Drehscheibe selbst, sondern auf Stangen befestigt sind, die nach dem Mittelpunkte der Drehung hinlaufen, wie es die Fig. 372 zeigt. Durch die Umdrehung der

Fig. 372.



Scheibe werden diese Rollen ebenfalls rundgedreht und sie verhalten sich dabei offenbar wie die Walzen, von denen in §. 212 die Rede war.

221 **Die Locomotive.** Zur Beförderung der Wagen auf den Eisenbahnen wendet man fast ohne Ausnahme besondere Dampfmaschinen an, die man Locomotiven nennt. Die specielle Einrichtung dieser Maschinen werden wir später kennen lernen; für jetzt führen wir nur an, dass sie eine auf Rädern ruhende Dampfmaschine bilden, in welchem der Dampf die alleinige Aufgabe hat, eine der Radachsen rundzudrehen. In der Regel haben die Locomotiven sechs Räder, also drei Achsen; die mittlere Achse allein und die damit fest verbundenen Räder werden direct von der Dampfmaschine rundgedreht, während die übrigen vier Räder nur dazu dienen, die Maschine zu tragen und während des Laufes auf den Schienen zu erhalten.

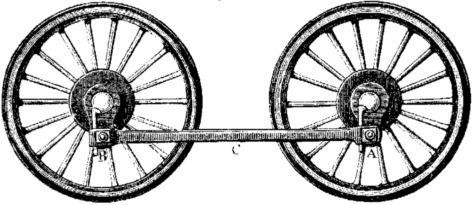
Um eine klare Vorstellung über die Grösse der Zugkraft einer Locomotive zu bekommen, stellen wir uns vor, dass wir ihre Fortbewegung auf den Schienen durch irgend einen entgegengestellten Widerstand verhindern wollen. Die Wirkung des Dampfes beschränkt sich dann darauf, die mittlere Achse und deren Räder, welche die Treibräder heissen, rundzudrehen. Da die Locomotive nicht von der Stelle kommt, so gleiten diese Räder auf den Schienen und erzeugen dadurch eine Reibung, die um so grösser ist, einen je grösseren Druck sie auf die Schienen ausüben. Könnte die Maschine sich von der Stelle bewegen, so fände diese Reibung nicht statt, da die Treibräder dann, statt auf derselben Stelle zu gleiten, auf den Schienen fortrollen und dabei die Maschine mitnehmen würden. Soll daher eine arbeitende Locomotive sich nicht fortbewegen, so muss sie durch einen Widerstand daran verhindert werden, welcher gleich ist der Reibung, die sie beim Stehenbleiben auf den Schienen erzeugt. Ist der Widerstand kleiner als diese Reibung, so reicht er nicht aus, um die Maschine zu halten und wird daher überwunden. Hieraus folgt, dass die Zugkraft, welche eine Locomotive entwickeln kann, gleich ist der Reibung, welche ihre Treibräder auf den Schienen erzeugen würde, wenn die Maschine verhindert wäre, sich von der Stelle zu bewegen; wenn eine solche Maschine an die Spitze eines Wagenzuges gestellt wird, für welchen diese Zugkraft ausreicht, so zieht sie diesen nach sich.

Die Kraft einer Locomotive hängt also wesentlich von dem Drucke ihrer Treibräder gegen die Schienen ab, denn dieser Druck ist für die Grösse der Reibung maassgebend. Es versteht sich von selbst, dass durch die Einrichtung der Maschine dem Dampfe verstattet werden muss, diejenige Kraft zu entwickeln, in Folge deren die Locomotive die erforderliche Zugkraft ausüben kann; aber diese Kraft kann nur vermittelst der Adhärenz der Treibräder an den Schienen sich dem übrigen Zuge mittheilen. Die Dampfmaschine kann eine sehr bedeutende Kraft haben und doch nur eine kleine Zugkraft ausüben, wenn nämlich die Treibräder nur einen schwachen Druck gegen die Schienen ausüben und die Adhärenz zwischen beiden gering ist. Ohne das Vorhandensein jeglicher Adhärenz wäre die Fortbewegung der Locomotive ganz unmöglich; die Dampfmaschine würde zwar als eine innere Kraft arbeiten und die Treibräder würden sich drehen, aber sie würden, da sie keinen festen Punkt fänden, gegen den sie sich anstemmen könnten, sich nur um ihre Achse bewegen, ohne auf den Schienen vorwärts zu rollen.

Wir haben in §. 45 gesehen, dass, wenn ein Körper auf einer wagerechten Unterlage sich in mehr als drei Punkten aufstützt, der Druck, den jeder Stützpunkt erleidet, nicht bloss von dem Gewichte und der Lage seines Schwerpunktes abhängt, sondern auch davon, ob die einzelnen Theile der Stützebene leichter oder schwerer nachgeben und dem Drucke ausweichen. Dasselbe ist bei einer Locomotive der Fall, wo in der Regel die ganze Last vermittelst starker elastischer Tragfedern auf sechs Räder vertheilt ist; der Druck eines jeden dieser Räder gegen die Schienen ist um so grösser, je stärker die entsprechende Feder gespannt ist. Man giebt den Tragfedern der Treibräder eine möglichst grosse Belastung, und nimmt andererseits darauf Bedacht, der Locomotive ein so grosses Gewicht zu geben, dass die auf den Schienen durch den Druck der Treibräder entstehende Reibung in dem richtigen Verhältnisse zu der durch die Dampfmaschine entwickelten Dampfkraft steht, die Locomotive also eine angemessene und möglichst grosse Zugkraft entwickeln kann. Die neueren Locomotiven, wie sie gegenwärtig construirt werden, wiegen mit Wasser und Brennmaterial durchschnittlich 500 bis 600 Centner.

Bei Locomotiven, die sehr kräftig sein müssen, ist die Reibung, welche trotz der starken Belastung des mittleren Treibräderpaares stattfinden kann, doch nicht ausreichend. Man benutzt alsdann auch die Reibung eines zweiten, je nach Umständen sogar noch die des dritten Räderpaares, indem man dieselben an besondere Kuppelzapfen AB, Fig. 373, vermittelst eines Bläuels C oder der sogenannten

Fig. 373.



Kuppelstange, unter einander verbindet. Die Triebräder A z. B. können sich dann nur so drehen, dass sie das zweite mit ihnen gekuppelte Räderpaar B mit umdrehen; man nennt solche Räder wie A und B Kuppelräder. Es ist leicht einzusehen, dass alle gekuppelten Räder genau denselben Durchmesser haben müssen, weil sie in derselben Zeit eine gleiche Anzahl von Umdrehungen machen müssen; ausserdem aber müssen ihre Achsen auf das Genaueste zu einander parallel liegen, die Kuppelstangen müssen gleich lang sein und von Mitte zu Mitte ihrer Lager genau mit der ebenso gemessenen Entfernung der Achsen übereinstimmen; die Stellung der Kuppelzapfen zu einander in den auf der einen Achse sitzenden Rädern muss genau dieselbe sein wie die auf der anderen Achse, und endlich ist es unerlässlich, dass die Entfernungen der Mittelpunkte sämmtlicher Kuppelzapfen von den Mittelpunkten der Räder genau gleich sind. Bei den gekuppelten Rädern ist die Gränze der erreichbaren Zugkraft der Locomotive die Summe aus den gleitenden Reibungen, welche die Treibräder und die damit gekuppelten Räder bei dem gewaltsamen Anhalten derselben auf den Schienen erzeugen können, jedenfalls also grösser, als bei den ungekuppelten Maschinen.

Wenn man das Gewicht einer Locomotive, deren sämmtliche Räder gekuppelt sind, zu 500 Centner, und den höchsten Werth des Reibungscoefficienten von Eisen auf Eisen zu 0,1 annimmt, so ist die gleitende Reibung $0{,}1 \times 500 = 50$ Centner, und eine ebenso grosse Zugkraft kann diese Locomotive entwickeln. Nehmen wir ferner an, dass sie diese Zugkraft auf einen Wagenzug ausübe, bei welchem alle Achsen gehörig in Schmiere gehalten sind und daher nach S. 451 die erforderliche Zugkraft nur 0,005 des Gewichtes beträgt, so kann eine solche Locomotive auf einer horizontalen Eisenbahn einen Zug von $\frac{50}{0{,}005} = 10000$ Centner fortbewegen.

Das Befahren der Steigungen. Eine Eisenbahn ist selten auf eine längere Strecke horizontal, in der Regel wechseln 222
horizontale Abtheilungen mit solchen ab, die nach der einen oder der anderen Richtung gegen den Horizont geneigt sind. Die Züge haben daher sehr häufig Steigungen zu überwinden, und die Locomotiven können deshalb auch nicht so grosse Lasten fortbewegen, als wir oben angegeben haben, weil ein Theil ihrer Zugkraft darauf verwandt werden muss, um auf den steigenden Bahnstrecken die Last der Wirkung der Schwere entgegen in die Höhe zu schaffen. In dem Augenblicke, wo bei dem Uebergange des Zuges aus der horizontalen Bahn in eine Steigung die zu seiner Fortbewegung erforderliche Kraft grösser wird, nimmt die Zugkraft der Locomotive selbst ab. Denn auf einer geneigten Ebene zerlegt sich ihr Gewicht, wie

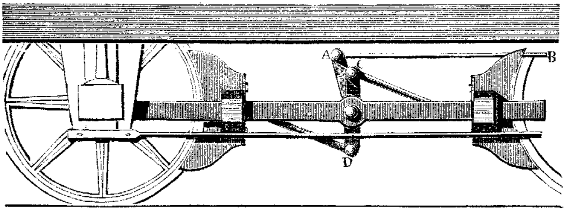
es in §. 216 gezeigt worden ist, in zwei Seitenkräfte, von denen die eine parallel, die andere senkrecht zu der Ebene ist. Die letztere Kraft allein bewirkt einen Druck gegen die Ebene und erzeugt dadurch eine Adhärenz der Treibräder gegen die Schienen, welche immer kleiner ist als bei der horizontalen Bahn. Ausserdem hat die andere Seitenkraft das Bestreben, die Locomotive auf der schiefen Bahn abwärts zu treiben, und um dieses zu verhindern, muss noch ein Theil der bereits geschwächten Adhärenz der Treibräder gegen die Schienen verwendet werden. Die Zugkraft einer Locomotive nimmt daher beim Einlaufen in eine Steigung rasch ab, und zwar um so mehr, je grösser der Neigungswinkel der schiefen Ebene ist; nimmt man nun noch hinzu, dass auch das Gewicht des ganzen Zuges auf der Steigung in zwei Seitenkräfte zerlegt wird und die mit der schiefen Ebene parallele Seitenkraft den Zug abwärts drängt, folglich von der Zugkraft der Locomotive aufgehoben werden muss, so wird man begreifen, dass man bei der Anlage von Eisenbahnen so viel als möglich die geneigten Strecken zu vermeiden sucht.

Um die Frage zu beantworten, welche Steigung eine Eisenbahn höchstens haben darf, damit eine Locomotive noch im Stande sei, einen Zug darüber zu befördern, denken wir uns, dass alle ihre Räder gekuppelt und noch dazu derart festgestellt sind, dass sie sich nicht drehen können. Wenn eine Locomotive in einem solchen Zustande auf einer geneigten Bahn steht und die Schwerkraft es nicht vermag, ihre gleitende Reibung auf den Schienen zu überwinden, die Locomotive also stehen bleibt, so ist man sicher, dass dieselbe sofort die schiefe Ebene hinaufsteigen wird, sobald man die Räder löst und den Dampf wirken lässt. Nun haben wir aber schon in S. 455 als Bedingung, dass ein Körper auf einer schiefen Ebene unter der blossen Einwirkung der Schwere anfange herunterzufallen, gefunden, dass das Verhältniss zwischen der Höhe und der Basis der schiefen Ebene gleich sein müsse dem Reibungscoefficienten. Wenn daher dieses Verhältniss grösser ist als der Reibungscoefficient, so kann die Locomotive die schiefe Ebene nicht befahren, sie muss nothwendig herabrollen; ist das genannte Verhältniss gleich dem Reibungscoefficienten, so kann die Locomotive selbst zwar die Steigung überwinden, aber sie kann keine andere Wagen mitziehen; ist endlich das Verhältniss von der Höhe zu der Basis der Ebene kleiner als der Reibungscoefficient, so kann die Locomotive mit einer um so grösseren Zugkraft die schiefe Ebene hinauffahren, je grösser die Differenz dieser beiden Verhältnisszahlen ist.

Die Anwendung der Dampfkraft giebt den Eisenbahnen einen sehr bedeutenden Vorzug vor den übrigen Transportmitteln und den gewöhnlichen Landstrassen; derselb besteht in der grossen Geschwindigkeit, welche man dem Zuge geben kann. Ein Pferd, welches vor einem Wagen gespannt ist. kann diesem höchstens eine Geschwindigkeit ertheilen, mit welcher es sich selbst im unbeladenen Zustande fortbewegen kann; dabei darf es seine grösstmögliche Geschwindigkeit, mit welcher es sonst wohl auf kurze Zeit sich fortbewegen könnte, noch nicht einmal annehmen, weil es sonst sehr bald ermüden und dann gar nicht mehr vorwärts kommen würde. Durch eine Dampfmaschine aber kann man dem Zuge jede beliebige Geschwindigkeit ertheilen; denn nehmen wir an, dass die Dampfmaschine bei regelmässiger Arbeit der Achse der Treibräder die möglichst grosse Anzahl von Umdrehungen ertheilt, so kann man durch Vergrösserung der Treibräder die Geschwindigkeit des Zuges beliebig vergrössern, weil bei jeder Umdrehung derselben der Zug eine Strecke zurücklegt, welche gleich dem Umfange der Treibräder ist. Je grösser also der Durchmesser der Treibräder ist, desto grösser ist auch der zurückgelegte Weg bei der jedesmaligen Umdrehung derselben: aus diesem Grunde wendet man bei Locomotiven, welche Personen mit grosser Geschwindigkeit befördern sollen, Treibräder bis zu acht Fuss Durchmesser an. 223

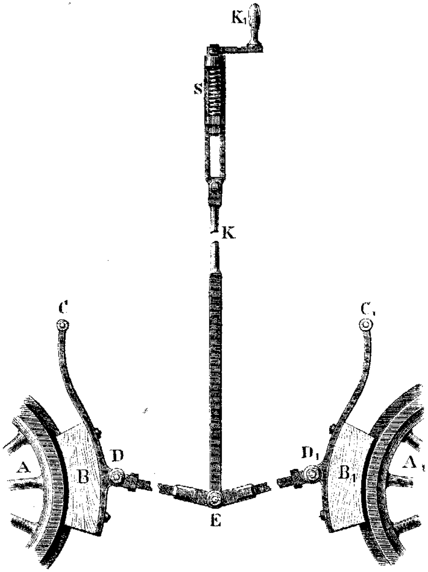
Eisenbahnbremsen. Um einen Bahnzug in Stillstand zu bringen, wird zunächst der Dampf abgesperrt und darauf durch Anlegung von Bremsen gegen die Radkränze ein künstlicher Widerstand erzeugt. Die Einrichtung dieser Bremsen ist eine andere, als bei den gewöhnlichen Lastwagen, ihre Wirkungsweise aber ist dieselbe. Sie bestehen meistens aus zwei Holzstücken, Laschen, welche nach der Krümmung der Räder geformt und zwischen den beiden Rädern eines und desselben Wagens angebracht sind, Fig. 374 (a. f. S.). Wenn der Bremser vermittelst einer Zugstange BA den Hebel A anzieht, so wird dadurch die Achse E nebst dem Hebel CD, welcher auf dieser Achse befestigt ist, gedreht; die Endpunkte CD dieses Hebels werden hierdurch den Rädern genähert und die ver- 224 mittelst eiserner Stangen an diesen Punkten angehängten Holzstücke gegen die Radkränze angepresst.

Fig. 374.



Eine andere ebenso häufig vorkommende Bremsvorrichtung für Eisenbahnwagen zeigt die Fig. 375. Vermittelst der Schraube

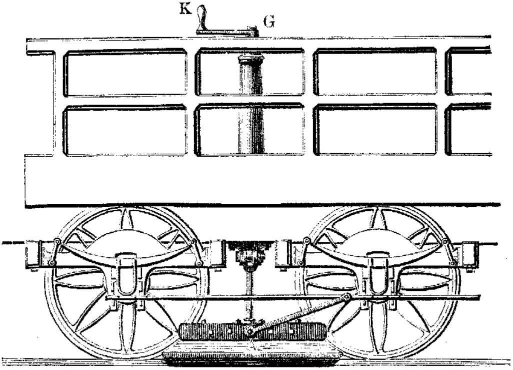
Fig. 375.



S, welche durch die Kurbel K_1 rund gedreht wird, wird der Kniehebel $D E D_1$ in eine möglichst horizontale Lage gebracht, indem die Zugstange K und der Punkt E in die Höhe geschraubt werden; hierdurch aber werden die mittelst der Stangen CD, $C_1 D_1$ bei C und C_1 am Wagen aufgehängten Bremsbacken B und B_1 gegen die Räder A, A_1 fest angedrückt.

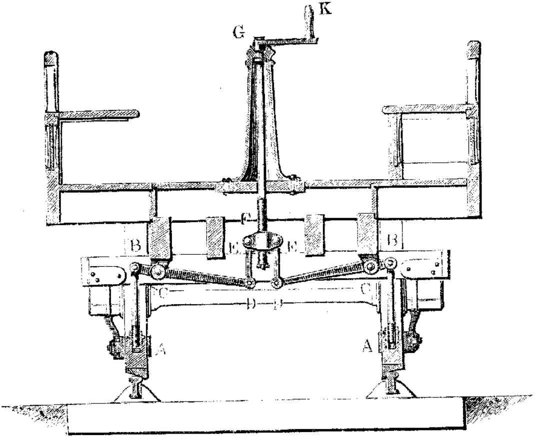
Die beiden vorstehenden Bremsen haben den Nachtheil, dass durch die starke Reibung ihrer Laschen gegen den Radkranz dieser sich mit der Zeit abnutzt und unregelmässig wird. Um dieses zu vermeiden, erzeugt man, wie dieses bei der Bremse des französischen Ingenieurs Laignel der Fall ist, den künstlichen Widerstand nicht durch Reibung an den Rädern, sondern dadurch, dass man einen Theil der Wagenlast von den Rädern direct auf die Schienen überträgt und dadurch eine diesem Druck entsprechende gleitende Reibung erzeugt. Die Figuren 376 und 377 (a. f. S.) zeigen die Einrichtung dieser

Fig. 376.



Bremse. Sie besteht aus zwei Hemmschuhen $A A$, welche zu beiden Seiten eines Wagens zwischen zwei hinter einander folgenden Rädern so aufgehängt sind, dass sie etwas über den Schienen stehen und diese nicht berühren. Wenn man die Bremse wirken lassen will, zieht man die Schraubenmutter EE durch Runddrehen der Kurbel K und der feststehenden Spindel GF in die Höhe, hebt damit die Hebel $D D$, welche sich in CC drehen, und drückt die Hebelenden BB und die daran befestigten Hemmschuhe A fest gegen die Schienen.

Fig. 377.



Durch festes Anziehen der Schraubenmutter EE kann man den Hemmschuh A so fest gegen die Schienen anpressen, dass sie beinahe die ganze Last des Wagens aufnehmen und auf die Schienen übertragen, wodurch dann beinahe eine ebenso grosse Reibung entsteht, als wenn man mit Anwendung der gewöhnlichen Radbremsen die Räder selbst verhindert sich zu drehen. Damit während der Zeit, wo die Bremse wirkt und die Räder die Schienen kaum noch berühren, keine Entgleisung des Zuges eintrete, sind die Hemmschuhe wie die Räder selbst mit Spurkränzen versehen, welche die Schienen von der inneren Seite umfassen. Diese Art Bremse wird mit Vortheil auf mehreren Eisenbahnen angewandt, unter andern auch auf den geneigten Ebenen zu Lüttich.

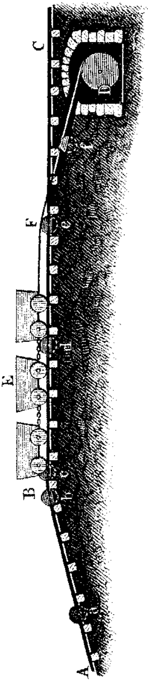
225 Da die rollende Reibung der Wagen auf den Eisenbahnen nur ein kleiner Bruchtheil ihres Gewichtes ist, so bewegen sie sich schon bei einer geringen Neigung unter der alleinigen Wirkung ihres Gewichtes die schiefe Ebene herunter; die Nei-

gung braucht nämlich nach dem Vorigen nur so gross zu sein, dass die zu der schiefen Ebene parallele Seitenkraft des Gewichtes im Stande ist, die Reibung zu überwinden. Daher giebt es auf manchen Eisenbahnen grosse Strecken, auf denen die Neigung, ohne sehr bedeutend zu sein, doch hinlänglich gross ist, dass die Züge dieselben ohne Locomotive bloss durch die Wirkung ihres eigenen Gewichtes durchlaufen können, und man dabei zuweilen noch Bremsen anwenden muss, um die Geschwindigkeit der Bewegung zu mässigen. Ein bemerkenswerthes Beispiel hierzu liefert die über $4^3/_4$ preussische Meilen lange Strecke der Lyoner Eisenbahn, welche zwischen St. Etienne und Givors liegt und die von den Wagenzügen durch die blosse Einwirkung der Schwere, also ohne Locomotive, durchlaufen wird. Die Neigung von St. Etienne bis Rive-de-Gier beträgt 1,3 Proc. (d. h. auf je 100 Fuss Länge fällt die Bahn um 1,3 Fuss) und von hier bis Givors nur $^1/_2$ Proc. Ungeachtet dieses geringen Gefälles bedient man sich während der Fahrt auf dieser Strecke dennoch stets der Bremsen, um die Geschwindigkeit des Zuges zu mässigen. Aehnliches findet auf manchen anderen Eisenbahnen statt.

Die Seileisenbahnen. Wenn ein Wagenzug eine schiefe 226
Ebene hinaufgebracht werden muss, und wegen der zu grossen Steigung die Zugkraft einer Locomotive nicht ausreichend ist, um den Zug auf die Höhe zu bringen, so wendet man eine stehende Dampfmaschine an, welche eine grosse Trommel in Umdrehung versetzt und die beladenen Wagen vermittelst eines starken Seiles, das auf diese Trommel aufgewunden wird, in die Höhe zieht. Die Fig. 378 (a. f. S.) zeigt eine solche Seileisenbahn; AB ist das obere Ende der schiefen Ebene, auf welche der Wagenzug durch eine bei b stehende starke Dampfmaschine hinaufgezogen wird; BC ist die horizontale Fortsetzung der Bahn; D die grosse eiserne Trommel, welche von der Dampfmaschine in Bewegung gesetzt wird und das Zugseil, das an dem Wagenzug E befestigt ist, aufwickelt; a, b, c, d, e, f sind eiserne längs der ganzen Bahn vertheilte Leitrollen, welche das schwere Seil unterstützen und nach der Trommel D führen. Wenn der Zug die Höhe der schiefen Ebene erreicht hat, wird er von dem Seile losgetrennt und durch eine Locomotive weiter befördert; wenn er die schiefe Ebene hinabfährt, wird seine Geschwindigkeit durch Bremsen seiner Wagen und der Trommel D gemässigt.

In einzelnen Fällen benutzt man die Ueberwucht eines auf einer geneigten Ebene herabfahrenden Zuges, um die Kraft einer Locomotive, welche gleichzeitig einen anderen Zug auf einem parallelen Geleise hinaufzubringen hat, zu unterstützen, oder auch, um leere Wagen die schiefe Ebene hinaufzuschaffen. In diesem Falle befestigt man die beiden Züge an den beiden Enden eines einzigen Zugseiles, welches über die Trommel geleitet wird, oder man legt das Seil eines jeden Wagenzuges in entgegengesetzten Richtungen auf die Trommel, so dass bei der Umdrehung der letzteren das eine Seil sich auf-, das andere sich abwickelt, wie es die Fig. 379 und Fig. 380 zeigen. Wenn die beiden Wagenzüge gleich schwer sind, so halten sie sich das Gleichgewicht und es findet keine Bewegung weder in der einen noch in der anderen Richtung statt; wenn aber die abwärts zu transportirende Last schwerer ist als diejenige, welche gleichzeitig aufwärts gebracht werden soll, so bedarf es unter Umständen gar keiner besonderen Umtriebsmaschine, indem die Ueberwucht der mehr belasteten Wagen hinreicht, um die weniger belasteten oder leeren Wagen hinaufzuschaffen. Das Seil, welches die beiden Züge verbindet, ist über eine horizontale, mit der Trommel FF verbundene Scheibe EE gelegt; durch festes Anpressen der Bremsbacken AA gegen den Umfang der Trommel FF, welches vermittelst des Hebels BC geschieht, kann man die Geschwindigkeit der Bewegung mässigen. D ist eine bewegliche horizontale Bühne, von welcher aus die leeren Wagen auf dem horizontalen Ende der Bahn belastet werden können; man

Fig. 378.



braucht sie nur um ihre eine Längenkante umzuklappen um sie nach Belieben auf das eine oder andere Geleise zu

Fig. 379.

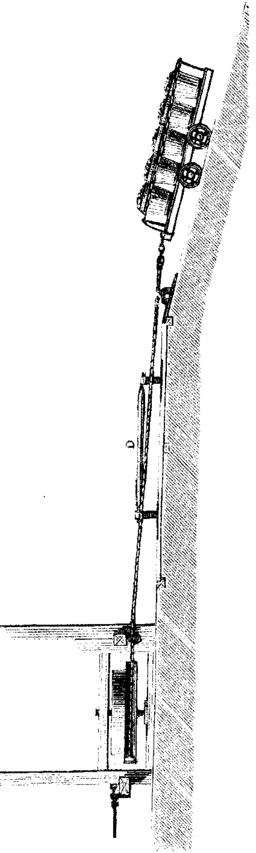
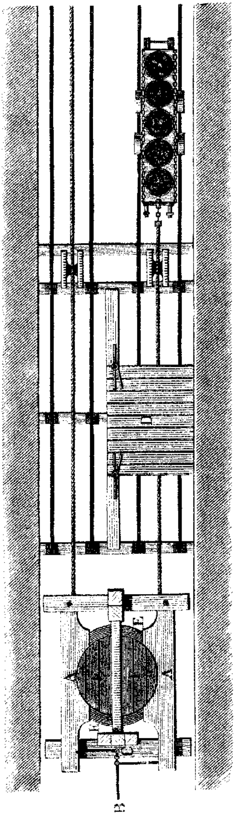


Fig. 380.



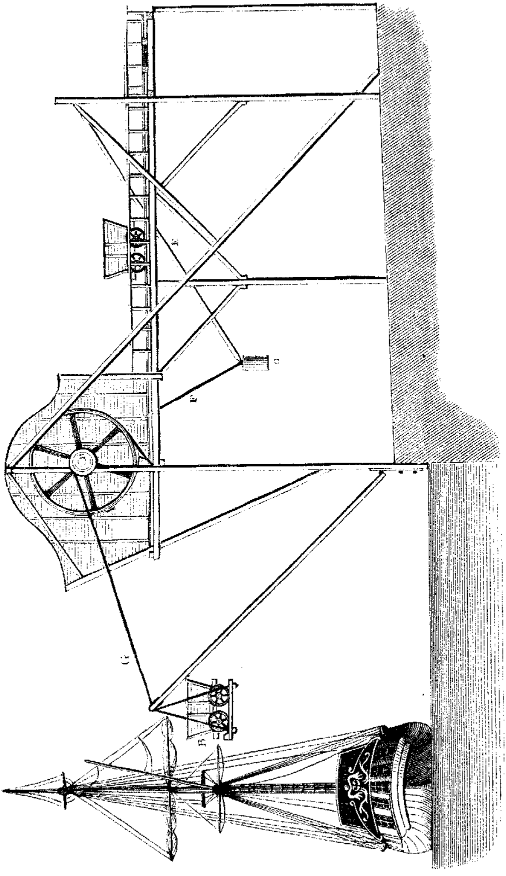
bringen. Da derartige in den Kohlenbergwerken häufig vorkommende schiefe Ebenen zur Beförderung der Wagen einer besonderen Umtriebmaschine nicht bedürfen, so nennt man sie auch selbstwirkende schiefe Ebenen.

227 **Drops.** Aehnlich wie die selbstwirkenden schiefen Ebenen wirken auch diejenigen Vorrichtungen, welche man in England zum Einladen der Güter in die Schiffe anwendet und die man Drops (Fallbühnen) nennt; auch hier werden unter der blossen Wirkung der Schwere die beladenen Wagen heruntergelassen und die leeren wieder hinauf befördert. Die wesentlichen Theile dieser Einrichtung sind folgende:

Eine Eisenbahn, Fig. 381, welche in der Höhe des Schienenweges auf einem Zimmergerüste angelegt ist, erstreckt sich bis über das Werft, wo die Einladung der Frachtstücke in das Schiff vorgenommen werden soll. Ein starker hölzerner Rahmen, der sich an seinem unteren Ende gegen das Gerüste anlehnt und daselbst sich wie ein Charnier drehen lässt, trägt an seinem freien Ende eine in Ketten hängende ebene Bühne B, welche zur Aufnahme der beladenen Wagen dient und die sich genau an die Schienen der Eisenbahn anlegt, wenn der Rahmen seine höchste Lage angenommen hat. Wenn dagegen der Rahmen herabgelassen wird, so gelangt die beladene Bühne B auf die hierzu passend vorgerichtete Stelle des Verdecks, von wo aus die weitere Verladung selbst geschieht. Das obere Ende dieses beweglichen Rahmens wird durch ein starkes Seil G, das um eine Welle c gelegt ist, gehalten; andererseits gehen von derselben Welle noch zu beiden Seiten der Eisenbahn zwei Seile F ab, welche die entgegengesetzte Richtung zur Welle haben als G, und die zwei Gegengewichte D tragen. Letztere sind indessen nicht bloss an die Kabel, sondern zugleich an die Enden zweier um ihre oberen Enden drehbarer Holzstangen E befestigt, welche den Gewichten je nach ihrer höheren oder tieferen Lage eine grössere oder geringere Annäherung an die durch die Achse der Welle gehende Verticale geben.

Wenn der beladene Wagen von der Eisenbahn auf die Bühne B geschoben ist, sinkt diese durch die eigene Schwere herunter, wobei der bewegliche Rahmen niedergeht und sich der Horizontalen nähert. Das Seil G rollt sich von der Welle c ab, wogegen die Seile F aufgerollt und die Gegengewichte D gehoben werden. Wenn der Wagen auf dem Schiffe entladen ist, kann sein Gewicht den Gegengewichten D nicht mehr das Gleichgewicht

Fig. 381.



halten; letztere sinken daher herunter und bringen den leeren Wagen wieder auf die erforderliche Höhe an das Schienengeleise. Bei dieser letzteren Bewegung werden die Seile *F* wieder ab- und das Seil *G* wieder aufgewunden; nachdem der leere Wagen bei Seite und ein beladener an dessen Stelle auf die Bühne *G* gebracht worden ist, wiederholt sich dieses Spiel von Neuem.

Die drehbaren Stäbe *E*, an denen die Gegengewichte *D* befestigt sind, haben den Zweck, die Spannung der Seile *F* während der Bewegung der Bühne *B* in einem angemessenen Verhältnisse zu der Spannung des Seiles *G* zu erhalten. Es ist nämlich leicht einzusehen, dass das statische Moment der beladenen Bühne *B* durch die Spannung des Seiles *G* um so grösser wird, je weiter der Drehpunkt des beweglichen Rahmens von der Verticalen entfernt ist, die durch den Schwerpunkt der Bühne gezogen wird; dasselbe findet aber auch in Folge der beschriebenen Anordnung statt in Bezug auf die Gegengewichte *D*, die beweglichen Stäbe *E* und die Seile *F*, so dass der stärkeren Sinkkraft der beladenen Bühne *B* auch ein stärkerer Zug der Gewichte *D* entgegenwirkt. Es darf jedoch dabei zwischen der Last *B* und den Gegengewichten *D* niemals zum Gleichgewichte kommen, weil die beladene Bühne *B* über das Gegen-Gewicht *D* und diese wieder über die unbeladene Bühne das Uebergewicht haben muss; die beweglichen Theile des Rahmens und der Stäbe *E* sollen nur die Ueberwucht der einen oder der anderen Kräfte *B*, *D* in einer gewissen Gränze mässigen.

Auf der Welle *c* ist noch ein Bremsring befestigt (§. 168), auf welchen ein Arbeiter wirken und dadurch die ab- oder aufsteigende Bewegung der Bühne reguliren kann.

12. Allgemeine Bemerkungen über die Motoren.

228 **Die Motoren.** Damit eine Maschine, die als solche ein thätiges Princip nicht in sich enthält, in Bewegung versetzt werde und eine Arbeit verrichten könne, muss eine Kraft auf sie einwirken, welche ihre Thätigkeit auf die Maschine überträgt. Die Körper, welche die Fähigkeit haben, diese Kraft auszuüben, also auf sich selbst oder auf andere Körper bewegend oder verändernd einzuwirken, werden Motoren genannt

Die verschiedenen Arten von Motoren, welche eine technische Anwendung finden, sind folgende:

1. Die Menschen und die Thiere besitzen in ihrer Muskelkraft eine motorische Wirkungsfähigkeit, die sehr häufig zur Fortschaffung von Lasten, wie zur Bewegung von Maschinen verwendet wird; man nennt dieselben auch wohl belebte Motoren.

2. Stahlfedern, wie sie in Stutzuhren und in den Taschenuhren vorkommen, sind Motoren, welche nur dann zu wirken vermögen, wenn sie vorher durch irgend eine andere Kraft aus ihrem natürlichen Gleichgewichtszustande gebracht worden sind. Ist eine Uhrfeder abgelaufen, so ist sie wirkungslos; um sie wirkungsfähig zu machen, muss sie vorher angespannt und dann sich selbst überlassen werden. In ihrem Bestreben, den anfänglichen Gleichgewichtszustand wieder anzunehmen, wirkt sie als Motor und kann dann, wie jede andere Kraft, zur Bewegung einer Maschine oder zur Ueberwindung von Widerständen verwandt werden.

3. Schwere Körper, welche unter dem Einflusse der Schwerkraft herabsinken, wirken als Motoren; als solche haben wir sie bereits bei den Pendeluhren und bei den selbstwirkenden schiefen Ebenen kennen gelernt.

4. Das Wasser, welches an und für sich kein Motor ist, wird zum Motor, wenn es ein Gefälle hat und in Folge der Schwere von einem höheren nach einem tieferen Orte sinkt, oder wenn es sich mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt und seine Wirkungsfähigkeit (§. 118), d. i. die seiner Masse innewohnende lebendige Kraft, andere Massen in Bewegung setzt. Auf einem stillstehenden Wasser oder einem Teiche, der keinen Abfluss hat, kann man keine Wassermühle bauen; aber das fliessende Wasser und die Wasserfälle treiben zahllose Arten von Maschinen, Mahlwerke,, Hammer- und Pochwerke, Schmiedehämmer, Sägemühlen, Spinnereien u. s. w.

5. Ebenso ist die in Bewegung befindliche Luft, der Wind, ein sehr häufig angewandter Motor; die Ursache seiner Wirkungsfähigkeit ist wie bei dem bewegten Wasser die der bewegten Luftmasse innewohnende lebendige Kraft.

6. Die Expansivkraft, welche die Wärme dem Wasserdampfe, wie überhaupt den luftförmigen Körpern mittheilt, bildet einen der wichtigsten und stärksten Motoren. Alle Luftarten, und daher auch der Wasserdampf, haben das Bestreben, sich auszudehnen und einen immer grösseren Raum einzuneh-

men; die Wärme erhöht dieses Bestreben und vermehrt dadurch die zwischen den Molekülen wirkende Repulsivkraft. In dieser Beziehung ist es also nicht eigentlich der Dampf oder die erhitzte Luft, sondern die Wärme, welche motorisch wirkt.

7. Wie eine vorher gespannte Feder wirkt auch die comprimirte Luft motorisch, wenn man ihr gestattet, sich wieder auszudehnen; in dieser Weise wirkt z. B. die Luft in der Windbüchse und in einigen wenigen anderen Fällen. Hierhin gehören auch die aus den explodirenden Substanzen, Schiesspulver, Knallgas, Leuchtgas u. s. w., bei deren Entzündung sich entwickelnden comprimirten Gase.

8. Endlich ist auch die Elektricität ein Motor, die jedoch in dieser Eigenschaft gegenwärtig erst eine beschränkte Anwendung findet.

229 **Allgemeine Eigenschaften der Motoren.** Von den verschiedenen Motoren haben nur die belebten Motoren, das Wasser, der Wind und der Dampf in der Technik eine praktische Bedeutung. Sie entfalten ihre Wirkungsfähigkeit in der Regel vermittelst einer besonderen Maschine, die eben nur den Zweck hat, die Kraft des Motors aufzunehmen und sie auf diejenigen anderen Maschinen oder Maschinentheile weiter zu übertragen, welche die Nutzbarbeit ausführen sollen. Man bezeichnet jene Maschinen mit dem Namen des Receptors, der Kraftmaschine oder der Betriebsmaschine; von dieser Art sind die Wasserräder und die Dampfmaschinen. Dagegen nennt man diejenigen Vorrichtungen, welche an dem gegebenen Material die beabsichtigte Orts- oder Formveränderung hervorbringen, die Arbeits- oder Werkzeugsmaschinen. In den meisten Fällen liegen zwischen der Kraft- und der Arbeitsmaschine noch mehrere Zwischenglieder, welche die von der Kraftmaschine aufgenommene Arbeit des Motors auf die Arbeitsmaschine zu übertragen haben; man bezeichnet dieselben mit dem Namen der Transmission oder der Zwischenmaschinen.

Bei einer von einer Dampfmaschine getriebenen Mahlmühle ist der Dampf der Motor, die Dampfmaschine die Arbeitsmaschine, die Mühlsteine sind die Kraftmaschine, und die Umtriebswelle, die in einandergreifenden Räder u. s. w. bilden die Zwischenmaschinen.

Einen jeden Motor kann man aus zwei Gesichtspunkten betrachten. Entweder fasst man seine Wirkungsfähigkeit rein für sich auf, ohne auf die Art und Weise zu sehen, wie man sie verwenden kann; oder man bezieht die Untersuchung auf seine Wirkungsfähigkeit an einer bestimmten Arbeitsmaschine. Im ersten Falle findet man die grösstmögliche Arbeit, die er überhaupt in einer bestimmten Zeit leisten und die er niemals überschreiten kann, wie auch der Receptor, an welchem er wirkt, eingerichtet werden mag; im anderen Falle, wo man den Receptor mit in Betracht zieht, findet man die Arbeit, welche er vermittelst einer Maschine nach Aussen abgeben und zur nützlichen Verwendung bringen kann. Durch Vergleichung der beiden auf diese Weise erhaltenen Resultate gelangt man dann sofort zu der Erkenntniss, ob der Receptor eine vortheilhafte Construction hat oder nicht. Je grösser nämlich der Unterschied ist zwischen der maximalen Wirkungsfähigkeit des Motors und der Leistung desselben an der Kraftmaschine, desto schlechter ist die Construction der letzteren, da sie einen grossen Theil der im Motor vorhandenen Kraft nutzlos verloren gehen lässt.

In ersterer Beziehung ergiebt sich als allgemeinste allen Motoren gemeinsame Eigenschaft, dass jeder einzelne Motor eine vollständig begränzte und beschränkte Wirkungsfähigkeit besitzt, die in allen Fällen leicht berechnet werden kann. Es ist dazu nur erforderlich, dass man auf die bekannte Weise, z. B. durch Dynamometer, den Druck bestimmt, der von dem Motor ausgeübt wird, wenn dieser Druck nicht schon auf andere Weise bekannt ist, und dass man zugleich den Weg ermittelt, durch welchen dieser Druck wirksam ist; das Product aus diesen beiden Factoren ist dann die Arbeit, welche von dem Motor ausgeführt wird. Fällt in jeder Secunde eine Wassermasse von 2000 Pfund 5 Fuss hoch auf ein Wasserrad herab, so ist die höchste Wirkungsfähigkeit dieses Motors 10000 Fusspfund in der Secunde; ein Rammbär von 800 Pfund, der von einer Höhe 12 Fuss herabfällt, vermag eine Arbeit von 9600 Fusspfund zu leisten. Bewegt sich der Motor mit einer bestimmten Geschwindigkeit, so kann man seine Wirkungsfähigkeit auch nach §. 118 berechnen. Eine bestimmte Wassermenge von 2000 Pfund, die mit einer Geschwindigkeit von 10 Fuss fortfliesst, vermag höchstens eine Arbeit von $2000 \cdot \frac{100}{2.31\frac{1}{4}} = 3200$ Fusspfund zu leisten. Die Arbeitsfähigkeit der belebten Motoren ist zwar für eine bestimmte Zeit auch eine beschränkte, da sie in dieser Zeit offenbar nur eine ganz begränzte Arbeit ausführen können, dagegen scheint dieselbe für die Zeit ihres ganzen Lebens geringeren Beschränkungen unterworfen zu sein; allein es ist zu beachten, dass Menschen und Thiere, um arbeitsfähig zu bleiben, fortwährend der Nahrung bedürfen, so dass ihre fortdauernde Arbeitsfähigkeit als die Folge des fortdauernden Stoffwechsels und der anhaltend arbeitenden chemischen Kräfte zu betrachten ist.

Da ein Motor nur dann arbeiten kann, wenn er sich selbst bewegt, so wird ein Theil seines Arbeitsvermögens auf die Selbstbewegung verwandt und nur der übrige Theil kann auf einen anderen Körper übertragen werden. Wenn ein Arbeiter irgend eine Arbeit verrichten soll, so muss sich seine Wirkungsfähigkeit sowohl auf die Bewegung der eigenen Muskeln, als auf die Ueberwindung des äusseren Widerstandes erstrecken. Wenn ein Körper von P Pfund die Arbeit von A Fusspfund verrichten kann und er dabei die Geschwindigkeit c Fuss annimmt, so gebraucht er zu dieser Selbstbewegung nach §. 118 die Arbeit $P \cdot \frac{c^2}{2g}$ Fusspfund; er kann daher nur den Rest von $\left(A - P \cdot \frac{c^2}{2g}\right)$ Fusspfund auf andere Körper übertragen. Je grösser dabei die eigene Geschwindigkeit c ist, desto kleiner ist seine Wirkungsfähigkeit nach Aussen; sollen daher Menschen oder Thiere eine Last mit einer grossen Geschwindigkeit fortbewegen, so kann es kommen, dass sie fast alle ihre Wirkungsfähigkeit auf die eigene Fortbewegung verwenden müssen und daher nur ein kleiner Theil derselben zur Fortbewegung der Last übrig bleibt. Ueberhaupt kann bei einem gewissen Grade von körperlicher Anstrengung die nach Aussen zu verwendende Arbeitsgrösse nur dann gross sein, wenn die innere klein ist. Wenn die Geschwindigkeit eines Motors so gross wird, dass die zur Unterhaltung derselben erforderliche Arbeitsgrösse seiner gesammten Wirkungsfähigkeit gleich kommt, so kann derselbe überhaupt nicht mehr nach Aussen wirken, also auch nach Aussen keinen Druck ausüben.

Da die Arbeit eines Motors das Product aus dem ausgeübten Drucke oder dem überwundenen Widerstande in den von seinem Angriffspunkte zurückgelegten Weg ist und durch $P \times s$ ausgedrückt wird, wenn P diesen Druck und s den Weg bezeichnet, so muss, wenn diese Arbeit einen constanten Werth hat, in demselben Maasse, als der eine Factor s grösser wird, der andere Factor P kleiner werden.

Der Druck eines Motors gegen den Receptor ist daher stets von der Geschwindigkeit des letzteren abhängig; wenn die Geschwindigkeit zunimmt, so nimmt der Druck ab und umgekehrt. Wenn ein Arbeiter vermittelst einer Kurbel eine Maschine bewegt, so übt er anfangs, wenn die Kurbel still steht oder sich nur langsam bewegt, bei gehöriger körperlicher Anstrengung einen bedeutenden Druck gegen dieselbe aus; in dem Maasse aber, als die Geschwindigkeit der Kurbel wächst, muss die Hand und der ganze Körper des Arbeiters in dem Bestreben der Kurbel zu folgen sich ebenfalls immer geschwinder bewegen, wobei der Druck der Hand gegen die Kurbel immer schwächer wird und zuletzt ganz aufhört, wenn die Geschwindigkeit so gross geworden ist, dass die ganze Wirkungsfähigkeit des Arbeiters dazu aufgewendet werden muss, um dem Körper und der Hand die Geschwindigkeit der Kurbel zu geben.

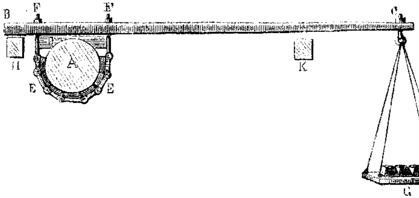
Wir haben nun noch zu untersuchen, auf welche Weise man ermitteln kann, wie viel von der ganzen Arbeitsfähigkeit eines Motors eine Kraftmaschine aufnehmen und nützlich verwenden kann.

Das Bremsdynamometer. In den meisten Fällen haben 230
die Kraftmaschinen, welche ihre Bewegung unmittelbar von dem Motor erhalten, den nächsten Zweck, eine Welle in Umdrehung zu versetzen; die Arbeit dieser rundlaufenden Welle wird dann auf die anderen Maschinentheile übertragen und von hier aus zur Ueberwindung jeder Art von Widerständen verwendet. In dieser Weise bezweckt das Wasser, das auf die Schaufeln eines Wasserrades fällt, nur die Drehung einer Welle, und wir benutzen diese Bewegung dann weiter, um Mühlen, Sägewerke, Hämmer u. s. w. zu treiben; bei den Dampfmaschinen verwandelt man sogar die geradlinige Bewegung des Kolbens in eine rotirende, um von der rundlaufenden Welle aus die übrigen Mechanismen und Arbeitsmaschinen in Bewegung zu setzen. Um nun die Leistungsfähigkeit einer derartigen Kraftmaschine zu bestimmen, lässt man zunächst ihre Welle leer laufen, indem man die sämmtlichen Arbeitsmaschinen auslöst und überhaupt jede Verbindung der Kraftmaschine mit der Transmission und den übrigen Werkzeugsmaschinen aufhebt. Nachdem dieses geschehen, giebt man der Welle einen künstlichen und leicht zu bestimmenden Widerstand zu überwinden. Die Einrichtung muss dabei derart sein, dass man den einzuschaltenden Widerstand abändern und ihn je nach Bedürfniss vergrössern oder verkleinern kann. Man giebt nun der Welle

einen solchen Widerstand, dass sie dabei genau ebenso viele Umdrehungen macht, als sie machen würde, wenn statt des künstlichen Widerstandes die Transmission und die Werkzeugsmaschinen eingeschaltet wären. Ist dieses erreicht, so braucht man nur zuzusehen, wie gross der künstliche von der rundlaufenden Welle überwundene Widerstand und die bei dieser Ueberwindung geleistete Arbeit ist; eine ebenso grosse Arbeit kann die Kraftmaschine liefern, wenn sie zum Betriebe der Arbeitsmaschine verwendet wird.

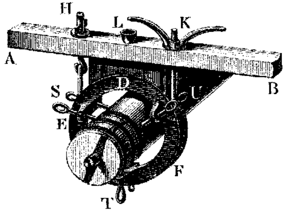
Um diese künstliche Reibung zu erzeugen, wendet man mannigfach verschiedene Vorrichtungen an, die unter dem Namen des **Bremsdynamometers** oder des **Prony'schen Zaumes** bekannt sind. Die Welle A, Fig. 382, muss zu diesem

Fig. 382.



Zwecke vollkommen cylindrisch sein, ist dieses nicht der Fall, so umgiebt man sie mit einem gusseisernen Bremsringe DEF, Fig. 383, der durch drei Paar Schrauben S, T, U auf die Welle aufgeschraubt und so gestellt werden kann, dass alle Punkte seines Umfanges von der Umdrehungsachse der Welle genau gleich weit entfernt sind. An dem hölzernen Hebel BC, Fig. 382, ist ein Holzstück D befestigt, welches an seiner unteren Seite kreisförmig ausgeschnitten ist und den oberen Theil der Welle oder des Bremsringes D (in Fig. 383) umschliesst. Eine aus Eisenblechstücken gebildete, in Gelenken leicht drehbare Kette EE ist mit

Fig. 383.



kleinen Holzstücken belegt, die ebenfalls nach der Welle abgerundet sind und sich durch Anziehen der Kette gegen den unteren Theil der Welle fest anlegen. Die Kette EE endigt in zwei Schraubenbolzen, welche durch den Hebel CB hindurchgehen und durch die Muttern F, F mehr oder weniger angezogen werden können. An dem einen Endpunkte C des Hebels ist eine Wagschale aufgehängt zur Aufnahme von Gewichten; H, K sind Arretirungsstücke, welche in geringen Entfernungen unter dem Hebel stehen und den Zweck haben, während des Umlaufes der Welle die Drehung des Hebels CB in der einen oder der anderen Richtung, so wie eine starke Abweichung desselben von der horizontalen Richtung zu verhindern. Wenn man den Bremsring, Fig. 382, anwendet, so ist das untere Holzstück durch ein eisernes Band ersetzt, das die untere Hälfte des zu diesem Zwecke rinnenförmig ausgenommenen Bremsringes umgiebt. Dieses Band endigt ebenfalls in zwei durch den Hebel AB gehenden Bolzen und lässt sich durch die beiden Schraubenmuttern H, K beliebig stark an den Bremsring anziehen. Um die allzugrosse Erwärmung des Eisens, welche durch die Reibung entsteht, zu verhindern, wird den Reibungsflächen durch das Loch L Wasser oder Oel zugeführt.

Hat man die Welle A durch den Motor in Bewegung gesetzt und zieht man die Schraubenmuttern F, F an, so dass sich die Holzstücke D und EE (die S ä t t e l) fest an den Umfang der Welle A anlegen, so sucht die zwischen diesen Theilen entstehende Adhärenz den Hebel BC mitzunehmen und um A zu drehen, woran er jedoch durch die Arretirung H gehindert wird. Indem aber der Hebel hierdurch genöthigt ist, stehen zu bleiben, entsteht eine gleitende Reibung zwischen dem Umfange der Welle A und den Sätteln D, EE, welche der drehenden Bewegung der Welle entgegenwirkt und das Bestreben hat, die Welle in ihrer Bewegung aufzuhalten. Zieht man die Schraubenmuttern FF gar nicht an, so entsteht auch zwischen der Welle und den Sätteln des Zaumes keine Reibung und die Welle macht ebenso viele Umdrehungen in einer bestimmten Zeit, als wenn sie ganz leer laufen würde. Zieht man aber die Schrauben mehr und mehr an, so wird die Reibung zwischen der Welle und den Sätteln immer grösser, die Welle erleidet bei ihrer Umdrehung einen immer grösser werdenden Widerstand und macht daher in derselben Zeit immer weniger Umdrehungen. Man kann es daher durch angemessenes Anziehen der Schrauben leicht dahin bringen, dass die Welle gerade diejenige Anzahl von Umläufen macht, welche sie auch machen muss, wenn sie mit den Arbeitsmaschinen in Verbindung steht. In diesem Falle ist die von der Reibung der Bremse ausgeführte Widerstandsarbeit genau gleich der Nutzarbeit, welche die Welle bei der vorhandenen Geschwindigkeit leisten und die sie, wenn diese Reibung nicht vorhanden wäre, auch an andere Maschinen abgeben kann. Es handelt sich also nur noch darum, die Grösse dieser Arbeit zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke legt man so viele Gewichte in die Wagschale, bis der Hebel CB eine feste horizontale Lage annimmt, ohne eine der beiden Aufhaltestücke H oder K zu berühren; man ist dann sicher, dass die am Umfange der Welle wirkende gleitende Reibung sich mit dem am Ende C wirkenden Gewicht am Hebel CB das Gleichgewicht hält; wäre dieses nicht der Fall, so müsste, wenn das Gewicht der Wagschale das Uebergewicht hätte, der Hebel sinken und sich bei K auflegen, im anderen Falle würde die Ueberwucht der Reibung den Hebel mitnehmen und sein Ende B sich gegen H aufstützen.

Bezeichnet man nun mit R die Grösse dieser Reibung, mit r den Halbmesser der Welle A, mit P das Gewicht in der Wagschale mit Einschluss des verticalen Druckes, welchen das eigene Gewicht des Hebels im Punkte C ausübt, mit l die Länge des Hebelarmes CA, so ist offenbar für die horizontale Gleichgewichtsstellung des Hebels die Bedingung, dass sich die Kräfte P und R umgekehrt verhalten, wie ihre Hebelarme oder, was dasselbe ist, umgekehrt wie ihre Abstände vom Mittelpunkte der Welle.

Es ist daher $P:R = r:l$, oder, da sich die Halbmesser zweier Kreise auch wie ihre Umfänge verhalten,

$$R:P = 2\pi . l : 2\pi . r, \text{ also auch}$$
$$R \times 2\pi r = P \times 2\pi l.$$

Nun ist aber $R \times 2\pi r$ die Arbeit, welche die Reibung während eines Umlaufes der Welle verzehrt, und $P \times 2\pi l$ die Arbeit, welche das Gewicht P verrichten würde, wenn es sich mit dem Angriffspunkte C des Hebels einmal ganz rund drehen könnte. Wir kommen daher zu dem Schlusse, dass die in der Welle A der Kraftmaschine bei ihrer vorhandenen Geschwindigkeit enthaltene Wirkungsfähigkeit für jeden Umlauf gleich ist dem Producte des Gewichtes P in den Umfang desjenigen Kreises, welchen der Endpunkt des Hebels beschreiben würde, wenn er sich drehen könnte. Multiplicirt man noch dieses Product mit der Anzahl der Umdrehungen, welche die

Welle in einer Stunde macht, so erhält man die gesammte Arbeit, welche die Welle in dieser Zeit an andere Maschinen übertragen kann.

Um den Druck zu finden, welchen das eigene Gewicht des Hebels in dem Endpunkte C ausübt, braucht man nur den Hebel BC im Punkte C an ein Dynamometer (§. 57) aufzuhängen und seine Zugkraft zu messen, wenn die Schraubenmutter FF' nicht angezogen sind, die Welle A also ganz leer läuft und die Wagschale nicht belastet ist. Diese Zugkraft ist dann, wie bereits gesagt wurde, noch der Belastung der Wagschale zuzufügen, um die in C wirkende gesammte Zugkraft P zu erhalten.

Das ganze Verfahren zur Bestimmung der Arbeitsfähigkeit einer rundlaufenden Welle, welche andere Maschinen zu treiben hat, besteht hiernach in Folgendem: Man trennt zuerst alle Arbeitsmaschinen von der Welle und setzt dann den Bremszaum auf dieselbe; hierauf zieht man die Schraubenmutter so fest an, und legt dem entsprechend so viel Gewicht in die Wagschale, dass die Welle genau dieselbe Umdrehungsgeschwindigkeit annimmt, als sie für den gewöhnlichen Betrieb der Arbeitsmaschinen haben muss, und dass der Hebel horizontal steht. Zu dem in der Wagschale liegenden Gewichte zählt man dann noch den Druck hinzu, welchen das eigene Gewicht des Hebels und der Wagschale in dem Aufhängepunkte C ausübt, multiplicirt die Summe dieser Druckkräfte (P) mit dem Umfange ($2\pi l$) des Kreises, welchen der Endpunkt des Hebels beschreiben würde, wenn er sich um die Achse der Welle drehen könnte, multiplicirt dann noch das erhaltene Product mit der Anzahl der Umdrehungen, welche die Welle in einer Stunde macht, so hat man in dem Endresultate, wenn der Druck oder das Gewicht P in Pfunden und die Umfangslinie $2\pi l$ in Fuss ausgedrückt worden ist, die gesammte Arbeit in Fusspfunden, welche die Welle der Kraftmaschine in einer Stunde leisten und an andere Maschinen übertragen kann.

Ein Zahlenbeispiel wird dieses näher erläutern. Um die Leistung eines Wasserrades zu finden, hatte man auf die Welle ein Bremsdynamometer aufgesetzt und folgende Resultate gefunden.

Als die Welle leer lief, machte sie sechs Umläufe in der Minute; dabei war das Gewicht in der Wagschale nebst dem reducirten Gewichte des Hebels $P = 530$ Pfund, der Hebel

$l = 10\frac{1}{2}$ Fuss. Der Nutzeffect, den die Welle in der Minute lieferte, war daher, wenn wir ihn mit E bezeichnen:

$$E = 530 \,.\, 2 \,.\, 3\tfrac{1}{7} \,.\, 10\tfrac{1}{2} \,.\, 6 = 209880 \text{ Fusspfund.}$$

Gesetzt nun, es muss die Welle zu einem bestimmten Zweck, etwa um die bestimmte Geschwindigkeit eines Mühlsteines zu erhalten, in der Minute nur fünf Umgänge machen und es fragt sich, wie viel Arbeit unter diesen Umständen von der Welle in der Minute geleistet wird. Man zieht dann die Schraubenmutter und die Sättel fester an, und zwar so lange, bis durch entsprechende Belastung der Wagschale die Welle genau fünf Umdrehungen in der Minute macht. Wenn dabei $P = 560$ Pfund ist, so ist nun die Arbeitskraft E_1 der Welle in der Minute:

$$E_1 = 560 \,.\, 2 \,.\, 3\tfrac{1}{7} \,.\, 10\tfrac{1}{2} \,.\, 5 = 184800 \text{ Fusspfund;}$$

ebenso viel Arbeit wird die Welle an die Arbeitsmaschine abgeben, wenn man diese statt der Bremse damit in Verbindung bringt.

Man sieht übrigens, dass im letzteren Falle die Arbeit der Welle geringer ist, als im ersteren, und dass es also vortheilhafter ist, wenn dieselbe in der Minute sechs Umläufe macht, als wenn sie deren nur fünf macht. Ueberhaupt ersieht man hieraus, dass man das Bremsdynamometer dazu benutzen kann, um durch mehrere Versuche diejenige Umdrehungszahl der Welle zu bestimmen, bei welcher ihre Arbeitskraft am grössten wird.

231 **Pferdekraft.** Da das Product von dem überwundenen Druck in den zurückgelegten Weg, wodurch die Grösse einer geleisteten Arbeit angegeben wird, wie in der letzten Aufgabe, meist zu sehr grossen und daher unbequemen Zahlen führt, so hat man zur Messung der Arbeit eine grössere Einheit eingeführt, welche man Pferdekraft nennt. Man versteht darunter keineswegs eine Kraft, sondern eine Arbeit, welche ein starkes Pferd bei mässiger Anstrengung in der Secunde leisten kann. Um jedoch diese Maasseinheit von allen Schwankungen frei zu machen, welche die Verschiedenheit in der Stärke und der Arbeitskraft der einzelnen Pferde mit sich bringen würde, so ist man darin übereingekommen, mit dem Ausdruck der Pferdekraft in den mechanischen Rechnungen stets eine ganz bestimmte Arbeit zu bezeichnen. In allen Fällen aber bezieht sich die Pferdekraft auf die in einer Secunde geleistete Arbeit, und zwar nimmt man:

im preussischen Maasse	1 Pferdekraft	= 480	Fusspfd.	pro	Sec.
„ österreichischen „	1 „	= 424	„	„	„
„ badischen „	1 „	= 500	„	„	„
„ hessendarmst. „	1 „	= 600	„	„	„
„ englischen „	1 „	= 542	„	„	„
„ französischen „	1 „	= 75	Kilogrammmeter pro Secunde.		

Ist z. B., wie in der vorigen Aufgabe, die Arbeit einer rundlaufenden Welle pro Minute 184800 Fusspfund, so hat man dieselbe nur durch 60 zu dividiren, um die Arbeit pro Secunde zu erhalten; dividirt man die secundliche Arbeit nochmals durch 480, so erhält man die Leistung der Welle in preussischen Pferdekräften. In vorliegendem Falle ist daher diese Leistung $\frac{184800}{60.480} = 6{,}41$ Pferdekräften, und mit dieser Welle kann man $6{,}41 \times 480$ preussische Pfund in einer Secunde einen Fuss hoch heben.

Wenn man daher, wie das jetzt allgemein geschieht, die Leistungsfähigkeit einer Maschine in Pferdekräften angiebt, so hat das mit der Leistung von Pferden selbst gar nichts zu thun; die Anzahl der Pferdekräfte einer Maschine ist daher auch nicht gleich der Anzahl von Pferden, die erforderlich sind, um in derselben Zeit eine gleiche Arbeit auszuführen, wie sie von der Maschine geleistet wird. Um solchen Verwechselungen vorzubeugen, hat man daher statt des Ausdrucks Pferdekraft auch wohl andere Benennungen, wie „Dampfpferd" (cheval-vapeur), „dynamisches Pferd" (cheval dynamique), in Vorschlag gebracht; in Deutschland ist man jedoch bei dem Ausdruck „Pferdekraft" stehen geblieben.

Arbeit des Menschen. Wir können nunmehr auf die 232
Art und Weise, wie die genannten Motoren wirken, näher eingehen, indessen erscheint es zweckmässig, an dieser Stelle nur die belebten Motoren einer genaueren Untersuchung zu unterziehen, und auf die übrigen Motoren später, wo sich gerade die Gelegenheit dazu bietet, zurückzukommen.

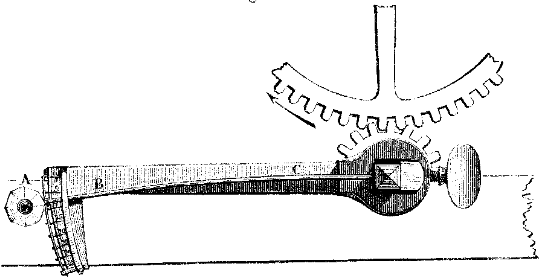
Der Mensch kann seine Kraft auf sehr verschiedene Weise anwenden; er kann, ohne von der Stelle zu gehen, sowohl in horizontaler als in verticaler Richtung mit seinen Händen einen Druck oder einen Zug ausüben; sitzend kann er mit seinen Füssen drücken; ebenso vermag er während des Gehens zu drücken und zu ziehen; endlich kann er durch sein blosses

Gewicht wirken, wie bei den Sprossenrädern (§. 62). Da die Arbeit, welche er auf die eine oder die andere Weise in einer gewissen Zeit zu leisten vermag, sich keineswegs gleich bleibt, so hat man durch Versuche zu ermitteln, bei welcher Arbeitsweise er im Stande ist, am meisten zu leisten. Bei diesen Untersuchungen darf man jedoch nicht ausser Acht lassen, dass die belebten Motoren im Gegensatze zu den anderen Motoren während der Arbeit ermüden; verlangt man von ihnen für eine bestimmte Zeit, z. B. für eine Stunde, eine zu grosse Arbeit, so können sie auf die Dauer eines Tages nicht ebenso lange arbeiten, als wenn sie für jene Zeit mit einer geringeren Arbeit bedacht worden wären; legt man ihnen für die Dauer eines Tages eine zu grosse Arbeit auf, so dehnt sich die Ermüdung über die folgenden Tage aus. Auf alles dieses muss bei den Versuchen über die vortheilhafteste Verwendung der belebten Motoren sorgfältig Rücksicht genommen werden.

Wenn es sich darum handelt, die Kraft eines Menschen zu bestimmen, welche er ausüben kann, um einen Widerstand zu überwinden, so findet man, dass dieselbe ebenfalls sehr verschieden ist, je nachdem er den Druck oder den Zug auf die eine oder die andere Weise ausübt. Es hat sich dabei ergeben, dass er seine grösste Kraft entwickelt, wenn er ein zwischen seinen Beinen stehendes Gewicht zu heben sucht; diese grösste Zugkraft kann je nach der körperlichen Constitution und der grösseren oder geringeren Uebung der Muskeln 400, ja sogar 600 Pfund betragen; im Durchschnitt rechnet man sie jedoch nur zu 260 Pfund.

Die Kraft, welche der Mensch ausüben kann, ist aber bekanntlich nur der eine Factor der Arbeit, welche er zu leisten vermag; um diese Arbeit selbst zu bestimmen, muss daher auch noch der andere Factor, d. i. der Weg, durch welchen er seinen Druck oder seinen Zug ausübt, bekannt sein. Ist der zu überwindende Widerstand sehr gross, so ermüdet der Arbeiter in kurzer Zeit und er kann seine Kraft nur auf eine kurze Wegstrecke ausüben, ist dagegen der Widerstand sehr klein, so kann er denselben auf eine grössere Wegstrecke überwinden. In beiden Fällen ist einer der Factoren, welche die in einem Tage geleistete Arbeit darstellen, klein und in Folge davon ist auch ihr Product, d. i. die Arbeit selbst klein. Giebt man dagegen dem Menschen einen Widerstand zu überwinden, welcher weder übermässig gross, noch auch sehr klein ist, so kann er denselben in einem Tage auf eine bedeutende Strecke überwinden und in Folge davon eine beträchtliche Arbeit leisten. Soll daher ein Mensch anhaltend arbeiten, so darf er nicht seine volle Kraft anwenden, und seine Anstrengung darf in jedem Augenblicke nur ein Theil dessen sein, was seine höchste Zugkraft ausmacht. Die Bestimmung der Kraft, welche ein Mensch ausüben muss, und des Weges, welchen der Angriffspunkt seiner Kraft zu durchlaufen hat, damit er eine möglichst grosse Arbeit im Verlaufe eines Tages verrichten könne, ist Sache der Erfahrung. Durch vielfache Versuche hat man z. B. gefunden, dass die Arbeiter an einer Zugramme (§. 186) am vortheilhaftesten arbeiten, wenn jeder von dem Gewichte des Rammbären ungefähr 40 Pfund 3 Fuss hoch hebt, wenn 20 Stösse auf die Minute kommen und immer nach 60 bis 80 Stössen eine ebenso lange Pause eintritt, als die Arbeit gedauert hat. Ebenso hat man gefunden, dass jeder der Menschen, welche an einer Erdwinde (§. 64) arbeiten, einen Druck von 24 Pfund am Ende des Hebels ausüben und sich mit einer Geschwindigkeit von beinahe 2 Fuss in der Secunde fortbewegen muss. Ferner hat sich ergeben, dass ein Arbeiter auf die Handhabe einer etwa 1 Fuss langen Kurbel, welche er drehen will, einen Druck von 14 bis 16 Pfund ausüben und damit 20 bis 25 Umdrehungen in der Minute machen muss, wenn er möglichst vortheilhaft arbeiten will. Letzteres findet man vermittelst der dynamometrischen Kurbel, Fig. 384, bei welcher der Handgriff A auf dem

Fig. 384.

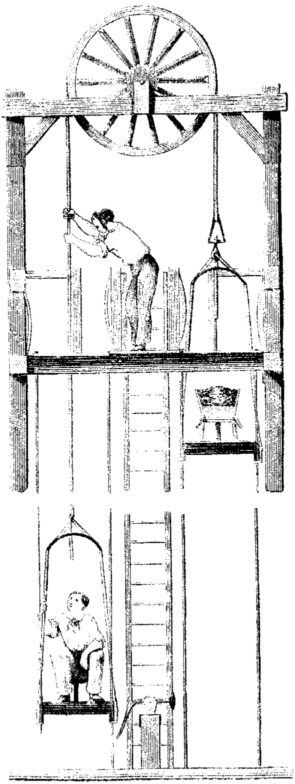


Ende einer elastischen Feder BC befestigt ist. Die Kurbel wird auf die Welle, welche rundgedreht werden soll, festgeklemmt, und darauf der Handgriff A in der gewöhnlichen Weise rundbewegt. Durch den Druck der Hand biegt sich dann die Feder und die Grösse der Durchbiegung ist ein Maass für die Stärke des Druckes. Die Biegung der Feder kann an einem Gradbogen, der auf der Kurbel befestigt ist, aber mit der Feder selbst nicht in Verbindung steht, leicht abgelesen werden. Hat man nun vorher durch Anhängung von bekannten Gewichten an den Handgriff A der Feder bestimmte Biegungen gegeben und darnach die Kreistheilung beziffert, so kann man für jeden einzelnen Fall, wo die Feder unter dem Drucke der Hand eine bestimmte Biegung an der Eintheilung zu erkennen giebt, leicht den Druck der Hand in Pfunden ablesen.

Im Allgemeinen kann man annehmen, dass ein Mensch eine grössere Arbeit in einem Tage liefert, wenn er sich von Zeit zu Zeit ausruht, als wenn er anhaltend thätig ist. Andererseits aber ist diese Arbeit um so grösser, je weniger die Muskelanstrengungen die Gränze überschreiten, welche ihnen für die gewöhnlichen Verrichtungen von der Natur angewiesen sind. Nehmen wir z. B. einen Menschen, dessen Tagewerk darin besteht, im unbelasteten Zustande auf einer schiefen Ebene oder einer Treppe auf- und abzugehen. Wenn er hinaufsteigt, hat er die Last seines eigenen Körpers in die Höhe zu bringen und hierzu eine Arbeitsleistung auszuführen, die durch das Product aus dem Gewichte des Körpers in die erstiegene Höhe, letztere in verticaler Richtung gerechnet, ausgedrückt wird. Die Erfahrung lehrt nun aber, dass diese Arbeit grösser ist als diejenige, welche derselbe Arbeiter während eines Tages ausführen kann, wenn er mit einer Last beladen auf der schiefen Ebene oder der Treppe hinaufsteigen und leer wieder hinab gehen muss. In letzterem Falle, wenn der Mensch mit einer Last in die Höhe steigen soll, sind offenbar die Muskeln seiner Beine, die von Natur nur zum Tragen des Körpergewichtes bestimmt sind, mehr als gewöhnlich angestrengt, und es entsteht aus dieser Ueberlastung eine Ermüdung, die eine Verminderung der Arbeitskraft zur Folge hat.

Man hat überhaupt gefunden, dass ein Mensch die meiste Arbeit liefert, wenn er nichts weiter thut, als im unbelasteten Zustande fortwährend auf einer schiefen Ebene oder einer Treppe hinauf und wieder herunter zu gehen; wenn er in dieser Weise täglich 8 Stunden beschäftigt ist, so beträgt seine tägliche Arbeit durchschnittlich 1792000 Fusspfund, was auf die Secunde ungefähr 62 Fusspfund ausmacht. Derselbe Mensch würde an einer Kurbel arbeitend in derselben Zeit nur 1100800 Fusspfund, und an dem Zugseile einer Ramme nicht mehr als 640000 Fusspfund leisten. Es ist also am vortheilhaftesten, die Arbeit des Menschen nur zur Hebung seines eigenen Gewichtes zu verwenden; wenn man mit einer solchen Arbeit nicht zum Ziele kommen kann und man genöthigt ist, eine andere Arbeitsweise in Anspruch zu nehmen, so entsteht allemal ein Verlust an Arbeit, der je nach der Art und Weise, wie die Kraft verwendet wird, verschieden ist.

Fig. 385.



Wie man übrigens die blosse Hebung des eigenen Körpergewichtes nützlich verwenden kann zeigt folgendes Beispiel, in welchem es sich darum handelt, Erdmassen von einem niedrig gelegenen Terrain auf ein höher gelegenes zu bringen. Es dient dazu eine Vorrichtung, wie sie in Fig. 385 abgebildet ist, bestehend aus einer auf der Höhe aufgestellten grossen Rolle, um welche ein Seil geschlungen ist. An jedem Ende des Seiles ist nach Art der Wagschalen eine Tischplatte aufgehängt, so dass man einen kleinen Wagen oder eine Schubkarre bequem darauf aufladen und davon abladen kann; das Seil hat eine solche Länge, dass der eine Tisch oben ist, wenn sich der andere unten befindet. Es wird jedesmal unten eine volle, oben eine leere Schubkarre aufgeladen, dann setzt sich ein Arbeiter oben zu der leeren Karre und bringt durch sein und der leeren Karre Uebergewicht die Rolle in Bewegung; die volle Karre geht, wie in der Fig. 385, in die Höhe, der Arbeiter mit der leeren Karre herunter. Unten angekommen nimmt der Arbeiter die leere Karre weg und ersetzt sie durch eine volle; oben wird die volle Karre weggenommen, und an ihre Stelle eine leere aufgebracht; das Gewicht eines Arbeiters, der sich zu der leeren setzt, giebt wieder das Uebergewicht über die unten stehende volle Karre und so nimmt die Rolle nun die entgegengesetzte Bewegung an. Es versteht sich von selbst, dass ein Theil der Arbeiter unten beschäftigt ist, neue volle Karren heranzufahren, ein anderer Theil aber oben, um die vollen Karren zu entleeren und die leeren wieder an die Hebevorrichtung anzufahren. Gleichzeitig aber ist eine andere Anzahl von Arbeitern ausschliesslich damit beschäftigt, einer nach dem anderen, wie sie unten angekommen sind, auf einer zwischen beiden Seilstücken angebrachten Leiter unbeladen in die Höhe zu steigen, sich oben zu dem leeren Karren zu setzen und wieder herabzufahren. Ein Arbeiter bleibt beständig oben, um an dem heruntergehenden Seile die Geschwindigkeit der Bewegung zu vermindern oder zu vermehren, je nachdem das Uebergewicht auf dem herunterfahrenden Tische zu gross oder zu klein ist. Die eben beschriebene Hebevorrichtung wurde zuerst bei den Erdarbeiten am Fort zu Vincennes, in der Nähe von Paris, angewandt und hat sich in Bezug auf die Ausnutzung der menschlichen Arbeitskraft als sehr vortheilhaft erwiesen.

Wenn ein Arbeiter an einem Sprossenrade (§. 62) wirkt, so besteht seine Arbeit ebenfalls ausschliesslich in der Hebung seines eigenen Körpergewichtes; wenn er eine kleine Strecke hinaufgestiegen ist, sinkt er von selbst wieder herunter und dreht damit zugleich das Rad rund. Er wirkt dabei in ähnlicher Weise, wie bei der vorigen Hebemaschine, wo er ebenfalls auf einer Leiter in die Höhe stieg, und darauf sein Körpergewicht dazu benutzte, um in verticaler Richtung wieder herunter zu kommen und dabei eine Last zu heben. Man begreift daher, dass die Sprossenräder ausgezeichnete mechanische Vorrichtungen sind, um die Menschenkraft mit möglichstem Vortheil zu verwenden, und in der That kann ein Arbeiter bei achtstündiger Arbeit täglich an einer solchen Maschine eine Arbeit von 1638400 Fusspfund leisten. Es kommt noch hinzu, dass die drehende Bewegung des Rades zur sofortigen Ausführung fast aller Arten von anderen Arbeiten besonders geeignet ist.

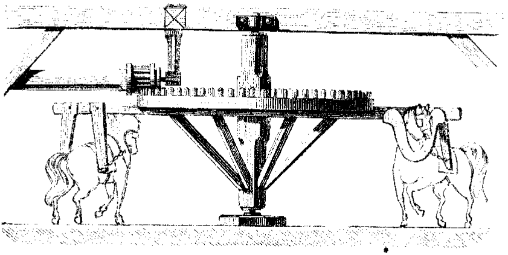
Die Arbeit der Thiere. Nächst dem Menschen wird am 233
meisten das Pferd als Motor verwendet; allein seine Wirkungsweise bietet zu wenig Mannigfaltigkeit dar, als dass es unmittelbar und ohne Dazwischenkunft einer Maschine irgend welche zusammengesetztere Arbeiten ausführen könnte. Die directe Arbeit eines Pferdes besteht fast ausschliesslich in dem Transporte einer Last, welche man ihm aufladet, oder in der Ueberwindung eines Widerstandes, indem es in horizontaler Richtung vorwärts geht und dabei zieht. Im Uebrigen gelten für die Arbeit eines Pferdes im Allgemeinen dieselben Bemerkungen, welche wir für die Menschenarbeit aufgestellt haben.

Die höchste Zugkraft, welche ein Pferd ausüben kann, beträgt 800 Pfund; wenn es aber anhaltend arbeiten soll, darf es bei Weitem nicht so viel ziehen. Ein gutes Fuhrwerkspferd, welches sechs Tage in der Woche arbeitet und täglich mit einer stündlichen Geschwindigkeit von ungefähr 9550 Fuss eine Strecke von vier Meilen zurücklegt, zieht nur ungefähr 100 Pfund; die in einem Tage ausgeführte Arbeit beträgt daher gegen

$$100 \times 4 \,.\, 24000 = 9600000 \text{ Fusspfund.}$$

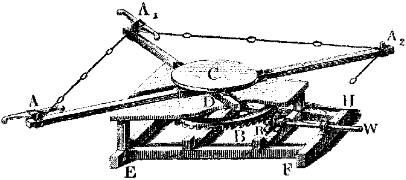
Wenn man das Pferd in anderer Weise als zum Fortziehen einer Last verwenden will, lässt man es gewöhnlich an einem Göpel arbeiten. Die Einrichtung der Göpel ist sehr verschieden; gewöhnlich wird das Pferd, wie Fig. 386 zeigt, an ein

Fig. 386



gabelförmiges Stück Holz, welches über den Rücken des Thieres weggreift, angespannt. Da das Gabelstück vermittelst eines Schwengels an einem Zahnrade befestigt ist, so wird letzteres, wenn das Pferd auf der sogenannten Rennbahn im Kreise herumgeht, ebenfalls rundgedreht und seine Kraft durch Zahnräder auf die anderen Mechanismen übertragen. Wenn der Göpel transportabel sein soll, so setzt man aus vier langen Schwengeln CA, CA_1, $CA_2 \ldots$, Fig. 387, ein durch Ketten verbundenes

Fig. 387.

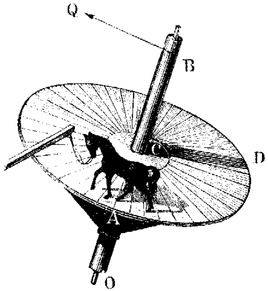


Kreuz zusammen, an dessen vier Enden A, A_1, $A_2 \ldots$ die Pferde angespannt werden. Auf der nach unten gehenden vertical stehenden Welle, auf deren Kopf die vier Schwengel durch ein eisernes Kreuz befestigt sind, sitzt ein grösseres Zahnrad BD, welches in ein kleineres auf der horizontalen Triebwelle W befestigtes Getriebe R eingreift. Auf der Verlängerung dieser letzteren Welle sitzt wieder ein Zahnrad, welches die Kraft des Göpels auf die damit zu betreibende Arbeitsmaschine überträgt. Die vertical stehende Welle ruht oben in einem unter dem Kreuzpunkte C der Schwengel angebrachten Halslager und unten in einem auf dem starken Gerüste EFH angebrachten Fusslager. Der Göpel ist in gewisser Beziehung für das Pferd, was für den Menschen die Kurbel ist. Ein Pferd, welches an einem Göpel arbeitet, leistet daher auch weniger und ermüdet mehr, als ein Pferd, welches in einem Frachtkarren geht. Damit die Zahl der Umdrehungen der Welle bei Zurücklegung eines gewissen Weges möglichst klein ausfalle, und das Pferd die krummlinige Bewegung möglichst wenig fühle, macht man die Länge der Schwengel möglichst gross, und giebt der Rennbahn einen Durchmesser von wenigstens 40 Fuss. Vergleicht man die Leistung eines Pferdes an einem Göpel mit der eines Menschen an der Kurbel, so ist erstere beinahe 7 mal so gross, als letztere, so dass man die Leistung eines Pferdes im Allgemeinen zu sieben Menschenkräften annimmt.

Uebrigens beträgt die Arbeit eines Pferdes am Göpel in jeder Secunde höchstens 275 Fusspfund, so dass wir gewiss Ursache hatten, in §. 231 gegen die Verwechselung des Ausdruckes „Pferdekraft" mit der wirklichen secundlichen Leistung eines Pferdes zu warnen; diese beträgt, wie wir sehen, höchstens 275 Fusspfund; die in der Mechanik unter dem Namen der „Pferdekraft" vorkommende Arbeitseinheit ist aber gleich 480 Fusspfund und bezieht sich auf die Arbeit, welche ein Pferd ausführen kann, wenn es ohne Maschine eine Last fortschafft.

In ähnlicher Weise, wie man in dem Sprossen- und Tretrade den Menschen durch sein Gewicht wirken lässt, findet man in der Landwirthschaft zuweilen auch Tretscheiben angewandt, auf denen eine kurze Zeit lang Pferde oder Ochsen wirken. Die Fig. 388 zeigt eine solche Einrichtung. Die Welle OB steht unter 20^0 bis 25^0 C. gegen die Verticale geneigt und trägt eine mit Latten beschlagene Scheibe ACD von 20 bis 25 Fuss Halbmesser. Da die Scheibe senkrecht zu der Welle OB steht, so bildet sie mit dem Horizonte ebenfalls einen Winkel von 20 bis 25 Graden. Das Thier wird an einem seitlich stehenden Baum festgebunden und bedarf während der Arbeit keiner weiteren Aufsicht. Das Gewicht des Thieres wirkt hier an einer beweglichen schiefen Ebene; durch Zerlegung dieses Gewichtes in zwei Seitenkräfte senkrecht und parallel zu der Scheibe findet man die Drehkraft desselben, und durch Multiplication dieser Drehkraft mit dem horizontalen Abstande CA des Thieres von der Achse OB das Umdrehungsmoment der Scheibe.

Fig. 388.



Die Zugkraft eines Ochsen ist beinahe so gross, wie die des Pferdes, aber in Folge der natürlichen Langsamkeit seiner Bewegungen kann er nur halb so viel leisten, als dieses; an einem Göpel leistet dagegen der Ochse beinahe ebenso viel, als ein Pferd.

Der Esel besitzt eine weit geringere Zugkraft, als die vorhin genannten Thiere; seine Arbeit am Göpel beträgt nur ein Viertel von der des Pferdes.

Die folgende Tabelle enthält die wichtigsten Erfahrungsresultate über die Arbeitsgrösse der Menschen und Thiere, wobei die mittlere Arbeitszeit zu acht Stunden täglich angenommen worden ist.

Benennung des Motors.	Maschine.	Der überwundene Druck in Pfd.	Der Weg in Fuss.	Leistung per Sec. in Fusspfd.	Leistung per Tag in Fusspfd.
Mensch	ohne Maschine	30	2,5	75	2160000
"	am Hebel	10,7	3,5	37,45	1078560
"	an der Kurbel	20,25	2,5	45,6	1313280
"	am Göpel	25,5	1,9	48,45	1395360
"	am Tretrad (mit 24° Steigung)	$25\frac{2}{3}$	2,25	46,21	1663000
"	am Sprossenrad	128	0,48	49,15	1769000
Pferd	ohne Maschine	120	4	480	13824000
"	am Göpel	95	2,9	275,5	7934400
Ochse	ohne Maschine	120	2,5	300	8640000
"	am Göpel	139	1,9	264	7603000
Maulesel	ohne Maschine	100	3,5	350	10080000
"	am Göpel	64	2,85	182	5240000
Esel	ohne Maschine	80	2,5	200	5760000
"	am Göpel	30	2,5	75	2160000

234 **Perpetuum Mobile.** Zum Schlusse dieses Abschnittes über die Motoren wollen wir noch mit einigen Worten auf das berühmte Problem des Perpetuum Mobile zurückkommen, welches bereits so viele Köpfe beschäftigt und ungeachtet der Vergeblichkeit aller darauf verwandten Mühen dennoch nicht aufgehört hat, für Viele der Gegenstand des eifrigsten Nachdenkens und der kostspieligsten Versuche zu sein. Zunächst müssen wir uns jedoch darüber ganz klar machen, was man unter diesem Ausdruck versteht.

Es liegt nahe, dass die Meisten von denen, welche sich mit der vorliegenden Frage nicht beschäftigt haben, unter dem Perpetuum Mobile sich einen Körper vorstellen, der sich in beständiger Bewegung befindet. Wenn man daher diesen gegenüber behauptet, dass die Entdeckung eines Perpetuum Mobile unmöglich ist, so findet man eine Menge Ungläubiger, die sich mit einer solchen Behauptung schon einfach aus dem Grunde nicht einverstanden erklären, weil wir in der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Achse, in der jährlichen Umdrehung der Erde um die Sonne, wie überhaupt in der Bewegung der Planeten eine grosse Anzahl von Bewegungen haben, denen das Merkmal der Beständigkeit und der ununterbrochenen Fortdauer eigen ist. Es verstehen daher auch Diejenigen, die mit dem Gegenstande selbst vertraut sind oder die mit der Aufsuchung des Perpetuum Mobile sich beschäftigt haben, darunter etwas ganz Anderes.

Wir haben bereits gesehen, dass auf jede Maschine, die einen Widerstand überwinden oder überhaupt in Bewegung gesetzt werden soll, nothwendig eine Kraft einwirken muss; wir fanden ferner, dass diese Kraft in den meisten Fällen entweder von einem der belebten Motoren, oder von dem bewegten Wasser, dem Winde oder dem Dampf, in einigen Fällen auch von der Elasticität einer Feder oder der Expansivkraft gepresster Gase hergegeben wird. Das Perpetuum Mobile construiren heisst nun, eine Maschine herstellen, die, nachdem sie einmal angestossen ist, ohne Beihülfe irgend eines Motors ganz von selbst in Bewegung bleibt, eine Maschine also, welche ohne Mitwirkung einer Kraft eine Nutzarbeit liefert, und die für sich selbst ein Motor ist.

Es liegt auf der Hand, dass dieser Gegenstand für diejenigen, welche ihn überhaupt für möglich halten und sich mit seiner Auffindung beschäftigen, ein grosses Interesse hat. Alle bisherigen Maschinen bedürfen eines Motors zu ihrem Betriebe, und eine lange Zeit hindurch hat man sich ausschliesslich mit den belebten Motoren, dem Wasser und dem Winde behelfen müssen. Aber während von der einen Seite die Verwendung der belebten Motoren mit einem ununterbrochenen Kostenaufwande verbunden ist, kann andererseits die Kraft des Wassers und des Windes nur in besonderen Fällen angewandt werden; dazu kommt, dass man nicht überall und nicht zu jeder Zeit über fliessendes Wasser und über Wind nach Belieben verfügen kann; oft sind sie in Ueberfluss vorhanden, wo man sie nicht braucht, und sie fehlen, wenn man ihrer gerade bedarf. Die Anwendung des Dampfes gewährt schon einen viel grösseren Spielraum; man kann überall über ihn verfügen und seine Kraft zu jeder beliebigen Höhe steigern; indessen erfordert auch die Dampfkraft gleich den belebten Motoren immer noch einen namhaften und beständigen Kostenaufwand. Bei der Herstellung eines Perpetuum Mobile geht man viel weiter; man will eine Maschine haben, welche wie eine Dampfmaschine zum Betriebe anderer Mechanismen verwendet werden kann, ohne irgend welche andere Kosten zu verursachen, als diejenigen, welche aus der Abnutzung ihrer Theile herrühren. Es ist klar, dass eine solche Maschine für Denjenigen, welcher so glücklich wäre sie zu erfinden, eine Quelle unermesslichen Reichthums sein würde. Eine solche Entdeckung wäre jedenfalls höher anzuschlagen, als wenn er den Stein der Weisen gefunden hätte; denn wenn auch die Kunst, Gold zu machen, zunächst zum Reichthum führen würde, so ist doch nicht zu vergessen, dass das Gold nicht an und für sich ein Gegenstand des Bedürfnisses und der Nachfrage ist, und nur deshalb gesucht wird, weil man ihm einen künstlichen Werth beigelegt hat; dieser Werth würde aber sofort verschwinden, wenn man so viel Gold machen könnte, als man eben wollte. Die Entdeckung eines Perpetuum Mobile dagegen würde einen ungeheuren Aufschwung in der Industrie hervorrufen und die Mittel an die Hand geben, eine Menge von Gegenständen des täglichen Lebens, welche den Wohlstand ganzer Nationen bedingen, zu sehr niedrigen Preisen herzustellen; der Erfinder einer solchen Maschine würde im wahren Sinne des Wortes ein Wohlthäter der ganzen Menschheit sein.

Aber leider ist diese Entdeckung gar nicht möglich, und zwar nicht etwa in dem Sinne, als ob uns zur Zeit noch die Mittel fehlten, eine solche Maschine zu construiren, oder als ob wir noch nicht genug über das Wesen der Kräfte und deren Wirkungen unterrichtet seien, um eine solche Entdeckung überhaupt machen zu können; nein, diese Entdeckung ist an und für sich eine absolute Unmöglichkeit. Es lässt sich diese Behauptung ebenso strenge beweisen, wie jeder geometrische Lehrsatz, und es bedarf dazu nur der einfachen Resultate, welche unsere früheren Untersuchungen uns bereits geliefert haben.

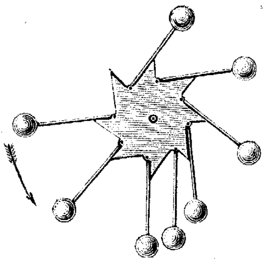
Wir haben nämlich gesehen, dass bei jeder Maschine die während der ganzen Dauer der Bewegung entwickelte Arbeit der bewegenden Kraft niemals kleiner ist, als die in derselben Zeit geleistete Arbeit des Widerstandes. In der Regel sind beide Arten von Arbeiten einander gleich; wenn aber bei der Bewegung der Maschine Stösse vorkommen, so ist die Arbeit des Motors stets grösser, als die der Widerstände, weil durch den Stoss ein Theil der Bewegungsarbeit verbraucht wird. Eine Maschine kann daher gar keine Nutzarbeit geben, wenn sie nicht unter dem Einflusse einer bewegenden Kraft steht und von dieser eine bestimmte Arbeit erhält, die ausreicht, einestheils um den beabsichten Nutzeffect zu erzielen, anderseits um die unvermeidlichen passiven Widerstände zu überwinden. Soll z. B. eine Maschine, damit sie ihren Zweck erreiche, mindestens eine Leistung von einer Pferdekraft hervorbringen, so muss die zu ihrer Bewegung verwandte Kraft, z. B. des Wassers, des Dampfes u. s. w., mindestens ebenfalls die Arbeit einer Pferdekraft liefern; diese Arbeit wird von dem ersten Gliede der Maschine, an welchem die Kraft wirkt (dem Receptor), aufgenommen und nacheinander auf die folgenden Glieder (die Transmission) übertragen. Wenn nun nicht durch Reibung, Stösse und Luftwiderstand ein Theil dieser Arbeit verzehrt würde, so könnte das letzte Glied der Maschine (das Werkzeug) wieder die Arbeit einer Pferdekraft leisten, aber in keinem Falle mehr, denn eine jede noch so verwickelte und zusammengesetzte Maschine besteht nur aus einer Reihe von einfachen Maschinentheilen, von denen wir bereits im Einzelnen nachgewiesen haben, dass allemal wenn keine Reibung vorhanden ist, die Arbeiten der Kraft und des Widerstandes einander gleich sind. Da nun aber die Ueberwindung der Reibung, welche bei allen Maschinentheilen vorkommt, einen Theil von der ursprünglichen zu einer Pferdekraft angenommenen Leistung der Kraft verbraucht, so kann das letzte Glied der Maschine unmöglich noch eine ganze Pferdekraft als Nutzarbeit hervorbringen, sondern nur so viel, als nach Verbrauch durch die genannten passiven Widerstände noch übrig ist. Der Keil verbraucht z. B. zur Ueberwindung der Reibung $^4/_5$, die Schraube durchschnittlich $^3/_4$ und selbst ein sorgfältig gearbeiteter Flaschenzug noch $^1/_6$ der von dem Motor gelieferten Arbeit, so dass der Keil nur $^1/_5$, die Schraube nur $^1/_4$ und der Flaschenzug nur $^5/_6$ der Arbeit hervorbringt, welche der Motor an sie abgegeben hat. Maschinen, welche $^4/_5$ oder auch nur die Hälfte der Kraftleistung wieder hervorbringen, gelten schon als gute Maschinen; es kommt aber nicht selten vor, dass eine fehlerhaft construirte Maschine nicht mehr als $^1/_{10}$ oder $^1/_{20}$ dessen leistet, was der Motor leisten muss, um ihre Bewegung zu unterhalten. Hiernach also ist klar, dass sich die Leistung eines Motors durch keine Maschine vergrössern lässt, und dass bei einer jeden Maschine zur dauernden Unterhaltung ihrer Bewegung die dauernde Einwirkung eines in dieser Maschine selbst nicht vorhandenen äusseren Motors erforderlich ist.

Auf die verschiedenen Versuche, die gemacht worden sind, um ein Perpetuum Mobile zu construiren, können wir hier nicht näher eingehen; wir beschränken uns darauf, an ein paar Beispielen zu zeigen, dass die Wege, die man dabei eingeschlagen hat, nicht zum Ziele haben führen können.

Sehr oft ging man von dem Gedanken aus, einen Körper von einer gewissen Höhe herab fallen zu lassen, den Fall zu benutzen, um eine Maschine in Bewegung zu setzen und durch eben diese Maschine den Körper wieder auf die erste Höhe zu heben. So wollte man durch den Fall des Wassers von einem höher gelegenen Reservoir aus ein Wasserrad und durch dieses eine Pumpe in Bewegung setzen, welche nicht bloss das gesammte Aufschlagewasser in das Reservoir zurückpumpen, sondern auch noch eine andere Quantität Wasser zur weiteren nützlichen Verwendung auf eine gewisse Höhe heben sollte.

In einem anderen Falle bildete man ein Rad nach Art des Steigrades einer Pendeluhr, Fig. 389, in dessen Zahnlücken gleich lange Stäbe eingesetzt waren. Die Stäbe waren an dem freien Ende mit Kugeln von demselben Gewichte versehen und konnten sich in den Winkelspitzen der Zahnlücken um ein Charnier drehen. Wenn man das Rad in der Richtung des Pfeiles dreht, so nimmt jeder Stab nacheinander in der betreffenden Zahnlücke verschiedene Lagen ein, da er fortwährend unter dem Einflusse der Schwerkraft steht und diese das Bestreben hat, den Schwerpunkt in die tiefste Lage zu bringen. Nach der Meinung des Erfinders würde sich das Rad, wenn es einmal in der Richtung des Pfeiles angestossen worden wäre, mit einem gewissen Ueberschusse an Kraft unaufhörlich runddrehen, weil diejenigen Kugeln, welche auf der linken Seite in einer absteigenden Bewegung begriffen sind, grössere Entfernungen vom Mittelpunkte der Drehung haben und daher auch an grösseren Hebelarmen wirken, als die auf der anderen Seite befindlichen Kugeln. Es sei daher, so meinte man, auf der linken Seite

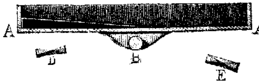
Fig. 389.



stets ein grösseres Bestreben zur Drehung vorhanden, als auf der anderen Seite und daher müsse die Drehung selbst ununterbrochen fortdauern.

Oder man nahm einen Kasten AA, Fig. 390, der Quecksilber enthielt und sich um eine Achse B in gewissen durch die festen Stücke D und E bezeichneten Gränzen hin und her drehen liess. Sobald der Kasten aus der horizontalen Stellung entfernt wird und nur ein wenig nach einer Seite, z. B. nach D hin neigt, fliesst das Quecksilber in dem tiefer gelegenen Theile ab, und dreht durch sein Gewicht, welches die tiefste Lage vertical unter dem Stützpunkte B einzunehmen strebt, den Kasten immer mehr, bis er bei D in Ruhe kommt. Diese durch den Fall des Quecksilbers verursachte Bewegung des Kastens suchte man vermittelst eines Räderwerkes auf ein Schwungrad zu übertragen, welches sich dadurch schneller drehen und durch seine Schwungkraft vermittelst eines Hebels den Kasten aus der Lage bei D in eine andere ein wenig nach der entgegengesetzten Seite von der horizontalen Stellung abweichende Lage bringen sollte. Wäre dieses geschehen, so würde das Quecksilber nun nach der anderen Seite des Kastens abfliessen, seine tiefste Lage rechts einzunehmen suchen und dabei den Kasten selbst weiter bis E drehen. Durch eben diese Bewegung aber sollte das Schwungrad einen neuen Impuls erhalten, den Kasten wieder nach der anderen Seite hinüberbringen und das Spiel von Neuem beginnen lassen.

Fig. 390.



Wir brauchen nicht hinzuzufügen, dass diese und alle ähnlichen Versuche nicht zum Ziele gelangt sind. Ein Körper, der von einer gewissen Höhe herabfällt, kann, wenn von Reibung und Luftwiderstand abgesehen wird, höchstens so viel Arbeit entwickeln, als erforderlich ist, um ihn wieder auf dieselbe Höhe zu erheben; da aber die passiven Widerstände immer einen Theil der Fallarbeit verbrauchen, so ist der übrige Theil der durch das Fallen erzeugten Arbeit nicht mehr ausreichend, um den Körper auf die ursprüngliche Höhe zu heben. In dem ersten der vorstehenden Beispiele kann die durch das Wasserrad in Bewegung gesetzte Pumpe das gesammte Aufschlagewasser nicht mehr auf die Höhe des Reservoirs bringen, sondern nur einen Theil davon, das Rad geht also immer langsamer, bis es nach kurzer Zeit stillsteht. In dem zweiten Beispiele wirken allerdings die Kugeln auf der linken Seite, welche sich in einer absteigenden Bewegung befinden, an grösseren Hebelarmen, als die Kugeln der anderen Seite, aber dafür ist auf dieser Seite eine grössere Anzahl von Kugeln in Wirksamkeit, als auf der ersteren, so dass in irgend einer Stellung des Rades die Summe der statischen Momente der Kugeln auf jeder Seite der durch die Achse gehenden Verticalen gleich ist. In dem dritten Beispiele erzeugt das Sinken des Quecksilbers eine Bewegung des Kastens, welche allerdings denselben wieder heben kann, aber keineswegs so hoch, dass das Quecksilber nach der anderen Seite abfliessen und dadurch eine Wiederholung der ersten Bewegung erzeugen könnte.

Alle derartigen auf die Entdeckung eines Perpetuum Mobile gerichteten Versuche, die in den meisten Fällen mit grossen Kosten und einem nutzlosen Aufwande geistiger Kraftanstrengung angestellt worden sind und nicht selten den materiellen und geistigen Ruin ihrer Urheber herbeigeführt haben, gehen aus der mangelhaften Erkenntniss der mechanischen Gesetze hervor, und wären gewiss nicht unternommen worden, wenn die goldenen Regeln der Mechanik „*Was an Kraft gewonnen wird, das geht an Geschwindigkeit verloren*“ und „*die Arbeit der bewegenden Kraft ist gleich der Summe der Arbeiten aller Widerstände*“ stets die verdiente Beachtung gefunden hätten.